

Plaquette 3 - Calculer un côté de l'angle droit

Théorème de Pythagore — Quatrième

Corrections détaillées

Boîte à outils

Le théorème. Si ABC est rectangle en A , alors

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Isoler un côté de l'angle droit. En retirant AB^2 des deux côtés de l'égalité :

$$AC^2 = BC^2 - AB^2$$

Les deux situations à ne pas confondre.

Ce qu'on cherche	Opération	Écriture
l'hypoténuse	addition	$\text{hyp}^2 = c_1^2 + c_2^2$
un côté de l'angle droit	soustraction	$c_2^2 = \text{hyp}^2 - c_1^2$

Méthode.

- repérer l'angle droit, donc l'hypoténuse ;
- écrire l'égalité de Pythagore **complète** ;
- isoler le carré de l'inconnue en soustrayant ;
- calculer, puis prendre la racine carrée.

Contrôle indispensable. Le résultat doit être **plus petit** que l'hypoténuse. S'il est plus grand, la soustraction a été faite dans le mauvais sens.

Rappel. $\sqrt{a}$ est le nombre positif dont le carré vaut a : $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{5,76} = 2,4$.

Correction de l'exercice 1 - Première soustraction

Le triangle est rectangle en A : l'hypoténuse est $[BC]$, celle qu'on connaît. D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

On remplace par les données, puis on isole AC^2 :

- $10^2 = 6^2 + AC^2$
- $100 = 36 + AC^2$
- $AC^2 = 100 - 36$
- $AC^2 = 64$
- $AC = \sqrt{64} = 8$

La longueur AC vaut 8 cm.

Contrôle. $8 < 10$: le côté trouvé est bien plus court que l'hypoténuse.

Réponse. $AC = 8$ cm.

Correction de l'exercice 2 - Hypoténuse 13

L'angle droit est en E , l'hypoténuse est donc $[DF]$:

$$DF^2 = ED^2 + EF^2$$

- $13^2 = ED^2 + 5^2$
- $169 = ED^2 + 25$
- $ED^2 = 169 - 25$
- $ED^2 = 144$
- $ED = \sqrt{144} = 12$

La longueur ED vaut 12 cm.

Piège. Il ne faut surtout pas écrire $ED^2 = 13^2 + 5^2$: on n'ajoute que lorsqu'on cherche l'hypoténuse. Ici, $[DF]$ est déjà l'hypoténuse.

Réponse. $ED = 12$ cm.

Correction de l'exercice 3 - Nombres plus grands

Angle droit en $H \Rightarrow$ hypoténuse $[GI]$:

$$GI^2 = HG^2 + HI^2$$

- $25^2 = 7^2 + HI^2$
- $625 = 49 + HI^2$
- $HI^2 = 625 - 49$
- $HI^2 = 576$
- $HI = \sqrt{576} = 24$

La longueur HI vaut 24 cm.

Contrôle. $24 < 25$ ✓, et $7 + 24 = 31 > 25$: l'inégalité triangulaire est respectée.

Réponse. $HI = 24$ cm.

Correction de l'exercice 4 - Lequel est l'hypoténuse ?

L'angle droit est en L : l'hypoténuse est $[JK]$, le côté opposé à L . C'est bien la plus grande des deux longueurs données ($17 > 15$), ce qui confirme la lecture.

$$JK^2 = LJ^2 + LK^2$$

- $17^2 = 15^2 + LK^2$
- $289 = 225 + LK^2$
- $LK^2 = 289 - 225$
- $LK^2 = 64$
- $LK = \sqrt{64} = 8$

La longueur LK vaut 8 cm.

Réponse. $LK = 8$ cm.

Correction de l'exercice 5 - Avec des décimaux

Angle droit en N , hypoténuse $[MP]$:

$$MP^2 = NM^2 + NP^2$$

- $3,5^2 = MN^2 + 2,1^2$
- $12,25 = MN^2 + 4,41$
- $MN^2 = 12,25 - 4,41$
- $MN^2 = 7,84$

$$— MN = \sqrt{7,84} = 2,8$$

La longueur MN vaut 2,8 cm.

Vérification. $2,8^2 = 7,84$ ✓ et $2,8 < 3,5$ ✓

Réponse. $MN = 2,8$ cm.

