

Plaquette 3 - Les règles de calcul sur les puissances

Puissances — Quatrième

Exercices

Méthode

Quatre règles suffisent pour tout le chapitre, et elles se retrouvent toutes en revenant à la définition (« compter les facteurs »). La difficulté n'est pas de les apprendre, c'est de **reconnaître laquelle s'applique** — et de ne pas en inventer une cinquième, car $a^m + a^n$ ne se simplifie pas.

Exercice 1 - Produit de même base

Écrire sous la forme d'une seule puissance.

- a) $3^4 \times 3^2$
- b) $5^{-3} \times 5^7$
- c) $2^6 \times 2^{-6}$
- d) $7^{-2} \times 7^{-5}$

Exercice 2 - Quotient de même base

Écrire sous la forme d'une seule puissance.

- a) $\frac{4^9}{4^5}$
- b) $\frac{6^2}{6^7}$
- c) $\frac{2^{-3}}{2^{-8}}$

Exercice 3 - Puissance d'une puissance

Écrire sous la forme d'une seule puissance.

- a) $(2^3)^4$
- b) $(5^{-2})^3$
- c) $\left((10^2)^3\right)^2$

Exercice 4 - Puissance d'un produit

Utiliser la règle $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ pour simplifier.

- a) $2^3 \times 5^3$
- b) $(4 \times 25)^2$
- c) $2^5 \times 5^5$

Exercice 5 - Choisir la bonne règle

Pour chaque écriture, dire quelle règle s'applique, puis simplifier.

a) $7^3 \times 7^5$

b) $(7^3)^5$

c) $\frac{7^5}{7^3}$

d) $7^3 \times 2^3$

Exercice 6 - Ce qui ne se simplifie pas

Un élève affirme que $2^3 + 2^4 = 2^7$.

a) Calculer les deux membres pour vérifier.

b) Expliquer pourquoi aucune règle ne s'applique ici.

Exercice 7 - Expressions à deux étages

Écrire sous la forme d'une seule puissance.

a) $\frac{3^7 \times 3^2}{3^4}$

b) $\frac{(2^3)^2}{2^5}$

c) $\frac{5^{-2} \times 5^6}{5^{-1}}$

Exercice 8 - Avec des bases différentes

Simplifier au maximum.

$$\frac{2^5 \times 3^4}{2^3 \times 3^2}$$

Exercice 9 - Retrouver un exposant

Trouver l'exposant manquant.

a) $2^5 \times 2^{\dots} = 2^9$

b) $\frac{3^{\dots}}{3^4} = 3^2$

c) $(5^{\dots})^3 = 5^{12}$

Exercice 10 - Une chaîne de règles

Écrire sous la forme d'une seule puissance de 10.

$$\frac{(10^3)^4 \times 10^{-5}}{10^2 \times 10^{-4}}$$

Exercice 11 - Vrai ou faux

Dire si chaque égalité est vraie ou fausse, en vérifiant sur un exemple numérique.

a) $a^3 \times a^2 = a^6$

b) $(a^2)^3 = a^6$

c) $\frac{a^7}{a^7} = 1$

d) $(2a)^3 = 2a^3$

Exercice 12 - Calculer de deux façons

Calculer $\frac{4^5}{4^3}$ de deux manières : en appliquant la règle, puis en calculant séparément numérateur et dénominateur.

Exercice 13 - Simplifier une fraction de puissances

Écrire le plus simplement possible.

$$\frac{2^{10} \times 3^5}{2^8 \times 3^7}$$

Exercice 14 - Un raisonnement à compléter

Expliquer pourquoi $a^0 = 1$ pour tout nombre a non nul, en utilisant la règle du quotient.

Exercice 15 - Synthèse : six simplifications

Écrire sous la forme d'une seule puissance.

a) $6^7 \times 6^{-3}$

b) $(3^{-2})^{-4}$

c) $\frac{8^5}{8^{-2}}$

d) $4^3 \times 25^3$