

Plaquette 1 – Lire une série et calculer son étendue

Statistiques – Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire.

Mot	Ce qu'il désigne
population	l'ensemble étudié (une classe, un lot de pièces)
caractère	ce qu'on observe (la note, la taille)
valeur	une donnée possible du caractère
effectif	le nombre d'individus ayant cette valeur
effectif total	le nombre d'individus de la population
fréquence	la part d'une valeur dans le total

Fréquence.

$$f = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \quad f\% = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

La somme de toutes les fréquences vaut 1, soit 100%.

Étendue. C'est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur :

$$e = x_{\max} - x_{\min}$$

Elle mesure la **dispersion** : plus elle est grande, plus les valeurs sont éparpillées.

Effectifs cumulés. On additionne les effectifs de gauche à droite : ils répondent aux questions « combien ont au plus ... ? ».

Le contrôle systématique. La somme des effectifs doit redonner l'effectif total, et la somme des fréquences doit valoir 100%. Deux vérifications gratuites qui repèrent presque toutes les erreurs de lecture.

Correction de l'exercice 1 – Lire un tableau d'effectifs

a) La **population** est l'ensemble des élèves de la classe ayant composé. Le **caractère** étudié est la note obtenue au contrôle.

b) L'effectif total est la somme des effectifs :

$$3 + 6 + 9 + 5 + 2 = 25 \text{ élèves}$$

c) « Au moins 12 » signifie 12, 14 ou 16 :

$$9 + 5 + 2 = 16 \text{ élèves}$$

Ne pas confondre les deux lignes du tableau. La ligne du haut donne les **valeurs** (les notes possibles), celle du bas les **effectifs** (combien d'élèves les ont obtenues). Répondre « 12 élèves ont eu au moins 12 » serait confondre une note et un nombre d'élèves.

Le contrôle. Les élèves ayant eu moins de 12 sont $3 + 6 = 9$, et $9 + 16 = 25$ ✓ conforme à l'effectif total.

Réponse. a) les élèves ; la note — b) 25 élèves — c) 16 élèves.

Correction de l'exercice 2 - Calculer des fréquences

La formule du cours.

$$f\% = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

a) L'effectif total vaut 200 :

- voiture : $\frac{90}{200} \times 100 = 45\%$;
- transports en commun : $\frac{64}{200} \times 100 = 32\%$;
- vélo : $\frac{26}{200} \times 100 = 13\%$;
- marche : $\frac{20}{200} \times 100 = 10\%$.

b) **Contrôle des fréquences** : $45 + 32 + 13 + 10 = 100\%$ ✓

Contrôle des effectifs : $90 + 64 + 26 + 20 = 200$ ✓

À quoi servent les fréquences. Les effectifs dépendent de la taille du sondage : 90 sur 200 et 180 sur 400 ne se comparent pas à l'œil. Les fréquences, elles, se comparent directement — c'est ce qui permet de confronter deux études de tailles différentes.

Réponse. a) 45%, 32%, 13% et 10% — b) total 100% ✓

Correction de l'exercice 3 - L'étendue de trois séries

La formule.

$$e = x_{\max} - x_{\min}$$

a) Le maximum est 12, le minimum -7 :

$$e = 12 - (-7) = 19 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Attention au signe : soustraire un nombre négatif revient à l'ajouter.

b) $e = 173 - 148 = 25 \text{ cm}$.

c) $e = 4800 - 1500 = 3300 \text{ €}$.

Ce que l'étendue dit — et ne dit pas. En c), elle vaut 3300 €, ce qui suggère une très forte dispersion. Or quatre salaires sur cinq sont entre 1500 et 1620 € : c'est une **seule** valeur extrême qui gonfle l'étendue.

La limite de l'indicateur. L'étendue ne dépend que des deux valeurs extrêmes et ignore tout le reste. C'est ce qui la rend sensible aux valeurs aberrantes, et c'est pourquoi on l'accompagne toujours d'un indicateur de position comme la moyenne ou la médiane.

Réponse. a) 19 °C — b) 25 cm — c) 3300 €.