Correction de l'exercice 6 - Un arrondi

L'angle droit est en S , l'hypoténuse est $[RT]$:

$$RT^2 = SR^2 + ST^2$$

$$— 9^2 = RS^2 + 4^2$$

$$— 81 = RS^2 + 16$$

$$— RS^2 = 81 - 16$$

$$— RS^2 = 65$$

65 n'est pas un carré parfait ($8^2 = 64$, $9^2 = 81$) : la valeur exacte est $RS = \sqrt{65}$ cm.

À la calculatrice, $\sqrt{65} \approx 8,062$, donc $RS \approx 8,1$ cm.

Contrôle. $8,1 < 9$: cohérent, puisque $[RT]$ est l'hypoténuse.

Réponse. $RS = \sqrt{65}$ cm $\approx 8,1$ cm.

Correction de l'exercice 7 - Lire les données sur la figure

Lecture de la figure. Le petit carré en V code l'angle droit : le triangle UVW est rectangle en V . Les cotes donnent $VW = 10$ cm et $UW = 12,5$ cm ; c'est UV qui porte le point d'interrogation.

L'hypoténuse est $[UW]$ (côté opposé à V), et c'est la plus grande longueur codée ($12,5 > 10$) : la lecture est cohérente.

D'après le théorème de Pythagore :

$$UW^2 = UV^2 + VW^2$$

$$— 12,5^2 = UV^2 + 10^2$$

$$— 156,25 = UV^2 + 100$$

$$— UV^2 = 156,25 - 100$$

$$— UV^2 = 56,25$$

$$— UV = \sqrt{56,25} = 7,5$$

La longueur UV vaut 7,5 cm.

Remarque. 7,5 ; 10 ; 12,5 est le triangle 3-4-5 multiplié par 2,5.

Réponse. $UV = 7,5$ cm.

Correction de l'exercice 8 - L'échelle contre le mur

Le mur est vertical, le sol horizontal : le triangle PSH est **rectangle en P** . L'échelle $[SH]$ en est l'hypoténuse (c'est le côté opposé à l'angle droit), et la hauteur cherchée est PH .

$$SH^2 = PS^2 + PH^2$$

$$— 5^2 = 1,4^2 + PH^2$$

$$— 25 = 1,96 + PH^2$$

$$— PH^2 = 25 - 1,96$$

$$— PH^2 = 23,04$$

$$— PH = \sqrt{23,04} = 4,8$$

L'échelle touche le mur à 4,8 m de hauteur.

Bon réflexe. L'échelle est forcément plus longue que la hauteur atteinte : $4,8 < 5$ ✓

Réponse. L'échelle touche le mur à 4,8 m du sol.

Correction de l'exercice 9 - Retrouver la largeur d'un rectangle

Le triangle ABC est rectangle en B (angle du rectangle) et son hypoténuse est la diagonale $[AC]$:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$— 15^2 = 12^2 + BC^2$$

$$— 225 = 144 + BC^2$$

$$— BC^2 = 225 - 144$$

$$— BC^2 = 81$$

$$— BC = \sqrt{81} = 9$$

La largeur du rectangle est 9 cm.

Contrôle. La largeur (9 cm) est bien inférieure à la longueur (12 cm), elle-même inférieure à la diagonale (15 cm).

Réponse. La largeur mesure 9 cm.

Correction de l'exercice 10 - La hauteur d'un triangle isocèle

H est le milieu de $[BC]$, donc :

$$— BH = \frac{12}{2} = 6, \text{ soit } BH = 6 \text{ cm.}$$

Le triangle ABH est rectangle en H , et son hypoténuse est $[AB]$ (le côté opposé à H) :

$$AB^2 = HA^2 + HB^2$$

$$— 10^2 = AH^2 + 6^2$$

$$— 100 = AH^2 + 36$$

$$— AH^2 = 100 - 36$$

$$— AH^2 = 64$$

$$— AH = \sqrt{64} = 8$$

La hauteur AH mesure 8 cm.

Méthode à retenir. Dans un triangle isocèle, la hauteur issue du sommet principal coupe la base en son **milieu** : elle crée deux triangles rectangles dans lesquels on peut appliquer Pythagore.

Réponse. $AH = 8$ cm.

