

Plaquette 5 – Bilan et problèmes

Statistiques – Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Toutes les formules du chapitre.

$$f = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \quad e = x_{\max} - x_{\min}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \quad \text{somme} = \bar{x} \times \text{effectif total}$$

La médiane. On range, puis on prend la valeur de rang $\frac{n+1}{2}$ si n est impair, la demi-somme des deux valeurs centrales si n est pair.

La démarche d'une étude.

Étape	Ce qu'on fait
organiser	tableau d'effectifs, éventuellement des classes
représenter	diagramme en barres, effectifs cumulés
calculer	position ($\bar{x}$, m) et dispersion (e)
interpréter	une phrase par indicateur, dans le contexte

Les trois pièges du chapitre.

- calculer une moyenne sans pondérer par les effectifs ;
- chercher une médiane sans ranger la série ;
- conclure à partir d'un seul indicateur.

Le contrôle final. Moyenne et médiane doivent être entre le minimum et le maximum ; la somme des effectifs doit valoir l'effectif total ; celle des fréquences, 100%.

Correction de l'exercice 1 – Étude complète d'une série

a) $2 + 5 + 8 + 9 + 4 + 2 = 30$ élèves.

b) **Moyenne pondérée :**

$$\bar{x} = \frac{2 \times 6 + 5 \times 9 + 8 \times 11 + 9 \times 13 + 4 \times 15 + 2 \times 19}{30}$$

Numérateur : $12 + 45 + 88 + 117 + 60 + 38 = 360$, donc

$$\bar{x} = \frac{360}{30} = 12$$

c) **Cumuls :** 2 ; 7 ; 15 ; 24 ; 28 ; 30. L'effectif est pair, on cherche les rangs 15 et 16. Le rang 15 correspond à la note 11 (le cumul l'atteint exactement), le rang 16 à la note 13 :

$$m = \frac{11 + 13}{2} = 12$$

d) $e = 19 - 6 = 13$ points.

L'interprétation. Moyenne et médiane coïncident à 12 : la série est équilibrée, sans

valeur atypique. L'étendue de 13 points reste importante, avec des élèves à 6 et d'autres à 19.

Réponse. a) 30 — b) $\bar{x} = 12$ — c) $m = 12$ — d) $e = 13$.

Correction de l'exercice 2 - Du relevé brut à l'analyse

a) Somme : $12 + 45 + 8 + 23 + 67 + 15 + 31 + 9 + 52 + 28 + 19 + 40 + 11 + 35 + 22 = 417$.

$$\bar{x} = \frac{417}{15} = 27,8 \text{ SMS}$$

b) **Série rangée** : 8; 9; 11; 12; 15; 19; 22; 23; 28; 31; 35; 40; 45; 52; 67.

Avec $n = 15$, le rang médian est $\frac{15+1}{2} = 8$:

$$m = 23 \text{ SMS}$$

c) $e = 67 - 8 = 59 \text{ SMS}$.

d) **Interprétation.** La moyenne (27,8) dépasse nettement la médiane (23) : quelques gros utilisateurs — 52 et 67 SMS — tirent la moyenne vers le haut. La moitié des élèves envoient au plus 23 SMS par jour. L'étendue de 59 montre des usages très contrastés.

Le contrôle du rangement. Quinze valeurs rangées, la huitième au milieu, sept de chaque côté ✓

Réponse. a) 27,8 — b) $m = 23$ — c) $e = 59$ — d) usages contrastés, moyenne tirée par quelques gros usages.

Correction de l'exercice 3 - La note effacée

a) somme = $\bar{x} \times \text{effectif} = 12,4 \times 25 = 310$.

b) Il faut retirer 17 et ajouter 7, soit retrancher 10 :

$$310 - 17 + 7 = 300$$

c) La moyenne corrigée vaut

$$\bar{x} = \frac{300}{25} = 12$$

L'effet d'une seule erreur. Une note fausse de 10 points déplace la moyenne de $\frac{10}{25} = 0,4$ point. Plus l'effectif est grand, moins une erreur individuelle pèse — c'est une propriété générale de la moyenne.

Et la médiane ? Elle aurait probablement peu bougé, voire pas du tout : passer de 17 à 7 déplace un individu d'un bout à l'autre de la série, mais ne change la valeur centrale que si l'effectif est petit.

La clé du calcul. Repasser par la somme est le seul moyen de corriger une moyenne : on ne retouche jamais une moyenne directement.

Réponse. a) 310 — b) 300 — c) $\bar{x} = 12$.

