

Plaquette 5 – Problèmes et bilan du chapitre

Triangles égaux et semblables – Quatrième

Exercices

Méthode

Dans un problème, on ne vous dira pas quels triangles comparer : il faut les **repérer** dans la figure, puis choisir le bon outil. **Égaux ou semblables ?** Si l'énoncé donne des longueurs identiques, on cherche une égalité ; s'il donne des parallèles, des angles ou une échelle, on cherche une similitude. La rédaction attendue tient en quatre temps : les deux triangles, les égalités justifiées, le cas ou le critère cité, la conclusion.

Exercice 1 – Égaux ou semblables ?

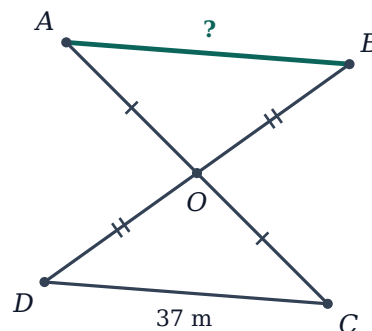
Pour chaque situation, dire s'il faut chercher des triangles **égaux** ou **semblables**.

- Calculer une largeur de rivière en reportant une distance de l'autre côté d'un point.
- Calculer la hauteur d'un arbre à partir de son ombre.
- Démontrer que les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu.
- Calculer une longueur sur un plan à l'échelle 1 / 200.

Exercice 2 – La largeur de l'étang

Pour mesurer la largeur AB d'un étang, un géomètre choisit un point O d'où il voit A et B . Il prolonge $[AO]$ jusqu'en C avec $OC = OA$, et $[BO]$ jusqu'en D avec $OD = OB$. Il mesure ensuite $CD = 37$ m.

Démontrer que $AB = 37$ m.



O est le milieu de $[AC]$ et de $[BD]$

Exercice 3 – Les diagonales du parallélogramme

$ABCD$ est un parallélogramme ; ses diagonales se coupent en O . On admet que $OA = OC$ et $OB = OD$.

Démontrer que les triangles AOB et COD sont égaux, puis en déduire que $AB = CD$.

Exercice 4 – Le plan de l'appartement

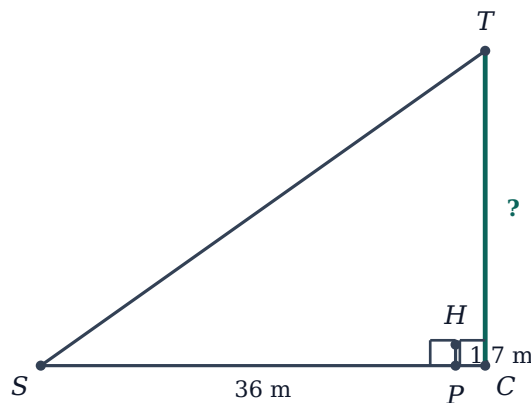
Sur un plan à l'échelle $\frac{1}{50}$, une pièce triangulaire a des côtés de 8 cm, 10 cm et 12 cm.

- Quelles sont les dimensions réelles de la pièce, en mètres ?
- L'aire de la pièce sur le plan est de $39,7 \text{ cm}^2$. Quelle est son aire réelle, en m^2 ? Arrondir au dixième.

Exercice 5 – La hauteur du clocher

Une personne de 1,7 m se place de façon que le sommet de son ombre coïncide avec celui de l'ombre d'un clocher. Son ombre mesure 2,4 m, celle du clocher 36 m.

Calculer la hauteur du clocher.

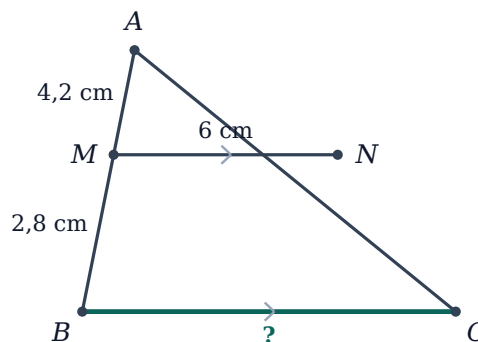


S : sommet commun des deux ombres

Exercice 6 – Deux triangles dans une figure

Sur la figure, (MN) est parallèle à (BC) , avec $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$. On donne $AM = 4,2 \text{ cm}$, $MB = 2,8 \text{ cm}$ et $MN = 6 \text{ cm}$.

- Calculer AB .
- Justifier que AMN et ABC sont semblables, puis calculer BC .



