

Plaque 4 – La notation scientifique

Puissances — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Définition. La notation scientifique d'un nombre non nul est son écriture sous la forme

$$a \times 10^n$$

où n est un entier relatif et où a vérifie :

$$1 \leq |a| < 10$$

Autrement dit, a n'a **qu'un seul chiffre** (non nul) avant la virgule.

Méthode pour un grand nombre. On place la virgule juste après le premier chiffre, et on compte de combien de rangs elle s'est déplacée : c'est l'exposant, **positif**.

$$47\,300 = 4,73 \times 10^4$$

Méthode pour un petit nombre. On déplace la virgule vers la droite jusqu'au premier chiffre non nul : l'exposant est **néglatif**.

$$0,00062 = 6,2 \times 10^{-4}$$

Comparer deux notations scientifiques.

- on compare d'abord les **exposants** : le plus grand exposant l'emporte ;
- à exposants égaux, on compare les nombres a .

Calculer avec des notations scientifiques. On regroupe les nombres d'un côté, les puissances de 10 de l'autre :

$$(a \times 10^m) \times (b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n}$$

puis on **réajuste** si le résultat n'est plus entre 1 et 10.

Ordre de grandeur. C'est la puissance de 10 la plus proche : l'ordre de grandeur de $4,7 \times 10^8$ est 10^9 (car 4,7 est plus proche de 10 que de 1... on arrondit a à l'unité la plus proche puis on ajuste). Pour $2,1 \times 10^8$, l'ordre de grandeur est 10^8 .

Correction de l'exercice 1 – Reconnaître une notation scientifique

La condition est que le nombre placé devant la puissance de 10 vérifie :

$$1 \leq a < 10$$

- a) **Oui.** 3,7 est bien compris entre 1 et 10.
- b) **Non.** 47 est supérieur à 10 : il y a deux chiffres avant la virgule. L'écriture correcte serait $4,7 \times 10^4$.
- c) **Non.** 0,9 est inférieur à 1. L'écriture correcte serait 9×10^{-3} .
- d) **Oui.** 1 est autorisé, car la condition est « supérieur **ou égal** à 1 ».

Le test en une seconde. On regarde le nombre devant : y a-t-il exactement **un chiffre non nul** avant la virgule ? Si oui, c'est une notation scientifique.

Réponse. a) oui — b) non ($4,7 \times 10^4$) — c) non (9×10^{-3}) — d) oui.

Correction de l'exercice 2 - Écrire un grand nombre

On place la virgule juste après le premier chiffre, puis on compte de combien de rangs elle a été déplacée.

a) 58 000 devient 5,8 : la virgule s'est déplacée de 4 rangs vers la gauche, donc l'exposant est 4.

$$58\,000 = 5,8 \times 10^4$$

b) 3 400 000 devient 3,4 : déplacement de 6 rangs.

$$- 3\,400\,000 = 3,4 \times 10^6.$$

c) 704 devient 7,04 : déplacement de 2 rangs.

$$- 704 = 7,04 \times 10^2.$$

Le contrôle. On remultiplie mentalement : $5,8 \times 10^4$, c'est 5,8 suivi de 4 déplacements vers la droite, soit 58 000 ✓

Réponse. a) $5,8 \times 10^4$ — b) $3,4 \times 10^6$ — c) $7,04 \times 10^2$.

Correction de l'exercice 3 - Écrire un petit nombre

On déplace la virgule vers la **droite** jusqu'à ce qu'il y ait un seul chiffre non nul devant : l'exposant est alors négatif.

a) 0,004 devient 4 après 3 déplacements vers la droite :

$$0,004 = 4 \times 10^{-3}$$

b) 0,00000091 devient 9,1 après 7 déplacements :

$$- 0,00000091 = 9,1 \times 10^{-7}.$$

c) 0,305 devient 3,05 après 1 déplacement :

$$- 0,305 = 3,05 \times 10^{-1}.$$

Comment compter sans se tromper. On compte les rangs **jusqu'au premier chiffre non nul inclus** : dans 0,004, le 4 est au troisième rang, d'où l'exposant -3 .