Correction de l'exercice 4 - Du relevé au tableau

a) On compte les occurrences de chaque valeur.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4
Effectif	4	7	5	2	1
Fréquence	20%	35%	25%	10%	5%

Contrôle : $4 + 7 + 5 + 2 + 1 = 20$ ✓ et $20 + 35 + 25 + 10 + 5 = 100\%$ ✓

b) L'étendue vaut

$$e = 4 - 0 = 4$$

c) Les enfants uniques sont ceux qui ont 0 frère ou sœur : ils sont 4, soit 20% de la classe.

La méthode de comptage. On parcourt la liste une seule fois en cochant, valeur par valeur ; recompter à chaque fois est source d'oubli. Le contrôle final — la somme des effectifs doit valoir 20 — est ce qui garantit qu'aucune donnée n'a été perdue.

Réponse. b) $e = 4$ — c) 4 élèves (20%).

Correction de l'exercice 5 - Les effectifs cumulés

a) On additionne les effectifs de gauche à droite.

Durée (min)	10	20	30	40	50
Effectif	6	11	13	7	3
Cumulés	6	17	30	37	40

Contrôle : le dernier cumul vaut 40, l'effectif total ✓

b) On lit directement le cumul à 30 min : 30 **salariés** mettent au plus 30 minutes.

c) Le complément :

$$40 - 30 = 10 \text{ salariés}$$

Ce que les effectifs cumulés apportent. Ils répondent en une lecture aux questions « au plus » et « au moins », sans refaire d'addition. La ligne se lit aussi comme une progression : les trois quarts des salariés (30 sur 40) mettent une demi-heure ou moins.

La coïncidence à ne pas confondre. Le cumul 30 à la valeur 30 min est un hasard de l'énoncé : ce sont deux grandeurs différentes, des salariés et des minutes.

Réponse. a) 6, 17, 30, 37, 40 — b) 30 salariés — c) 10 salariés.

Correction de l'exercice 6 - Le diagramme en barres

Lecture des valeurs. Lundi 34, mardi 28, mercredi 52, jeudi 31, vendredi 47, samedi 76 articles.

Le jour le plus fort est le **samedi**, avec 76 articles — plus du double du lundi. **Le plus faible** est le **mardi**, avec 28 articles.

L'étendue.

$$e = 76 - 28 = 48 \text{ articles}$$

Le total de la semaine : $34 + 28 + 52 + 31 + 47 + 76 = 268$ articles.

Ce que le diagramme fait voir d'un coup d'œil. Deux pics — mercredi et surtout samedi — et un creux en début de semaine. Un tableau de six nombres demanderait une lecture attentive pour livrer la même information : c'est exactement le rôle d'une représentation graphique.

Le contrôle de lecture. La barre du samedi doit faire environ 2,7 fois celle du mardi ($76 \div 28 \approx 2,7$) : un coup d'œil aux hauteurs le confirme ✓

Réponse. Maximum samedi (76), minimum mardi (28), étendue 48 articles.

Correction de l'exercice 7 - Deux classes comparées

a) **Classe A :** $e_A = 17 - 6 = 11$. **Classe B :** $e_B = 14 - 9 = 5$.

b) L'étendue de B est plus petite : ses notes sont **plus regroupées**, donc les résultats y sont plus **homogènes**. Dans la classe A, l'écart entre le plus faible et le plus fort est plus

du double.

c) **Non.** L'étendue est un indicateur de **dispersion**, pas de **position** : elle ne dit rien du niveau général. La classe A pourrait avoir une majorité de 16 et un seul 6, donc une meilleure moyenne que B.

Les deux questions à poser sur une série. « Autour de quelle valeur ? » — c'est la moyenne ou la médiane. « Étalées comment ? » — c'est l'étendue. Les deux sont indépendantes, et une seule ne suffit jamais à décrire une série.

L'illustration. Les séries (9; 14) et (9; 9; 9; 14) ont la même étendue mais des moyennes très différentes.

Réponse. a) 11 et 5 — b) la classe B — c) non, l'étendue ne mesure pas le niveau.