Correction de l'exercice 4 - Les durées des films

a) Somme : $95 + 120 + 88 + 145 + 102 + 110 + 98 + 133 + 91 + 118 + 105 + 127 = 1332$ minutes.

$$\bar{x} = \frac{1332}{12} = 111 \text{ minutes}$$

soit 1 h 51 min.

b) **Série rangée** : 88; 91; 95; 98; 102; 105; 110; 118; 120; 127; 133; 145.

Avec $n = 12$, la médiane est la demi-somme des 6^e et 7^e :

$$m = \frac{105 + 110}{2} = 107,5 \text{ minutes}$$

c) Deux heures font 120 minutes. Les films strictement plus longs sont 127, 133 et 145 : 3 **films**. (Celui de 120 min dure exactement deux heures, il n'est pas compté.)

L'interprétation. Moyenne 111 min et médiane 107,5 min sont proches : la série est régulière. L'écart de 3,5 min vient des deux films les plus longs, qui tirent légèrement la moyenne.

La précision de lecture. « Dépasser » signifie strictement plus : la formulation de la question décide de la réponse.

Réponse. a) 111 min — b) 107,5 min — c) 3 films.

Correction de l'exercice 5 - Le sondage sur les transports

a) Le total fait 100% :

$$100 - (40 + 28 + 18) = 100 - 86 = 14\%$$

b) On applique chaque fréquence à l'effectif total :

- voiture : $0,40 \times 250 = 100$ personnes ;
- transports en commun : $0,28 \times 250 = 70$;
- vélo : $0,18 \times 250 = 45$;
- marche : $0,14 \times 250 = 35$.

c) **Contrôle** : $100 + 70 + 45 + 35 = 250 \checkmark$ et $40 + 28 + 18 + 14 = 100\% \checkmark$

Le lien entre les deux contrôles. Ils sont équivalents en théorie, mais le contrôle des effectifs détecte en plus une erreur de multiplication. Le faire systématiquement coûte dix secondes.

Ce que les fréquences permettent. Comparer ce sondage à un autre, mené sur 800 personnes, serait impossible avec les seuls effectifs : les pourcentages, eux, se comparent directement.

Réponse. a) 14% — b) 100, 70, 45 et 35 — c) total 250 $\checkmark$

Correction de l'exercice 6 - Le club de natation

a) Somme : $32 + 28 + 35 + 30 + 41 + 29 + 33 + 31 + 36 + 45 = 340$ s.

$$\bar{x} = \frac{340}{10} = 34 \text{ secondes}$$

b) **Série rangée** : 28; 29; 30; 31; 32; 33; 35; 36; 41; 45.

Avec $n = 10$, médiane = demi-somme des 5^e et 6^e :

$$m = \frac{32 + 33}{2} = 32,5 \text{ secondes}$$

c) Les temps strictement inférieurs à 33 s sont 28, 29, 30, 31 et 32 : 5 **nageurs**.

d) $\frac{5}{10} \times 100 = 50\%$.

L'interprétation. La moyenne (34 s) dépasse la médiane (32,5 s) : les deux nageurs les plus lents, à 41 et 45 s, la tirent vers le haut. Pour un entraîneur, la médiane décrit mieux le niveau du groupe.

Le lien avec le seuil. Le seuil de 33 s sélectionne exactement la moitié de l'effectif : il est tout proche de la médiane, ce qui n'est pas un hasard — la médiane est le seuil qui

coupe le groupe en deux.

Réponse. a) 34 s — b) 32,5 s — c) 5 nageurs — d) 50%.

Correction de l'exercice 7 - Les ventes des six jours

a) Somme = 268 articles pour 6 jours :

$$\bar{x} = \frac{268}{6} \approx 44,7 \text{ articles}$$

Série rangée : 28; 31; 34; 47; 52; 76, donc $m = \frac{34 + 47}{2} = 40,5$.

Étendue : $76 - 28 = 48$ articles.

b) L'objectif de 45 articles/jour correspond à un total de $45 \times 6 = 270$ articles. Le total réalisé est 268 : l'objectif **n'est pas atteint**, à 2 articles près.

c) Le **mardi**, avec 28 articles, est le jour le plus faible — 16,7 articles sous la moyenne. Trois jours consécutifs (lundi, mardi, jeudi) sont d'ailleurs sous les 35 articles : c'est le début de semaine qu'il faudrait renforcer.

La lecture des indicateurs. Moyenne 44,7 nettement supérieure à la médiane 40,5 : le samedi exceptionnel masque un début de semaine faible. Sans le samedi, la moyenne tomberait à 38,4.

Réponse. a) 44,7 ; 40,5 ; 48 — b) non, 268 contre 270 — c) le mardi, et plus largement le début de semaine.

