

Plaquette 1 - Triangles égaux : reconnaître et justifier

Triangles égaux et semblables — Quatrième

Exercices

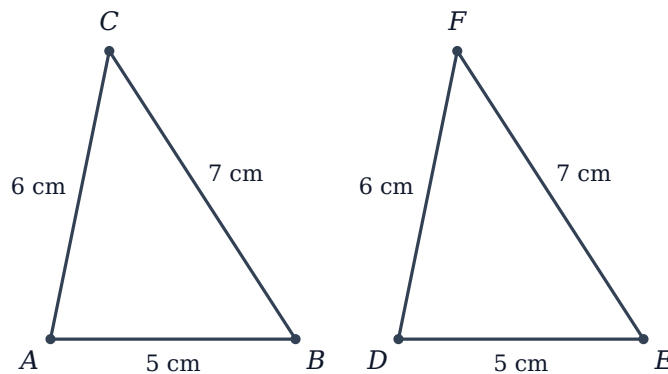
Méthode

Deux triangles sont **égaux** (on dit aussi superposables) quand on peut poser l'un exactement sur l'autre. On n'a jamais besoin de vérifier les six éléments : **trois bien choisis suffisent**, et c'est tout l'objet des trois cas d'égalité. La difficulté n'est pas de retenir les cas, c'est de **nommer les éléments correspondants dans le bon ordre** : ABC égal à DEF signifie A avec D , B avec E , C avec F .

Exercice 1 - Le cas des trois côtés

Le triangle ABC a pour côtés $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm et $CA = 6$ cm. Le triangle DEF a pour côtés $DE = 5$ cm, $EF = 7$ cm et $FD = 6$ cm.

Ces triangles sont-ils égaux ? Justifier en citant le cas d'égalité utilisé.



Exercice 2 - Le cas de l'angle compris

Dans le triangle GHI : $GH = 4$ cm, $HI = 6$ cm et $\widehat{GHI} = 50^\circ$.

Dans le triangle JKL : $JK = 4$ cm, $KL = 6$ cm et $\widehat{JKL} = 50^\circ$.

Ces triangles sont-ils égaux ? Justifier.

Exercice 3 - Le cas d'un côté et deux angles

Dans le triangle MNP : $MN = 8$ cm, $\widehat{NMP} = 35^\circ$ et $\widehat{MNP} = 70^\circ$.

Dans le triangle RST : $RS = 8$ cm, $\widehat{SRT} = 35^\circ$ et $\widehat{RST} = 70^\circ$.

Ces triangles sont-ils égaux ?

Exercice 4 - Le piège de l'angle mal placé

Dans le triangle ABC : $AB = 5$ cm, $BC = 8$ cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

Dans le triangle DEF : $DE = 5$ cm, $EF = 8$ cm et $\widehat{EDF} = 40^\circ$.

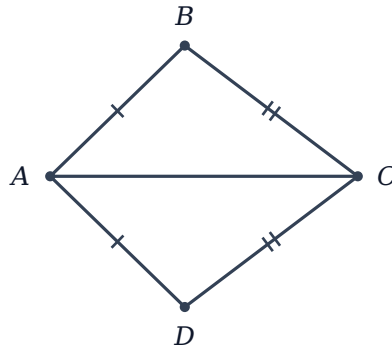
Un élève affirme : « deux côtés et un angle égaux, donc les triangles sont égaux ».

A-t-il raison ?

Exercice 5 – Lire les codages

Sur la figure, les segments portant le même codage ont la même longueur.

Les triangles ABC et ADC sont-ils égaux ? Justifier.



Le côté $[AC]$ est commun aux deux triangles

Exercice 6 – Compléter la phrase de conclusion

On sait que les triangles ABC et DEF sont égaux, dans cet ordre.

Recopier et compléter : $AB = \dots$; $\hat{B} = \dots$; $CA = \dots$; $\hat{F} = \dots$

Exercice 7 – Dédire une longueur

Les triangles ABC et DEF sont égaux, dans cet ordre. On donne $AB = 6,5$ cm, $BC = 4$ cm et $DF = 5,2$ cm.

Calculer DE , EF et CA .

Exercice 8 – Dédire un angle

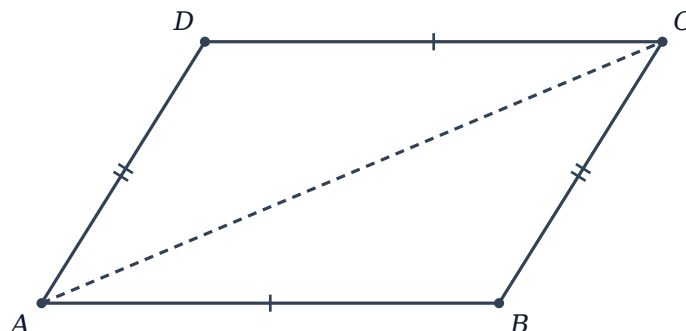
Les triangles GHI et JKL sont égaux, dans cet ordre. On donne $\hat{G} = 48^\circ$ et $\hat{K} = 62^\circ$.

