Plaquette 4 – Identités remarquables : développer, factoriser, résoudre

Calcul littéral et équations — Seconde

Exercices

Méthode

On reconnaît et on utilise les **trois identités remarquables** dans les deux sens, on choisit la **forme adaptée** à la question posée, et on résout des équations grâce à la **factorisation**.

Exercice 1 – Développer trois expressions

Développer : $A = (3x - 2)^2$, $B = (4x + 5)(4x - 5)$ et $C = (x + 3)^2 - (x - 1)^2$.

Exercice 2 – Factoriser trois expressions

Factoriser : $A = 25x^2 - 49$, $B = x^2 - 14x + 49$ et $C = 9x^2 + 30x + 25$.

Exercice 3 – Résoudre par factorisation

Résoudre $x^2 - 16 = 0$, $x^2 + 8x + 16 = 0$ et $4x^2 = 25$.

Exercice 4 – Choisir la bonne forme

Soit $f(x) = (x - 3)^2 - 4$. Donner la forme développée et la forme factorisée, puis résoudre $f(x) = 0$ et calculer $f(5)$.

Exercice 5 – Calcul astucieux

Calculer sans calculatrice : $A = 103^2$, $B = 98^2$ et $C = 47 \times 53$.

Exercice 6 – Factorisation en deux étapes

Factoriser $A = x^3 - 4x$ et $B = 2x^2 - 18$.

Exercice 7 – Une forme qui donne le minimum

Soit $f(x) = x^2 + 6x + 2$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = (x + 3)^2 - 7$.

b) En déduire le minimum de f et la valeur de x où il est atteint.

c) Résoudre $f(x) = 0$.

Exercice 8 – Démontrer avec les identités

Démontrer que pour tous réels a et b : $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Équation avec identité cachée

Résoudre $(2x+1)^2 = (x-3)^2$.

Exercice 10 – Reconnaître un carré parfait

Parmi $x^2+12x+36$, $x^2+12x+30$, $4x^2-20x+25$, lesquels sont des carrés parfaits ?

Exercice 11 – Factoriser avec un facteur commun caché

Factoriser $A = (x-1)^2 - (x-1)(3x+2)$ et $B = (2x+5)^2 - 9$.

Exercice 12 – Problème géométrique

Un carré de côté x voit son côté augmenter de 4 cm. De combien son aire augmente-t-elle ? Pour quel x l'augmentation vaut-elle 80 cm² ?

Exercice 13 – Identité et arithmétique

Démontrer que n^2+2n+1 est un carré parfait pour tout entier n, puis que n^2+2n+2 n'en est jamais un pour $n \geq 1$.

Exercice 14 – Simplifier une expression

Simplifier $A = \dfrac{x^2-25}{x^2+10x+25}$ pour $x \neq -5$.

Exercice 15 – Somme de deux carrés

a) Démontrer que $x^2+y^2=0$ implique $x=0$ et $y=0$.

b) Vérifier que $x^2-4x+y^2+6y+13 = (x-2)^2+(y+3)^2$ pour tous réels x et y.

c) En déduire les couples $(x\,;y)$ tels que $x^2-4x+y^2+6y+13=0$.

Exercice 16 – Synthèse : étude complète

Soit $f(x) = 2x^2-12x+10$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x) = 2(x-3)^2-8$.

b) En déduire la forme factorisée de f.

c) Résoudre $f(x)=0$ puis $f(x) \leq 0$.

d) Donner le minimum de f.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).