Correction de l'exercice 8 - La moyenne de la classe entière

a) **Filles :** $14 \times 12,5 = 175$. **Garçons :** $16 \times 11,75 = 188$.

b) La moyenne de la classe est le quotient des totaux :

$$\bar{x} = \frac{175 + 188}{30} = \frac{363}{30} = 12,1$$

c) 12,125 est la moyenne **simple** de 12,5 et 11,75 :

$$\frac{12,5 + 11,75}{2} = 12,125$$

Elle ne vaudrait que si les deux groupes avaient le **même effectif**. Ici les garçons sont plus nombreux (16 contre 14), donc leur moyenne, plus basse, pèse davantage : la vraie moyenne est légèrement inférieure.

La règle. La moyenne de deux groupes est une moyenne **pondérée par les effectifs**, jamais la moyenne des deux moyennes.

Le contrôle de position. 12,1 est entre 11,75 et 12,5 ✓ et du côté du groupe majoritaire ✓

Réponse. a) 175 et 188 — b) 12,1 — c) les effectifs diffèrent.

Correction de l'exercice 9 - Les classes de tailles

a) **Centres :** 150, 160, 170, 180 cm.

$$\bar{x} = \frac{6 \times 150 + 12 \times 160 + 9 \times 170 + 3 \times 180}{30}$$

Numérateur : $900 + 1920 + 1530 + 540 = 4890$, donc

$$\bar{x} = \frac{4890}{30} = 163 \text{ cm}$$

b) **Cumuls :** 6 ; 18 ; 27 ; 30. L'effectif est pair, on cherche les rangs 15 et 16 : tous deux

tombent entre 6 et 18, donc dans la classe [155; 165[.

La médiane appartient à cette classe, sans qu'on puisse la préciser davantage.

c) Les élèves de moins de 165 cm sont ceux des deux premières classes, soit $6 + 12 = 18$:

$$\frac{18}{30} \times 100 = 60\%$$

La limite du regroupement. On perd les valeurs exactes : la moyenne est approchée et la médiane n'est localisée qu'à une classe près. En échange, on gagne une vision d'ensemble de la répartition — c'est le compromis de toute présentation en classes.

Réponse. a) 163 cm — b) dans [155; 165[— c) 60%.

Correction de l'exercice 10 - L'erreur d'interprétation

a) **Non.** Une moyenne qui monte ne dit rien de la situation de chacun : elle peut augmenter à cause d'une seule personne.

b) **Exemple.** Revenus initiaux : 20; 20; 20; 20; 20 (en milliers d'euros), de moyenne 20 et de somme 100.

Revenus finaux : 19; 19; 19; 19; 29, de somme 105, donc de moyenne 21 — soit une hausse de 5%.

$$\frac{21 - 20}{20} \times 100 = 5\%$$

Pourtant **quatre personnes sur cinq** ont vu leur revenu baisser de 1000 €.

c) **La médiane.** Elle passe ici de 20 à 19 : elle traduit correctement la dégradation vécue par la majorité. C'est précisément pour cela que les instituts statistiques publient le revenu **médian** à côté du revenu moyen.

La leçon du chapitre. Un indicateur n'est pas un résumé neutre : le choisir, c'est déjà interpréter. Une information honnête cite position **et** dispersion, moyenne **et** médiane.

Réponse. a) non — b) 19; 19; 19; 19; 29 contre 20 partout — c) la médiane.

Correction de l'exercice 11 - Deux séries à départager

a) **La série A,** dont l'étendue vaut 10 contre 60 : ses valeurs tiennent dans un intervalle six fois plus étroit.

b) La moyenne de B dépasse sa médiane de 8 : cela signale la présence de **valeurs élevées isolées**, qui tirent la moyenne vers le haut sans déplacer le rang médian. Plus de la moitié des valeurs de B sont inférieures à 42.

c) **Oui, la série B.** Comme moyenne et étendue permettent d'encadrer : pour A, les valeurs sont dans un intervalle de largeur 10 autour de 50, donc au plus 55 environ. Pour B, l'étendue de 60 impose des valeurs bien plus dispersées, et la moyenne de 50 avec une médiane de 42 garantit au moins une valeur nettement supérieure à 55.

La rédaction attendue. Trois indicateurs, trois lectures : position (les moyennes sont égales), asymétrie (l'écart moyenne-médiane), dispersion (l'étendue). Chacun apporte une information que les autres ne donnent pas.

Réponse. a) la série A — b) des valeurs élevées isolées — c) oui, la série B.

Correction de l'exercice 12 - Le budget des familles

a) Somme : $60 + 85 + 45 + 120 + 70 + 95 + 55 + 400 + 80 = 1010$ €.

$$\bar{x} = \frac{1010}{9} \approx 112,2 \text{ €}$$

b) **Série rangée** : 45; 55; 60; 70; 80; 85; 95; 120; 400.

