Plaquette 2 – Fonctions, accumulateurs et types de variables

Algorithmique et Python — Seconde

Exercices

Méthode

On écrit des **fonctions** à un ou plusieurs arguments, on choisit le **type** des variables (entier, flottant, chaîne de caractères, booléen), et l'on résume une suite de calculs dans un **accumulateur** : une variable initialisée avant la boucle et mise à jour à chaque tour (somme, produit, compte, maximum). Aucune liste n'est nécessaire : les valeurs sont produites par la boucle elle-même.

Exercice 1 – Reconnaître le type d'une variable

Donner le type de chaque valeur, puis prévoir l'affichage de chaque instruction.

a) *7* ; *7.0* ; *"7"* ; *7 > 3*.

b) *print(7 + 3)* ; *print("7" + "3")* ; *print(7 / 2)* ; *print(7 // 2)*.

c) Un élève écrit *age = "15"* puis *print(age + 1)*. Que se passe-t-il ?

Exercice 2 – Une fonction à deux arguments

Écrire une fonction *prix_ttc(ht, taux)* qui renvoie le prix toutes taxes comprises d'un article de prix hors taxes *ht* (en euros), avec un taux de TVA *taux* donné en pourcentage. Calculer *prix_ttc(50, 20)* et *prix_ttc(12.5, 5.5)*.

Exercice 3 – Somme des carrés

Écrire une fonction *somme_carres(n)* qui renvoie $1^2 + 2^2 + \cdots + n^2$. Exécuter la fonction à la main pour $n = 5$, puis donner la plus petite valeur de n pour laquelle cette somme dépasse 1 000.

Exercice 4 – Moyenne des images d'une fonction

On considère $f(x) = 2x + 1$. Écrire une fonction *moyenne_images(n)* qui renvoie la moyenne des nombres $f(1), f(2), \ldots, f(n)$, sans utiliser de liste. Calculer *moyenne_images(4)* et *moyenne_images(10)*.

Exercice 5 – Compter avec un « ou »

Écrire une fonction *compte(n)* qui compte les entiers de 1 à n divisibles par 3 ou par 5. Que renvoie *compte(20)* ? *compte(100)* renvoie 47 : vérifier ce résultat par un raisonnement.

Exercice 6 – Chercher un maximum sans liste

Un rectangle a un périmètre de 12 cm et une largeur x entière (en cm), de 0 à 6. Son aire vaut $f(x) = x(6 - x)$. Compléter la fonction pour qu'elle renvoie l'aire maximale et la largeur correspondante.

```
def maximum():
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
    meilleur = 0
    xmax = 0
    for x in range(0, 7):
        a = x * (6 - x)
        if ...:
            meilleur = a
            xmax = x
    return meilleur, xmax
```

Exercice 7 – Table de valeurs d'une fonction

Écrire un programme qui affiche la table de valeurs de $f(x) = x^2 - 3x + 1$ pour x entier de -2 à 4, puis donner les valeurs obtenues.

Exercice 8 – Un accumulateur multiplicatif

Écrire une fonction *puissance(a, n)* qui calcule a^n pour un entier $n \geq 0$ par multiplications successives, sans utiliser l'opérateur de puissance. Donner *puissance(2, 10)* et *puissance(1.05, 3)*. Que renvoie *puissance(7, 0)* ?

Exercice 9 – Boucle while : atteindre un seuil

Un capital de 2000 € augmente de 4 % par an. Écrire un programme qui trouve la première année où il dépasse 3000 €, et donner le résultat.

Exercice 10 – Somme jusqu'à dépasser un seuil

Écrire un programme qui trouve le plus petit entier n tel que $1 + 2 + \cdots + n$ dépasse 100, et donner le résultat.

Exercice 11 – Une fonction qui renvoie un booléen

Écrire une fonction *dans_intervalle(x, a, b)* qui renvoie *True* si $a \leq x \leq b$ et *False* sinon. Que renvoient *dans_intervalle(3, 1, 5)*, *dans_intervalle(5, 1, 5)* et *dans_intervalle(0, 1, 5)* ? Écrire ensuite, avec cette fonction, une condition qui teste si x n'appartient pas à $[1\,;5]$.

Exercice 12 – Une fonction qui renvoie une chaîne

Écrire une fonction *mention(note)* qui renvoie, pour une note sur 20 : « insuffisant » en dessous de 10, « assez bien » de 12 inclus à 14 exclu, « bien » de 14 inclus à 16 exclu, « très bien » à partir de 16, et « passable » sinon. Que renvoient *mention(9.5)*, *mention(12)* et *mention(15.9)* ?

Exercice 13 – Chercher un contre-exemple

On veut tester par programme deux égalités pour tous les entiers x de -100 à 100.

```
def premier_contre_exemple():
    for x in range(-100, 101):
        if (x + 1) ** 2 != x ** 2 + 1:
            return x
```

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

```
    return "aucun"
```

a) Que renvoie cette fonction ? Que prouve ce résultat ?

b) On remplace la condition par *(x + 1) 2 != x 2 + 2* x + 1*. Que renvoie la fonction ? Cela prouve-t-il l'égalité pour tous les réels ?

Exercice 14 – Moyenne et écart type au fil d'une boucle

On considère la fonction suivante, qui calcule la moyenne et l'écart type des nombres $1, 2, \ldots, n$.

```
from math import sqrt

def indicateurs(n):
    s = 0
    s2 = 0
    for k in range(1, n + 1):
        s = s + k
        s2 = s2 + k * k
    m = s / n
    return m, sqrt(s2 / n - m * m)
```

a) Que contiennent *s* et *s2* à la fin de la boucle ?

b) Exécuter la fonction à la main pour $n = 5$.

c) Vérifier l'écart type obtenu avec la définition (racine de la moyenne des carrés des écarts à la moyenne).

Exercice 15 – Synthèse : le tarif d'un parking

Un parking fait payer 2 € pour la première heure (ou moins), puis 1,50 € par demi-heure commencée au-delà, avec un plafond de 15 € par jour. La durée m est donnée en minutes (entier).

a) Combien paie-t-on pour 45 min ? 61 min ? 150 min ?

b) Compléter la fonction *tarif(m)*. On rappelle que le nombre de demi-heures commencées dans d minutes ($d \geq 1$) est *(d + 29) // 30*.

```
def tarif(m):
    if m <= 60:
        return ...
    k = (m - 60 + 29) // 30
    prix = ...
    if prix > 15:
        prix = 15
    return prix
```

c) Écrire un programme qui trouve, à l'aide d'une boucle *while*, la plus petite durée (en minutes) pour laquelle on paie le plafond. Quel résultat obtient-on ?

d) Quel est le type de la valeur renvoyée par *tarif(45)* ? Et par *tarif(61)* ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).