Réponse. a) 4×10^{-3} — b) $9,1 \times 10^{-7}$ — c) $3,05 \times 10^{-1}$.

Correction de l'exercice 4 - Corriger une écriture

On ajuste le nombre placé devant pour qu'il soit entre 1 et 10, en compensant sur l'exposant.

a) $85 = 8,5 \times 10$, donc :

$$- 85 \times 10^6 = 8,5 \times 10 \times 10^6 = 8,5 \times 10^7.$$

b) $0,42 = 4,2 \times 10^{-1}$, donc :

$$- 0,42 \times 10^{-3} = 4,2 \times 10^{-1} \times 10^{-3} = 4,2 \times 10^{-4}.$$

c) $125 = 1,25 \times 10^2$, donc :

$$- 125 \times 10^{-8} = 1,25 \times 10^2 \times 10^{-8} = 1,25 \times 10^{-6}.$$

La règle de compensation. Si l'on **divise** le nombre de devant par 10, il faut **multiplier** la puissance par 10, c'est-à-dire ajouter 1 à l'exposant. Le produit total ne change pas.

Réponse. a) $8,5 \times 10^7$ — b) $4,2 \times 10^{-4}$ — c) $1,25 \times 10^{-6}$.

Correction de l'exercice 5 – Revenir à l'écriture décimale

On déplace la virgule du nombre de rangs indiqué par l'exposant : vers la droite s'il est positif, vers la gauche s'il est négatif.

a) Quatre rangs vers la droite : $6,3 \times 10^4 = 63\,000$.

b) Trois rangs vers la gauche : $2,05 \times 10^{-3} = 0,00205$.

c) Un rang vers la gauche : $9 \times 10^{-1} = 0,9$.

Attention aux zéros à ajouter. Dans a), après 6,3 il n'y a qu'un chiffre : il faut compléter avec des zéros pour atteindre 4 rangs, d'où 63 000 et non 6300.

Réponse. a) 63 000 — b) 0,00205 — c) 0,9.

Correction de l'exercice 6 – Comparer deux grandeurs

On compare d'abord les **exposants**, puis, à exposants égaux, les nombres placés devant.

Classement par exposant :

— exposant 4 : $9,1 \times 10^4$ — le plus petit ;

— exposant 5 : $3,2 \times 10^5$ et $1,8 \times 10^5$;

— exposant 6 : 5×10^6 — le plus grand.

Entre les deux d'exposant 5 : $1,8 < 3,2$, donc $1,8 \times 10^5 < 3,2 \times 10^5$.

L'ordre croissant est :

$$9,1 \times 10^4 < 1,8 \times 10^5 < 3,2 \times 10^5 < 5 \times 10^6$$

Le piège. 9,1 est le plus grand des nombres placés devant, mais son exposant est le plus petit : c'est l'exposant qui décide en premier.

Réponse. $9,1 \times 10^4 < 1,8 \times 10^5 < 3,2 \times 10^5 < 5 \times 10^6$.

Correction de l'exercice 7 – Comparer des grandeurs négatives

Même méthode : on compare d'abord les exposants, en les traitant comme des **nombres relatifs**.

$$-5 < -3 < -2$$

— exposant -5 : 7×10^{-5} — le plus petit ;

— exposant -3 : 4×10^{-3} et $2,5 \times 10^{-3}$;

— exposant -2 : 1×10^{-2} — le plus grand.

Entre les deux d'exposant -3 : $2,5 < 4$.

L'ordre croissant est :

$$7 \times 10^{-5} < 2,5 \times 10^{-3} < 4 \times 10^{-3} < 1 \times 10^{-2}.$$

Vérification par les écritures décimales. $0,00007 < 0,0025 < 0,004 < 0,01$ ✓

Réponse. $7 \times 10^{-5} < 2,5 \times 10^{-3} < 4 \times 10^{-3} < 1 \times 10^{-2}$.