Avec $n = 9$, rang 5 : $m = 80$ €.

c) Sans la famille à 400 € : somme 610 € pour 8 familles, donc

$$\frac{610}{8} = 76,25 \text{ €}$$

La moyenne chute de 36 €.

d) **La médiane**, 80 €. La moyenne de 112,2 € est supérieure à **huit budgets sur neuf** : elle ne décrit aucune famille réelle.

Le test décisif. Retirer une seule valeur fait perdre 36 € à la moyenne, mais ne changerait la médiane que de 80 à 75 € (demi-somme de 70 et 80). C'est la mesure concrète de la robustesse de la médiane.

Réponse. a) environ 112,2 € — b) 80 € — c) 76,25 € — d) la médiane.

Correction de l'exercice 13 - Compléter une étude

a) somme = $15 \times 8 = 120$.

b) La moyenne dépasse la médiane : il y a donc au moins une **valeur élevée isolée** qui tire la moyenne vers le haut, alors que la majorité des valeurs se situent autour de 14.

c) **Une construction possible.** L'effectif étant pair, la médiane est la demi-somme des 4^e et 5^e valeurs : il faut qu'elles totalisent 28, par exemple 14 et 14.

Proposons : 10; 11; 13; 14; 14; 16; 17; 25.

Contrôle de la somme : $10 + 11 + 13 + 14 + 14 + 16 + 17 + 25 = 120$ ✓

Contrôle de la médiane : $\frac{14 + 14}{2} = 14$ ✓

Ce que la construction apprend. On part des contraintes les plus rigides — ici la médiane, qui fixe deux valeurs — puis on ajuste les autres pour atteindre la somme voulue. La valeur 25 joue le rôle de la valeur élevée annoncée en b).

Réponse. a) 120 — b) au moins une valeur élevée isolée — c) par exemple 10; 11; 13; 14; 14; 16; 17; 25.

Correction de l'exercice 14 - L'enquête du CDI

a) **Effectif total** : $10 + 14 + 18 + 12 + 8 + 6 + 2 = 70$ élèves.

$$\bar{x} = \frac{0 \times 10 + 1 \times 14 + 2 \times 18 + 3 \times 12 + 4 \times 8 + 5 \times 6 + 8 \times 2}{70}$$

Numérateur : $0 + 14 + 36 + 36 + 32 + 30 + 16 = 164$, donc

$$\bar{x} = \frac{164}{70} \approx 2,34 \text{ emprunts}$$

b) **Cumuls** : 10 ; 24 ; 42 ; 54 ; 62 ; 68 ; 70. L'effectif est pair, on cherche les rangs 35 et 36 : tous deux entre 24 et 42, donc dans le groupe de la valeur 2.

$m = 2$ emprunts

c) $\frac{10}{70} \times 100 \approx 14,3\%$ des élèves n'ont rien emprunté.

d) **Oui**, la moyenne de 2,34 dépasse l'objectif de 2.

La nuance à apporter. La médiane vaut exactement 2 : la moitié des élèves n'atteignent pas l'objectif individuellement. L'objectif global est tenu, notamment grâce aux gros emprunteurs — et 14,3% des élèves n'ont jamais emprunté.

Réponse. a) 70 élèves, $\bar{x} \approx 2,34$ — b) $m = 2$ — c) environ 14,3% — d) oui en moyenne, mais la moitié des élèves sont à 2 ou moins.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : le rapport du club

a) **Moyenne pondérée :**

$$\bar{x} = \frac{7 \times 12 + 11 \times 14 + 9 \times 16 + 6 \times 18 + 5 \times 25 + 2 \times 40}{40}$$

Numérateur : $84 + 154 + 144 + 108 + 125 + 80 = 695$, donc

$$\bar{x} = \frac{695}{40} = 17,375 \text{ ans}$$

b) **Cumuls :** 7 ; 18 ; 27 ; 33 ; 38 ; 40. Effectif pair, rangs 20 et 21 : tous deux entre 18 et 27, donc dans le groupe de 16 ans.

$$m = 16 \text{ ans}$$

c) $e = 40 - 12 = 28$ ans.

d) **Résumé.** Le club compte 40 licenciés d'âge moyen 17,4 ans, pour un âge médian de 16 ans. L'écart entre les deux indicateurs s'explique par la présence de quelques adultes, dont deux de 40 ans, qui relèvent la moyenne. L'étendue de 28 ans confirme que le club accueille un public large, même si plus de la moitié des licenciés ont 16 ans ou moins.

Le bilan du chapitre. Trois indicateurs, trois phrases, et une interprétation qui revient au contexte : c'est exactement ce qu'on attend d'une étude statistique.

Réponse. a) 17,375 ans — b) 16 ans — c) 28 ans.