Calculer les trois angles de chacun des deux triangles.

Exercice 9 - Deux triangles dans un parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme et $[AC]$ est une de ses diagonales.

Démontrer que les triangles ABC et CDA sont égaux.



Parallélogramme $ABCD$ et sa diagonale $[AC]$

Exercice 10 - Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) Deux triangles qui ont les mêmes angles sont forcément égaux.
- b) Deux triangles égaux ont la même aire.
- c) Il suffit de vérifier six égalités pour conclure que deux triangles sont égaux.
- d) Deux triangles égaux ont le même périmètre.

Exercice 11 - Choisir le bon cas

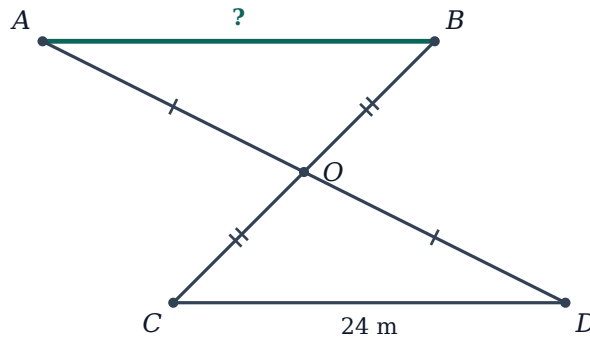
Pour chaque couple de triangles, dire quel cas d'égalité permet de conclure (ou qu'on ne peut pas conclure).

- a) $AB = DE$, $AC = DF$, $\hat{A} = \hat{D}$
- b) $AB = DE$, $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$
- c) $AB = DE$, $BC = EF$, $\hat{C} = \hat{F}$
- d) $AB = DE$, $BC = EF$, $CA = FD$

Exercice 12 – Mesurer l'inaccessible

Pour mesurer la largeur AB d'une rivière sans la traverser, un géomètre plante un piquet en O , milieu de $[BC]$ où C est sur sa rive. Il place ensuite D de l'autre côté de O , aligné avec A et O , tel que O soit le milieu de $[AD]$. Il mesure alors $CD = 24$ m.

Expliquer pourquoi $AB = 24$ m.

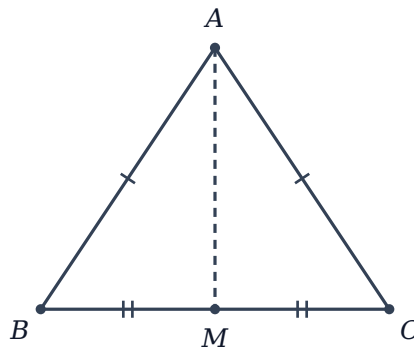


O est le milieu de $[AD]$ et de $[BC]$

Exercice 13 – Dans un triangle isocèle

ABC est isocèle en A et M est le milieu de $[BC]$.

Démontrer que les triangles ABM et ACM sont égaux, puis en déduire que $\widehat{ABM} = \widehat{ACM}$.



M est le milieu de $[BC]$

Exercice 14 – Repérer un raisonnement incomplet

Un élève écrit : « Les triangles ABC et DEF ont $AB = DE = 7$ cm et $\widehat{A} = \widehat{D} = 55^\circ$. Donc ils sont égaux. »

Que manque-t-il à sa démonstration ? Donner une donnée supplémentaire qui permettrait de conclure.

Exercice 15 – Synthèse : quatre situations

Dans chaque cas, dire si les deux triangles sont égaux et citer le cas d'égalité, ou expliquer pourquoi on ne peut pas conclure.

a) ABC et DEF avec $AB = DE = 5$ cm, $BC = EF = 9$ cm, $CA = FD = 7$ cm

- b) ABC et DEF avec $\hat{A} = \hat{D} = 40^\circ$, $\hat{B} = \hat{E} = 75^\circ$, $\hat{C} = \hat{F} = 65^\circ$
- c) ABC et DEF avec $BC = EF = 6 \text{ cm}$, $\hat{B} = \hat{E} = 30^\circ$, $\hat{C} = \hat{F} = 80^\circ$
- d) ABC et DEF avec $AB = DE = 4 \text{ cm}$, $AC = DF = 6 \text{ cm}$, $\hat{A} = \hat{D} = 110^\circ$