Correction de l'exercice 8 – Un produit

On regroupe les nombres d'un côté, les puissances de 10 de l'autre :

$$(a \times 10^m) \times (b \times 10^n) = (a \times b) \times 10^{m+n}$$

Les nombres : $3 \times 2,5 = 7,5$.

Les puissances : $10^5 \times 10^{-8} = 10^{5-8} = 10^{-3}$.

Le résultat est donc :

— $7,5 \times 10^{-3}$

Comme 7,5 est bien compris entre 1 et 10, c'est déjà une notation scientifique — aucun réajustement n'est nécessaire.

Contrôle de vraisemblance. 3×10^5 est grand, $2,5 \times 10^{-8}$ est minuscule : le produit est petit, ce que confirme l'exposant négatif.

Réponse. $7,5 \times 10^{-3}$.

Correction de l'exercice 9 - Un produit à réajuster

On sépare les nombres et les puissances :

Les nombres : $4 \times 8 = 32$.

Les puissances : $10^6 \times 10^3 = 10^{6+3} = 10^9$.

On obtient 32×10^9 — mais 32 n'est pas compris entre 1 et 10 : ce n'est **pas encore** une notation scientifique.

Réajustement. $32 = 3,2 \times 10$, donc :

$$32 \times 10^9 = 3,2 \times 10 \times 10^9 = 3,2 \times 10^{10}$$

Le résultat est $3,2 \times 10^{10}$.

L'étape qu'on oublie. Le calcul est juste dès 32×10^9 , mais la question demande une **notation scientifique** : sans le réajustement, la réponse est comptée fausse.

Réponse. $3,2 \times 10^{10}$.

Correction de l'exercice 10 - Un quotient

On sépare de la même façon :

Les nombres : $6 \div 4 = 1,5$.

Les puissances : $\frac{10^{-2}}{10^5} = 10^{-2-5} = 10^{-7}$.

Le résultat est :

— $1,5 \times 10^{-7}$

Comme 1,5 est compris entre 1 et 10, c'est bien une notation scientifique.

Contrôle. On divise un petit nombre par un grand : le résultat doit être très petit, ce que confirme l'exposant -7 ✓

Réponse. $1,5 \times 10^{-7}$.

Correction de l'exercice 11 - Une somme

Attention : pour une **somme**, on ne peut pas ajouter les exposants. Il faut d'abord écrire les deux termes avec la **même** puissance de 10.

On transforme le second terme pour qu'il ait l'exposant 5 :

— $4 \times 10^4 = 0,4 \times 10^5$.

L'addition devient possible :

$$3 \times 10^5 + 0,4 \times 10^5 = (3 + 0,4) \times 10^5 = 3,4 \times 10^5$$

Le résultat est $3,4 \times 10^5$, ce qui est déjà une notation scientifique.

Vérification en écriture décimale. $300\,000 + 40\,000 = 340\,000 = 3,4 \times 10^5$ ✓

La règle. Produit et quotient $\Rightarrow$ on travaille sur les exposants. Somme et différence $\Rightarrow$ on ramène d'abord au **même** exposant.

Réponse. $3,4 \times 10^5$.

Correction de l'exercice 12 - L'ordre de grandeur

L'ordre de grandeur s'obtient en arrondissant le nombre placé devant à l'unité, puis en ajustant.

a) 2,3 s'arrondit à 2, qui est plus proche de 1 que de 10 : l'ordre de grandeur est 10^7 .

b) 8,9 s'arrondit à 9, plus proche de 10 que de 1 : on prend donc $10 \times 10^4 = 10^5$. L'ordre de grandeur est 10^5 .

c) 6,1 est plus proche de 10 que de 1 : on prend $10 \times 10^{-5} = 10^{-4}$. L'ordre de grandeur est 10^{-4} .

