

Plaquette 4 – Comparer deux séries

Statistiques – Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les deux questions à poser sur une série.

Question	Indicateur
autour de quelle valeur ?	moyenne $\bar{x}$, médiane m
étalées comment ?	étendue e

Les formules du chapitre.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \quad e = x_{\max} - x_{\min}$$

Position relative de la moyenne et de la médiane.

Situation	Lecture
$\bar{x} \approx m$	série régulière, sans valeur atypique
$\bar{x} > m$	quelques valeurs élevées tirent la moyenne
$\bar{x} < m$	quelques valeurs basses tirent la moyenne

Ce qu'on ne peut pas conclure.

- d'une même moyenne, que les séries se ressemblent ;
- d'une même étendue, que les niveaux sont comparables ;
- d'un seul indicateur, quoi que ce soit de complet.

La rédaction attendue. Une comparaison se rédige en deux temps : « en moyenne, A fait mieux que B ; mais A est plus dispersée, son étendue est deux fois plus grande ». Les deux phrases sont nécessaires.

Le contrôle. Chaque indicateur doit être compris entre le minimum et le maximum de sa série — pour l'étendue, entre 0 et l'écart des extrêmes de l'ensemble.

Correction de l'exercice 1 - Deux classes, même moyenne

a) **Classe A** : somme $8 + 10 + 12 + 14 + 16 = 60$, donc $\bar{x}_A = \frac{60}{5} = 12$.

Classe B : somme $2 + 6 + 12 + 18 + 22 = 60$, donc $\bar{x}_B = 12$.

Les deux moyennes sont **identiques**.

b) $e_A = 16 - 8 = 8$ et $e_B = 22 - 2 = 20$.

c) **Même niveau moyen, dispersions très différentes.** Dans la classe A, toutes les notes sont entre 8 et 16 : les résultats sont homogènes. Dans la classe B, l'écart atteint 20 points, avec des élèves à 2 et d'autres à 22.

La conclusion pour un professeur. Les deux classes ont le même niveau moyen, mais la classe B demande une différenciation beaucoup plus forte : certains élèves sont en grande difficulté, d'autres très à l'aise.

La leçon méthodologique. Une moyenne seule ne décrit pas une série. C'est le couple

position-dispersion qui informe.

Réponse. a) 12 pour les deux — b) 8 et 20 — c) même niveau moyen, B bien plus dispersée.

Correction de l'exercice 2 - Deux magasins

a) **Magasin A** : somme $40 + 45 + 42 + 44 + 39 = 210$, donc $\bar{x}_A = 42$.

Magasin B : somme $10 + 70 + 35 + 60 + 35 = 210$, donc $\bar{x}_B = 42$.

b) **Magasin A rangé** : 39; 40; 42; 44; 45, donc $m_A = 42$.

Magasin B rangé : 10; 35; 35; 60; 70, donc $m_B = 35$.

c) **Le magasin A.** Son étendue vaut $45 - 39 = 6$, contre $70 - 10 = 60$ pour B : dix fois plus. Les ventes de A varient de quelques unités, celles de B du simple au septuple.

La lecture croisée. Pour A, moyenne et médiane coïncident (42) : la série est symétrique et régulière. Pour B, la moyenne dépasse la médiane ($42 > 35$) : deux journées exceptionnelles tirent la moyenne vers le haut.

La conclusion pratique. Un gérant préférera l'activité de A, prévisible, à celle de B, qui impose de gérer des pics et des creux avec le même chiffre d'affaires moyen.

Réponse. a) 42 pour les deux — b) 42 et 35 — c) le magasin A ($e = 6$ contre 60).

Correction de l'exercice 3 - Tableaux à comparer

Série A. Effectif total 20.

$$\bar{x}_A = \frac{5 \times 10 + 10 \times 12 + 5 \times 14}{20} = \frac{50 + 120 + 70}{20} = \frac{240}{20} = 12$$

Cumuls : 5 ; 15 ; 20. Les rangs 10 et 11 tombent dans le groupe de 12, donc $m_A = 12$.

Série B. Effectif total 20.

$$\bar{x}_B = \frac{12 \times 10 + 2 \times 12 + 6 \times 14}{20} = \frac{120 + 24 + 84}{20} = \frac{228}{20} = 11,4$$

Cumuls : 12 ; 14 ; 20. Les rangs 10 et 11 tombent dans le groupe de 10, donc $m_B = 10$.

La comparaison. Même étendue (4) et mêmes valeurs possibles, mais des répartitions opposées : A est concentrée sur la valeur centrale, B sur la valeur basse. Moyenne et médiane de B sont toutes deux inférieures.

Ce que l'étendue ne montre pas. Les deux séries ont la même étendue et le même ensemble de valeurs : seule la répartition des effectifs les distingue, et il faut moyenne ou médiane pour la percevoir.

