

Plaquette 1 - Développer, factoriser, résoudre

Calcul littéral et équations — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules et méthodes pour le calcul littéral.

— Distributivité : $k(a + b) = ka + kb$ et $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$.

— Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

— Factoriser, c'est écrire une somme sous forme de produit : on cherche un **facteur commun**, sinon on reconnaît une identité remarquable.

— Équation du premier degré : on isole l'inconnue en ajoutant ou en multipliant **des deux côtés** du signe =.

— Équation produit : $A \times B = 0$ équivaut à $A = 0$ **ou** $B = 0$.

— Inéquation : multiplier ou diviser par un nombre **néгатif change le sens** de l'inégalité.

Correction de l'exercice 1 - Développer et réduire

On applique la distributivité $k(a + b) = ka + kb$, en faisant attention aux signes.

a) $A = 3 \times 2x - 3 \times 5 = 6x - 15$.

b) $B = -2 \times 4 - 2 \times (-x) = -8 + 2x$, soit $B = 2x - 8$.

c) $C = x \times x + x \times 7 - 3x = x^2 + 7x - 3x = x^2 + 4x$.

Piège. En b), le signe $-$ porte sur les deux termes de la parenthèse : $-2 \times (-x) = +2x$.

Réponse. $A = 6x - 15$; $B = 2x - 8$; $C = x^2 + 4x$.

Correction de l'exercice 2 - Produit de deux binômes

On utilise la double distributivité du cours :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

— $2x \times x = 2x^2$;

— $2x \times (-4) = -8x$;

— $3 \times x = 3x$;

— $3 \times (-4) = -12$.

— On additionne et on réduit les termes en x : $-8x + 3x = -5x$.

$$D = 2x^2 - 5x - 12$$

Réponse. $D = 2x^2 - 5x - 12$.

Correction de l'exercice 3 - Identités remarquables

On reconnaît les trois identités du cours :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

a) Avec $a = x$ et $b = 5$: $(x + 5)^2 = x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 10x + 25$.

b) Avec $a = 3x$ et $b = 2$: $(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$.

c) C'est la troisième identité : $(x - 4)(x + 4) = x^2 - 4^2 = x^2 - 16$.

Piège. $(3x)^2 = 9x^2$ et non $3x^2$: le carré porte aussi sur le coefficient.

Réponse. a) $x^2 + 10x + 25$ · b) $9x^2 - 12x + 4$ · c) $x^2 - 16$.

Correction de l'exercice 4 - Factoriser avec un facteur commun

Factoriser, c'est repérer le facteur qui apparaît dans chaque terme, puis l'écrire une seule fois devant une parenthèse.

a) $5x^2 = 5x \times x$ et $15x = 5x \times 3$: le facteur commun est $5x$, donc $E = 5x(x + 3)$.

b) Le facteur commun est la parenthèse $(x - 1)$, présente dans les deux termes :

$$F = (x - 1)[(x + 2) + 3] = (x - 1)(x + 5)$$

— On vérifie en développant : $(x - 1)(x + 5) = x^2 + 5x - x - 5 = x^2 + 4x - 5$, et $F = x^2 + x - 2 + 3x - 3 = x^2 + 4x - 5$. C'est correct.

Réponse. a) $E = 5x(x + 3)$ · b) $F = (x - 1)(x + 5)$.

Correction de l'exercice 5 - Factoriser avec une identité

On lit les identités remarquables **de droite à gauche**.

a) $49 = 7^2$, donc $G = x^2 - 7^2 = (x - 7)(x + 7)$.

b) $4x^2 = (2x)^2$ et $9 = 3^2$, donc $H = (2x)^2 - 3^2 = (2x - 3)(2x + 3)$.

c) On reconnaît $a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$: en effet $6x = 2 \times x \times 3$ et $9 = 3^2$, donc $K = (x + 3)^2$.

Méthode. Pour une somme de trois termes, on vérifie toujours le terme du milieu : c'est lui qui confirme l'identité.

Réponse. a) $(x - 7)(x + 7)$ · b) $(2x - 3)(2x + 3)$ · c) $(x + 3)^2$.

Correction de l'exercice 6 - Équation du premier degré

Méthode du cours : on regroupe les x d'un côté et les nombres de l'autre, en faisant la même opération des deux côtés.