Correction de l'exercice 8 - L'erreur de Nolan

a) Nolan a calculé l'étendue sur la ligne des **effectifs** au lieu de celle des **valeurs**. Il a soustrait 12 (un effectif) et 2 (un autre effectif) : son résultat compte des individus, pas des unités du caractère.

b) L'étendue porte sur les valeurs du caractère :

$$e = 15 - 5 = 10$$

Par une coïncidence malheureuse, le résultat numérique est le même — mais le raisonnement était faux, et il le serait resté avec d'autres nombres.

c) L'effectif total est la somme des effectifs :

$$2 + 12 + 7 + 4 = 25$$

Le réflexe pour ne pas se tromper. Toujours se demander « en quelle unité ? ». Une étendue de notes s'exprime en points, une étendue de tailles en centimètres. Un résultat « en élèves » signale immédiatement qu'on a travaillé sur la mauvaise ligne.

Réponse. a) il a utilisé les effectifs — b) $e = 15 - 5 = 10$ — c) 25 individus.

Correction de l'exercice 9 - Les températures du mois

a) Le maximum est 25 °C, le minimum 17 °C :

$$e = 25 - 17 = 8 \text{ °C}$$

b) Les températures strictement supérieures à 20 sont 22, 25, 21, 23 et 24 : cela fait 5 **jours**.

c) La fréquence vaut

$$\frac{5}{10} \times 100 = 50\%$$

La précision qui compte. « Dépasser 20 °C » signifie strictement plus de 20 : le jour à exactement 20 °C n'est pas compté. Si la question avait été « au moins 20 °C », la réponse serait 6 jours, soit 60%.

Le contrôle. Les jours à 20 °C ou moins sont 18, 19, 17, 20, 19 : cinq également ✓ et $5 + 5 = 10$ jours au total.

Réponse. a) 8 °C — b) 5 jours — c) 50%.

Correction de l'exercice 10 - Reconstituer un effectif

a) La somme des effectifs vaut l'effectif total :

$$14 + x + 18 + 9 = 60 \Rightarrow x + 41 = 60 \Rightarrow x = 19$$

b) On divise chaque effectif par 60 :

- valeur 1 : $\frac{14}{60} \times 100 \approx 23,3\%$;
- valeur 2 : $\frac{19}{60} \times 100 \approx 31,7\%$;
- valeur 3 : $\frac{18}{60} \times 100 = 30\%$;
- valeur 4 : $\frac{9}{60} \times 100 = 15\%$.

c) **Contrôle** : $23,3 + 31,7 + 30 + 15 = 100\%$ ✓

La précaution sur les arrondis. La somme de quatre valeurs arrondies ne fait pas toujours exactement 100% : on peut trouver 99,9 ou 100,1. Ce n'est pas une erreur, mais une conséquence des arrondis — il faut simplement le signaler plutôt que de retoucher une valeur.

Réponse. a) 19 — b) 23,3%, 31,7%, 30%, 15% — c) somme 100% ✓

Correction de l'exercice 11 - Les scores du jeu

Lecture. Ana 42, Bilal 68, Chloé 35, Diego 57, Emma 61, Farid 29 points.

a) L'écart est l'étendue de la série :

$$e = 68 - 29 = 39 \text{ points}$$

b) Les scores strictement supérieurs à 50 sont ceux de Bilal (68), Diego (57) et Emma (61) : 3 **joueurs**, soit la moitié.

c) Le total vaut

$$42 + 68 + 35 + 57 + 61 + 29 = 292 \text{ points}$$

L'intérêt du diagramme. Les barres de Bilal et Farid encadrent toutes les autres : on voit immédiatement où se situe l'étendue. On repère aussi que trois joueurs sont au-dessus de la barre des 50 et trois en dessous, sans compter.

Le contrôle du total. Six joueurs autour de 50 points feraient environ 300 points : 292 est du bon ordre de grandeur ✓

Réponse. a) 39 points — b) 3 joueurs — c) 292 points.

Correction de l'exercice 12 - Regrouper en classes

a) $e = 171 - 143 = 28 \text{ cm}$.

b) On répartit les 12 tailles.