Réponse. A : $\bar{x} = 12$, $m = 12$. B : $\bar{x} = 11,4$, $m = 10$. Même étendue, répartitions opposées.

Correction de l'exercice 4 - Les deux ateliers

a) **L'atelier 2**, avec 22 minutes contre 24.

b) **L'atelier 1**, dont l'étendue vaut 4 minutes contre 31 : les temps y varient très peu.

c) **L'atelier 1**, malgré sa moyenne légèrement plus élevée. Un délai garanti exige de la **prévisibilité** : avec l'atelier 1, aucune pièce ne dépasse 26 minutes environ ; avec l'atelier 2, certaines peuvent prendre bien plus de 40 minutes.

La lecture de l'atelier 2. Sa médiane (19 min) est nettement inférieure à sa moyenne (22 min) : la plupart des pièces sont produites rapidement, mais quelques-unes prennent beaucoup de temps et tirent la moyenne vers le haut. C'est exactement ce que confirme l'étendue de 31 minutes.

La leçon. Le meilleur choix dépend du critère. Pour maximiser le nombre de pièces produites, l'atelier 2 gagne ; pour tenir une promesse de délai, l'atelier 1 s'impose.

Réponse. a) l'atelier 2 — b) l'atelier 1 — c) l'atelier 1, pour sa régularité.

Correction de l'exercice 5 - L'erreur de Yasmine

a) $e_A = 15 - 5 = 10$ et $e_B = 15 - 5 = 10$ ✓ Les étendues sont bien égales.

b) **Série A** : somme 40, donc $\bar{x}_A = \frac{40}{6} \approx 6,7$. Médiane : demi-somme des 3^e et 4^e valeurs, soit $m_A = 5$.

Série B : somme 60, donc $\bar{x}_B = 10$. Médiane : $\frac{9+11}{2} = 10$.

c) **Les séries ne se ressemblent pas du tout.** A est concentrée sur la valeur 5, avec une seule valeur isolée à 15 ; B est régulièrement répartie sur tout l'intervalle. Leurs moyennes diffèrent de plus de 3 points, leurs médianes de 5.

L'argument décisif. L'étendue ne dépend **que** des deux valeurs extrêmes : elle ignore totalement les quatre valeurs intermédiaires. Deux séries de même étendue peuvent avoir n'importe quelle répartition interne.

La règle. Un seul indicateur ne permet jamais de conclure à une ressemblance — au mieux à une différence.

Réponse. a) $e = 10$ pour les deux — b) 6,7 et 5 contre 10 et 10 — c) répartitions très différentes.

Correction de l'exercice 6 - Les températures de deux villes

a) **Ville A** : somme $3 + 4 + 8 + 12 + 16 + 20 + 22 + 22 + 18 + 13 + 7 + 4 = 149$, donc

$$\bar{x}_A = \frac{149}{12} \approx 12,4 \text{ °C}$$

Ville B : somme $12 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 + 18 + 18 + 17 + 15 + 13 + 12 = 180$, donc $\bar{x}_B = 15 \text{ °C}$.

b) $e_A = 22 - 3 = 19 \text{ °C}$ et $e_B = 18 - 12 = 6 \text{ °C}$.

c) **Ville A** : climat **contrasté**, avec des hivers froids et des étés chauds — une amplitude annuelle de 19 °C , typique d'un climat continental.

Ville B : climat **doux et régulier**, plus chaud en moyenne et beaucoup moins contrasté — typique d'un climat océanique ou méditerranéen.

Ce que la comparaison illustre. Ici l'étendue porte l'essentiel de l'information : c'est l'amplitude thermique, plus que la moyenne, qui caractérise un climat.

Réponse. a) environ $12,4 \text{ °C}$ et 15 °C — b) 19 °C et 6 °C — c) A contrastée, B douce et régulière.

Correction de l'exercice 7 - Avant et après

a) **Avant.** Somme $= 6 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15 + 16 + 20 = 120$, donc $\bar{x} = 12$.

Médiane : $\frac{11+12}{2} = 11,5$. Étendue : $20 - 6 = 14$.

Après. Somme $= 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 13 + 14 + 15 + 16 + 17 = 130$, donc $\bar{x} = 13$.

Médiane : $\frac{13+13}{2} = 13$. Étendue : $17 - 9 = 8$.

b) **Oui, sur les deux plans.** La moyenne gagne 1 point et la médiane 1,5 point : le niveau général a progressé. Surtout, l'étendue passe de 14 à 8 : les écarts se sont resserrés.

Le détail qui compte. La note maximale a baissé (20 devient 17), mais la minimale a nettement monté (6 devient 9). Le soutien a surtout profité aux élèves en difficulté, ce qui est exactement son objectif.