À quoi ça sert. L'ordre de grandeur permet de comparer d'un coup d'œil : dire qu'une grandeur est « de l'ordre de 10^7 » suffit souvent, sans donner les chiffres exacts.

Le seuil. On bascule à la puissance suivante quand le nombre de devant dépasse 5 environ.

Réponse. a) 10^7 — b) 10^5 — c) 10^{-4} .

Correction de l'exercice 13 - La masse d'une molécule

Le nombre de molécules s'obtient en divisant la masse totale par la masse d'une molécule :

$$\frac{0,2}{3 \times 10^{-26}}$$

On écrit d'abord 0,2 en notation scientifique : $0,2 = 2 \times 10^{-1}$.

$$\frac{2 \times 10^{-1}}{3 \times 10^{-26}}$$

Les nombres : $2 \div 3 \approx 0,667$.

Les puissances : $\frac{10^{-1}}{10^{-26}} = 10^{-1 - (-26)} = 10^{25}$.

On obtient $0,667 \times 10^{25}$, qu'il faut réajuster :

$$— 0,667 \times 10^{25} = 6,67 \times 10^{-1} \times 10^{25} = 6,67 \times 10^{24}$$

Le verre contient environ $6,67 \times 10^{24}$ molécules d'eau.

Ordre de grandeur. C'est de l'ordre de 10^{25} : dix millions de milliards de milliards de molécules dans un simple verre d'eau.

Réponse. Environ $6,67 \times 10^{24}$ molécules.

Correction de l'exercice 14 - La vitesse de la lumière

a) Une minute vaut 60 secondes, donc on multiplie :

$$3 \times 10^8 \times 60$$

Les nombres : $3 \times 60 = 180$.

On obtient 180×10^8 , à réajuster :

— $180 = 1,8 \times 10^2$, donc $180 \times 10^8 = 1,8 \times 10^2 \times 10^8 = 1,8 \times 10^{10}$.

En une minute, la lumière parcourt $1,8 \times 10^{10}$ m.

b) Une heure vaut 60 minutes : on multiplie encore par 60.

— $1,8 \times 60 = 108$, donc 108×10^{10} ;

— réajustement : $108 = 1,08 \times 10^2$, d'où $1,08 \times 10^{12}$.

En une heure, la lumière parcourt environ $1,08 \times 10^{12}$ m, soit un peu plus de mille milliards de mètres (un milliard de kilomètres).

Pourquoi la notation scientifique s'impose ici. Écrire 1 080 000 000 000 n'apprend rien ; $1,08 \times 10^{12}$ se compare immédiatement à d'autres distances.

Réponse. a) $1,8 \times 10^{10}$ m — b) $1,08 \times 10^{12}$ m.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : lire, écrire, calculer

a) On déplace la virgule de 4 rangs vers la droite :

$$0,00072 = 7,2 \times 10^{-4}$$

b) On déplace la virgule de 5 rangs vers la gauche :

— $6,4 \times 10^{-5} = 0,000064$.

c) On sépare nombres et puissances :

— $2 \times 6 = 12$;

— $10^{-4} \times 10^9 = 10^{-4+9} = 10^5$.

On obtient 12×10^5 , à réajuster : $12 = 1,2 \times 10$, donc $1,2 \times 10^6$.

d) On compare les exposants : $-4 < -3 < -2$, donc

— $8 \times 10^{-4} < 5 \times 10^{-3} < 2 \times 10^{-2}$.

Bilan. Un seul chiffre avant la virgule, l'exposant compte les déplacements, et on réajuste **toujours** après un produit.

Réponse. a) $7,2 \times 10^{-4}$ — b) 0,000064 — c) $1,2 \times 10^6$ — d)
 $8 \times 10^{-4} < 5 \times 10^{-3} < 2 \times 10^{-2}$.