— On retire $3x$ des deux membres : $5x - 3x - 7 = 11$, soit $2x - 7 = 11$.

— On ajoute 7 des deux côtés : $2x = 18$.

— On divise par 2 : $x = 9$.

— Vérification : $5 \times 9 - 7 = 38$ et $3 \times 9 + 11 = 38$. Les deux membres sont égaux.

Réponse. $S = \{9\}$.

Correction de l'exercice 7 - Équation avec des fractions

On supprime les dénominateurs par un produit en croix (légitime car $3 \neq 0$ et $2 \neq 0$) :

$$\frac{2x - 1}{3} = \frac{x + 4}{2} \Leftrightarrow 2(2x - 1) = 3(x + 4)$$

— On développe : $4x - 2 = 3x + 12$.

— On retire $3x$: $x - 2 = 12$.

— On ajoute 2 : $x = 14$.

— Vérification : $\frac{2 \times 14 - 1}{3} = \frac{27}{3} = 9$ et $\frac{14 + 4}{2} = \frac{18}{2} = 9$.

Réponse. $S = \{14\}$.

Correction de l'exercice 8 - Équation produit

Propriété du cours : un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

- Première équation : $2x - 6 = 0$ donne $x = 3$; $x + 5 = 0$ donne $x = -5$. Donc $S = \{-5; 3\}$.
- Deuxième équation : on **ne divise pas par** x (on perdrait une solution). On ramène tout d'un côté puis on factorise :

$$x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow x(x - 4) = 0$$

- Donc $x = 0$ ou $x - 4 = 0$, c'est-à-dire $x = 0$ ou $x = 4$.

Piège. Diviser par x suppose $x \neq 0$: ici $x = 0$ est justement une solution.

Réponse. $\{-5; 3\}$ puis $\{0; 4\}$.

Correction de l'exercice 9 - Inéquation et sens de l'inégalité

- On retire 2 des deux côtés : $-3x \leq 9$.
- On divise par -3 : comme -3 est **négatif**, l'inégalité change de sens :

$$x \geq \frac{9}{-3} = -3$$

- L'ensemble des solutions est donc $[-3; +\infty[$.
- Vérification avec $x = 0$: $-3 \times 0 + 2 = 2 \leq 11$, vrai, et 0 appartient bien à l'intervalle trouvé.

Piège. C'est l'erreur la plus fréquente du chapitre : on ne change le sens que lorsqu'on multiplie ou divise par un nombre négatif, jamais lorsqu'on ajoute.

Réponse. $S = [-3; +\infty[$.

Correction de l'exercice 10 - Mise en équation : un rectangle

On choisit l'inconnue, on traduit l'énoncé, on résout, on conclut.

- Soit x la largeur en mètres. La longueur vaut alors $x + 7$.
- Formule du périmètre d'un rectangle : $P = 2(\ell + L)$, donc
$$2(x + (x + 7)) = 46$$
- On développe : $2(2x + 7) = 46$, soit $4x + 14 = 46$.
- On retire 14 : $4x = 32$, donc $x = 8$.
- La largeur vaut 8 m et la longueur $8 + 7 = 15$ m.
- Vérification : $2(8 + 15) = 2 \times 23 = 46$ m. Le périmètre est bien celui annoncé.

Réponse. Largeur 8 m, longueur 15 m.

Correction de l'exercice 11 - Synthèse : démontrer puis résoudre

a) On développe chaque carré avec les identités du cours :

- $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$;
- $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$;
- on soustrait **toute** la seconde expression :

$$M = (x^2 + 6x + 9) - (x^2 - 4x + 4) = x^2 + 6x + 9 - x^2 + 4x - 4 = 10x + 5$$

b) L'équation $(x + 3)^2 = (x - 2)^2$ s'écrit $M = 0$, c'est-à-dire $10x + 5 = 0$.

— Donc $10x = -5$ et $x = -\frac{1}{2}$.

— Vérification : $\left(-\frac{1}{2} + 3\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ et $\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$. Égalité confirmée.

À retenir. Deux carrés sont égaux lorsque les nombres sont égaux **ou** opposés : ici $x + 3 = -(x - 2)$ donne la même solution.

Réponse. a) $M = 10x + 5$ · b) $S = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$.