La rédaction attendue. Citer les trois indicateurs et interpréter chacun : une conclusion fondée sur la seule moyenne passerait à côté de l'essentiel.

Réponse. Avant : 12 ; 11,5 ; 14. Après : 13 ; 13 ; 8. Oui, niveau en hausse et écarts réduits.

Correction de l'exercice 8 - Deux diagrammes

a) **Première semaine.** Somme = 268, donc $\bar{x} \approx 44,7$.

Série rangée : 28; 31; 34; 47; 52; 76, donc $m = \frac{34+47}{2} = 40,5$. Étendue : $76 - 28 = 48$.

b) **Seconde semaine.** Somme = $45 + 43 + 48 + 44 + 46 + 42 = 268$, donc $\bar{x} \approx 44,7$ — la même.

Série rangée : 42; 43; 44; 45; 46; 48, donc $m = \frac{44+45}{2} = 44,5$. Étendue : $48 - 42 = 6$.

c) **Même chiffre d'affaires, régularité opposée.** Les deux semaines totalisent 268 articles, mais la première alterne creux et pics (étendue 48) alors que la seconde est très régulière (étendue 6).

La médiane le confirme : 40,5 contre 44,5. En première semaine, la moyenne dépasse la médiane à cause du pic du samedi ; en seconde semaine, les deux coïncident presque.

L'intérêt pratique. Pour les stocks et le personnel, la seconde semaine est bien plus facile à gérer, à chiffre d'affaires identique.

Réponse. a) 44,7 ; 40,5 ; 48 — b) 44,7 ; 44,5 ; 6 — c) même total, régularité très différente.

Correction de l'exercice 9 - Choisir l'indicateur

a) **La médiane.** Les revenus comportent toujours quelques valeurs très élevées qui gonflent la moyenne sans représenter la population. Le revenu médian dit ce que gagne « la personne du milieu ».

b) **L'étendue.** La régularité est une question de dispersion, pas de niveau : c'est l'écart entre les valeurs extrêmes qui mesure l'irrégularité d'une machine.

c) **La moyenne,** seule à permettre de remonter au total :

$$\text{somme} = \bar{x} \times \text{effectif}$$

La médiane n'offre aucune relation de ce type — on ne peut pas retrouver un total à partir d'elle.

La force de chaque indicateur. La moyenne conserve l'information du total ; la médiane résiste aux valeurs extrêmes ; l'étendue mesure la dispersion. Aucun ne remplace les autres, et une analyse sérieuse en combine plusieurs.

Réponse. a) la médiane — b) l'étendue — c) la moyenne, seule liée au total.

Correction de l'exercice 10 - Deux séries à reconstituer

a) La somme doit valoir $10 \times 5 = 50$ et l'écart entre extrêmes 4. Par exemple :

$$8; 9; 10; 11; 12$$

Somme = 50 ✓ étendue = $12 - 8 = 4$ ✓

b) Même somme, étendue 20. Par exemple :

2; 8; 10; 8; 22

Somme = 50 ✓ étendue = $22 - 2 = 20$ ✓ Rangée : 2; 8; 8; 10; 22.

c) **Oui.** La première a pour médiane 10. Pour que la seconde l'ait aussi, il suffit de choisir 2; 5; 10; 11; 22 : somme = 50 ✓ étendue = 20 ✓ médiane = 10 ✓

Ce que l'exercice démontre. Moyenne, médiane et étendue peuvent toutes trois coïncider entre deux séries pourtant très différentes. Les indicateurs résument, ils ne caractérisent pas : reconstituer une série à partir d'eux est impossible.

Réponse. a) par exemple 8; 9; 10; 11; 12 — b) par exemple 2; 5; 10; 11; 22 — c) oui.

Correction de l'exercice 11 - Les deux candidats

a) **Candidat A** : somme = $12 + 13 + 12 + 14 + 13 + 12 = 76$, donc $\bar{x}_A = \frac{76}{6} \approx 12,7$.
Étendue : $14 - 12 = 2$.

Candidat B : somme = $18 + 6 + 19 + 5 + 17 + 11 = 76$, donc $\bar{x}_B \approx 12,7$. Étendue : $19 - 5 = 14$.

b) **Les deux moyennes sont identiques**, à 12,7 environ.

c) **Le candidat A.** Son étendue de 2 points montre une performance très stable : il obtient systématiquement entre 12 et 14. Le candidat B alterne des 19 et des 5 : son résultat dépend beaucoup de l'épreuve.

La nuance à mentionner. Si le jury cherchait un profil capable d'excellence sur une épreuve précise, B serait préférable : il a atteint 19, ce que A n'a jamais approché. Le critère « fiabilité » désigne A, le critère « potentiel » désignerait B.

La conclusion honnête cite les deux lectures plutôt que d'en imposer une.