(MN) est parallèle à (BC)

Exercice 7 – Aire d'un triangle réduit

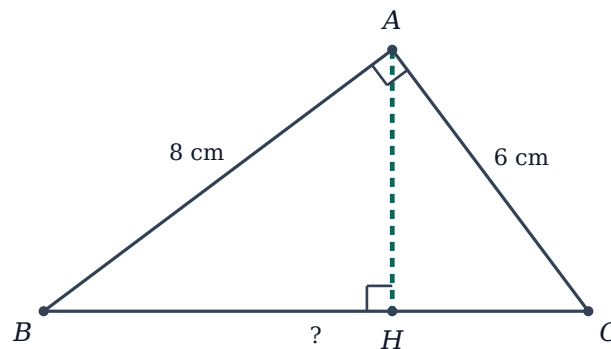
Un triangle ABC a une base de 12 cm et une hauteur de 9 cm. On construit un triangle semblable, réduit au rapport $k = \frac{2}{3}$.

- Calculer l'aire de ABC .
- Calculer l'aire du triangle réduit, de deux façons.

Exercice 8 – Triangle rectangle et hauteur

ABC est rectangle en A avec $AB = 8$ cm et $AC = 6$ cm. H est le pied de la hauteur issue de A .

- Calculer BC .
- On admet que les triangles ABC et HBA sont semblables, dans cet ordre. Calculer HB , puis HA .

**Exercice 9 – Le drapeau et son modèle réduit**

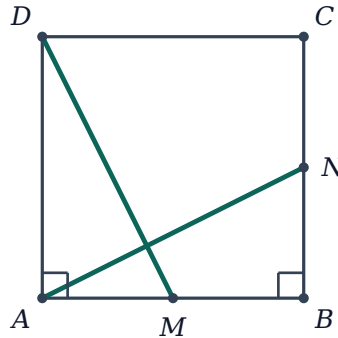
Un drapeau triangulaire a des côtés de 45 cm, 60 cm et 75 cm. On veut en fabriquer un modèle réduit dont le plus grand côté mesure 25 cm.

- Quel est le rapport de réduction ?
- Quelles seront les dimensions du modèle réduit ?
- Le grand drapeau est en tissu, à raison de 1350 cm^2 de tissu. Quelle surface de tissu faut-il pour le modèle réduit ?

Exercice 10 – Démontrer une égalité de longueurs

$ABCD$ est un carré et M est le milieu de $[AB]$, N le milieu de $[BC]$.

Démontrer que les triangles AMD et BNA sont égaux, puis en déduire que $DM = AN$.



M milieu de $[AB]$, N milieu de $[BC]$

Exercice 11 – Comparer deux photographies

Une photographie rectangulaire mesure 10 cm sur 15 cm. On en tire un agrandissement de 24 cm sur 36 cm.

- Les deux rectangles ont-ils la même forme ? Justifier par un calcul.
- Quel est le rapport d'agrandissement ?
- L'aire est multipliée par combien ?

Exercice 12 – Repérer les triangles utiles

Sur la figure, ABC est un triangle quelconque, M appartient à $[AB]$ et N à $[AC]$, avec $\widehat{AMN} = \widehat{ACB}$. On donne $AM = 3$ cm, $AC = 8$ cm et $AN = 4,5$ cm.

- Justifier que les triangles AMN et ACB sont semblables.
- Calculer AB .

Exercice 13 – Un raisonnement à compléter

On veut démontrer que deux triangles ABC et DEF sont égaux. On sait déjà que $AB = DE = 6$ cm et $BC = EF = 9$ cm.

Citer **deux** données supplémentaires différentes qui permettraient chacune de conclure, en précisant à chaque fois le cas d'égalité utilisé.

Exercice 14 – Le triangle dans le triangle

Un triangle ABC a une aire de 72 cm^2 . On construit à l'intérieur un triangle semblable, réduit au rapport $k = 0,5$.

- Quelle est l'aire du triangle réduit ?
- Quelle fraction de l'aire de ABC représente-t-elle ?
- Si l'on réduisait au rapport $0,25$, quelle serait l'aire ?

Exercice 15 – Synthèse : quatre questions de bilan

- a) Deux triangles ont des côtés de 6-8-10 cm et 9-12-15 cm. Sont-ils égaux ?
Semblables ?
- b) Deux triangles semblables ont un rapport $k = 4$. Le périmètre du petit est 17 cm :
quel est celui du grand ?
- c) Deux triangles semblables ont des aires de 25 cm^2 et 100 cm^2 . Quel est le rapport
de leurs longueurs ?
- d) Deux triangles ont les angles 50° - 60° - 70° et 50° - 60° - 70° . Sont-ils forcément
égaux ?