Correction de l'exercice 11 - La rampe d'accès

La hauteur est verticale et le trottoir horizontal : le triangle PBH est rectangle en P , et la rampe $[BH]$ en est l'hypoténuse.

$$BH^2 = PB^2 + PH^2$$

$$— 2,6^2 = PB^2 + 1^2$$

$$— 6,76 = PB^2 + 1$$

$$— PB^2 = 6,76 - 1$$

- $PB^2 = 5,76$
- $PB = \sqrt{5,76} = 2,4$

La rampe occupe 2,4 m, soit 2 m et 40 cm, sur le trottoir.

Contrôle. La rampe (2,6 m) est plus longue que sa projection au sol (2,4 m) : c'est toujours le cas.

Réponse. La rampe occupe 2,4 m au sol.

Correction de l'exercice 12 - Le mât de tente

Le mât est vertical et le sol horizontal : en notant P le pied du mât, H son sommet et F le point de fixation au sol, le triangle PFH est rectangle en P . Le cordage $[FH]$ en est l'hypoténuse.

$$FH^2 = PF^2 + PH^2$$

- $2,6^2 = 1^2 + PH^2$
- $6,76 = 1 + PH^2$
- $PH^2 = 6,76 - 1$
- $PH^2 = 5,76$
- $PH = \sqrt{5,76} = 2,4$

Le mât mesure 2,4 m de haut.

Remarque. C'est le même calcul que la rampe d'accès : seule l'interprétation du résultat change. Repérer l'angle droit, puis l'hypoténuse, suffit à traiter les deux.

Réponse. Le mât mesure 2,4 m.

Correction de l'exercice 13 - Les diagonales d'un losange

Les diagonales se coupent en leur milieu O et sont perpendiculaires : le triangle AOB est rectangle en O , et son hypoténuse est le côté $[AB]$ du losange.

- $AO = \frac{12}{2} = 6$, soit $AO = 6$ cm.

D'après le théorème de Pythagore dans le triangle AOB :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2$$

- $6,5^2 = 6^2 + OB^2$
- $42,25 = 36 + OB^2$
- $OB^2 = 42,25 - 36$
- $OB^2 = 6,25$
- $OB = \sqrt{6,25} = 2,5$

O est le milieu de $[BD]$, donc $BD = 2 \times OB$:

- $BD = 2 \times 2,5 = 5$

La diagonale $[BD]$ mesure 5 cm.

Piège. Ne pas oublier la dernière étape : le calcul donne la **demi**-diagonale OB , pas BD .

Réponse. $BD = 5$ cm.

Correction de l'exercice 14 - Vérifier une longueur annoncée

Calculons la diagonale de la planche. Le triangle formé par la longueur, la largeur et la diagonale est rectangle ; la diagonale d en est l'hypoténuse :

$$d^2 = 80^2 + 60^2$$

$$- d^2 = 6400 + 3600$$

$$- d^2 = 10\,000$$

$$- d = \sqrt{10\,000} = 100$$

La diagonale de la planche mesure 100 cm.

Or $100 > 95$: la planche est **plus longue en diagonale** que le carton. L'affirmation du fabricant est donc fausse, la planche ne peut pas entrer.

Rédaction. Pour réfuter une affirmation, on calcule la vraie valeur et on la compare à celle annoncée : une phrase de comparaison est indispensable.

Réponse. Non : la diagonale de la planche vaut 100 cm $>$ 95 cm.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : quatre côtés à trouver

Dans les quatre cas, on soustrait le carré du côté connu au carré de l'hypoténuse.

a) $26^2 - 10^2 = 676 - 100 = 576$ et $\sqrt{576} = 24$: le côté manquant mesure 24 cm.

b) $6,5^2 - 2,5^2 = 42,25 - 6,25 = 36$ et $\sqrt{36} = 6$: le côté manquant mesure 6 cm.

c) $11^2 - 7^2 = 121 - 49 = 72$ et $\sqrt{72} \approx 8,485$: le côté mesure $\sqrt{72}$ cm, soit environ 8,5 cm.

d) $41^2 - 40^2 = 1681 - 1600 = 81$ et $\sqrt{81} = 9$: le côté manquant mesure 9 cm.

Contrôle commun. Dans les quatre cas, le résultat est inférieur à l'hypoténuse ✓

Réponse. a) 24 cm — b) 6 cm — c) $\sqrt{72} \approx 8,5$ cm — d) 9 cm.