Réponse. a) 12,7 et $e = 2$; 12,7 et $e = 14$ — b) égalité — c) A, pour sa régularité.

Correction de l'exercice 12 - Moyenne inférieure ou supérieure à la médiane

a) Somme = 50, donc $\bar{x} = 10$; médiane $m = 4$. La **moyenne est supérieure** : la valeur 36, très élevée, tire la moyenne vers le haut sans déplacer le rang médian.

b) Somme = 80, donc $\bar{x} = 16$; médiane $m = 19$. La **médiane est supérieure** : la valeur 1, très basse, tire la moyenne vers le bas.

c) Somme = 35, donc $\bar{x} = 7$; médiane $m = 7$. Les **deux coïncident** : la série est symétrique et régulière.

La règle de lecture.

Comparaison	Ce que cela signale
$\bar{x} > m$	des valeurs élevées isolées
$\bar{x} < m$	des valeurs basses isolées
$\bar{x} = m$	série symétrique

Son utilité. Comparer les deux indicateurs avant toute analyse fine renseigne immédiatement sur la présence de valeurs atypiques, sans avoir à examiner la série en détail.

Réponse. a) $\bar{x} = 10 > m = 4$ — b) $\bar{x} = 16 < m = 19$ — c) $\bar{x} = m = 7$.

Correction de l'exercice 13 - Les deux trimestres

a) **Premier trimestre.** Somme = 60, donc $\bar{x} = 12$. Rangée : 8; 11; 12; 13; 16, donc $m = 12$. Étendue : $16 - 8 = 8$.

Second trimestre. Somme = 60, donc $\bar{x} = 12$. Rangée : 11; 12; 12; 12; 13, donc $m = 12$. Étendue : $13 - 11 = 2$.

b) **Non, son niveau moyen est identique** : mêmes moyenne et médiane, à 12.

c) **Sa régularité a beaucoup progressé** : l'étendue passe de 8 à 2. Au premier trimestre, il alternait un 8 et un 16 ; au second, toutes ses notes sont entre 11 et 13.

L'interprétation pédagogique. L'élève a gagné en constance sans élever son niveau. C'est un progrès réel — il ne s'effondre plus sur certaines évaluations — mais il n'atteint plus non plus ses meilleures performances.

Ce que cela montre une dernière fois. Deux séries de mêmes moyenne **et** médiane peuvent encore différer : seule l'étendue les sépare ici.

Réponse. a) 12 ; 12 ; 8 puis 12 ; 12 ; 2 — b) non — c) beaucoup plus régulier.

Correction de l'exercice 14 - Comparer avec des effectifs différents

a) $20 \times 13 = 260$ et $30 \times 11 = 330$.

$$\text{somme} = \bar{x} \times \text{effectif}$$

b) La moyenne d'ensemble est le quotient des totaux :

$$\bar{x} = \frac{260 + 330}{50} = \frac{590}{50} = 11,8$$

c) **Non.** L'étendue dépend uniquement des valeurs extrêmes, dont on ne sait rien : la classe A pourrait aller de 12 à 14 ou de 3 à 20 avec la même moyenne. Aucune information sur la dispersion ne se déduit d'une moyenne et d'un effectif.

Le contrôle de la question b). 11,8 est compris entre 11 et 13 ✓ et plus proche de 11, puisque la classe B est plus nombreuse ✓

La leçon. Les indicateurs ne se déduisent pas les uns des autres : on ne calcule ni médiane ni étendue à partir d'une moyenne.

Réponse. a) 260 et 330 — b) 11,8 — c) non, l'étendue ne se déduit pas de la moyenne.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : les deux équipes

a) **Les moyennes sont égales** : les deux équipes marquent autant de points par match en moyenne sur la saison.

b) La médiane de A (79) est proche de sa moyenne, celle de B (72) lui est nettement inférieure. Pour B, cela signale quelques matchs à très haut score qui tirent la moyenne vers le haut : **la majorité de ses matchs sont en dessous de 78 points.**

c) L'étendue de B (55) est plus du double de celle de A (22) : B alterne des matchs très faibles et des matchs exceptionnels, A reste dans un couloir étroit.

d) **Conclusion.** Les deux équipes ont le même rendement offensif moyen, 78 points par match. L'équipe A est régulière : sa médiane colle à sa moyenne et son étendue est modérée. L'équipe B est irrégulière : sa médiane inférieure et son étendue de 55 points montrent qu'elle doit ses résultats à quelques matchs exceptionnels.

Le bilan de la plaquette. Position et dispersion, toujours les deux — et la comparaison moyenne/médiane comme signal d'alerte sur les valeurs atypiques.

Réponse. Même moyenne ; A régulière ($m \approx \bar{x}$, $e = 22$), B irrégulière ($m < \bar{x}$, $e = 55$).