Classe (cm)	[140; 150[	[150; 160[	[160; 170[	[170; 180[
Effectif	3	5	3	1

Détail : 148, 143 et 149 dans la première ; 155, 151, 157, 154 et 158 dans la deuxième ; 162, 168 et 160 dans la troisième ; 171 dans la dernière.

Contrôle : $3 + 5 + 3 + 1 = 12$ ✓

c) La classe [150; 160[est la plus fournie, avec 5 élèves sur 12, soit environ 41,7%.

Pourquoi regrouper. Avec 12 valeurs toutes différentes, un tableau d'effectifs n'apprendrait rien : chaque valeur aurait l'effectif 1. Les classes révèlent la forme de la distribution — ici un groupe central et des queues plus légères.

La convention des crochets. [150; 160[contient 150 mais pas 160 : chaque taille appartient à une seule classe, sans ambiguïté.

Réponse. a) 28 cm — c) la classe [150; 160[, avec 5 élèves.

Correction de l'exercice 13 - Fréquences et effectifs

a) $0,35 \times 480 = 168$ personnes.

b) Les 40% portent sur les 168 pratiquants, pas sur les 480 :

$$0,40 \times 168 = 67,2$$

Un effectif étant entier, on retient 67 **personnes** (l'énoncé donne des pourcentages arrondis).

c) Rapporté à l'ensemble :

$$\frac{67}{480} \times 100 \approx 14\%$$

Le chemin direct : $0,35 \times 0,40 = 0,14 = 14\%$ ✓

L'erreur à éviter. Additionner 35% et 40% n'aurait aucun sens : les deux pourcentages ne portent pas sur la même population. Une fréquence dans un sous-groupe se combine à la fréquence du sous-groupe par **multiplication**.

Réponse. a) 168 personnes — b) environ 67 personnes — c) environ 14%.

Correction de l'exercice 14 - Deux séries, même étendue

a) **Série A :** $e_A = 20 - 10 = 10$. **Série B :** $e_B = 20 - 10 = 10$. Les deux étendues sont **égales**.

b) **Non, les séries sont très différentes.** Dans A, quatre valeurs sur cinq sont identiques et une seule s'écarte ; dans B, les valeurs sont réparties régulièrement entre 10 et 20.

c) Il faudrait un indicateur qui tienne compte de **toutes** les valeurs, et pas seulement des deux extrêmes :

— la **moyenne** : $\frac{60}{5} = 12$ pour A, $\frac{75}{5} = 15$ pour B ;

— la **médiane** : 10 pour A, 15 pour B.

Les deux indicateurs séparent nettement les séries.

La leçon de l'exercice. L'étendue ignore la répartition interne : elle ne regarde que les bornes. C'est pourquoi elle ne suffit jamais, et pourquoi les plaquettes suivantes introduisent la moyenne et la médiane.

Réponse. a) 10 pour les deux — b) non — c) moyenne (12 contre 15) ou médiane (10 contre 15).

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : l'enquête sur les livres

a) $8 + 12 + 15 + 9 + 4 + 2 = 50$ ✓ conforme à l'énoncé.

b) L'étendue porte sur les valeurs du caractère :

$$e = 6 - 0 = 6 \text{ livres}$$

c) $\frac{8}{50} \times 100 = 16\%$ des élèves n'ont lu aucun livre.

d) « Au moins 2 » regroupe les valeurs 2, 3, 4 et 6 :

$$15 + 9 + 4 + 2 = 30 \text{ élèves}$$

soit 60% de la classe.

Le contrôle croisé. Les élèves ayant lu moins de 2 livres sont $8 + 12 = 20$, et $20 + 30 = 50$ ✓

La remarque sur les valeurs. Aucun élève n’a lu 5 livres : la valeur est absente du tableau, ce qui est parfaitement normal. Un tableau d’effectifs ne liste que les valeurs **observées**, pas toutes les valeurs possibles.

Réponse. a) 50 ✓ — b) 6 livres — c) 16% — d) 30 élèves (60%).