Plaquette 3 – Inéquations, tableaux de signes et comparaisons

Calcul littéral et équations — Seconde

Exercices

Méthode

On résout des **inéquations** du premier degré, on étudie le **signe d'un produit ou d'un quotient** par tableau, on **encadre** et on **compare** des quantités, par leur différence ou par leur rapport.

Exercice 1 – Inéquation simple

Résoudre $4x + 9 < 7x - 3$ et donner la solution en intervalle.

Exercice 2 – Inéquation avec négatif

Résoudre $-3(x - 2) \geq 5x + 14$.

Exercice 3 – Tableau de signes d'un produit

Étudier le signe de $(2x - 4)(5 - x)$ et résoudre $(2x - 4)(5 - x) > 0$.

Exercice 4 – Tableau de signes d'un quotient

Résoudre $\dfrac{x + 3}{2x - 1} \leq 0$.

Exercice 5 – Somme d'inégalités et encadrement

On sait que $2 \leq a \leq 5$ et $-3 \leq b \leq 1$. Encadrer $a + b$, $3a$, $-2b$ et $a - b$.

Exercice 6 – Comparer par la différence

a) Comparer $A = (n + 1)^2$ et $B = n^2 + 2n$ pour tout réel n.

b) Montrer que, pour tout réel x, $x^2 + 1 \geq 2x$. Dans quel cas a-t-on l'égalité ?

Exercice 7 – Comparer par le rapport

a) Un abonnement passe de 48 € à 60 €. Comparer les deux prix par leur rapport et interpréter.

b) Sans calculatrice, comparer $a = 3^{20}$ et $b = 2^{30}$.

Exercice 8 – Deux inéquations à la fois

Déterminer les réels x qui vérifient à la fois $3x - 2 \leq 7$ et $5 - 2x < 1$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Problème à deux tarifs

Au cinéma, 3 places adultes et 2 places enfants coûtent 37 €. Une place adulte coûte 6,50 € de plus qu'une place enfant. Calculer les deux tarifs.

Exercice 10 – Inéquation produit

Résoudre $x^2 \leq 9$ à l'aide d'une factorisation.

Exercice 11 – Problème d'optimisation simple

Un artisan vend ses objets à 15 € pièce. Ses coûts sont de 200 € fixes plus 7 € par objet. À partir de combien d'objets est-il bénéficiaire ?

Exercice 12 – Inéquation avec fractions

Résoudre $\dfrac{2x-1}{3} - \dfrac{x+2}{4} > 1$.

Exercice 13 – Exprimer une variable en fonction des autres

a) Dans la loi d'Ohm $U = RI$, exprimer I en fonction de U et R ($R > 0$).

b) Le volume d'un cylindre vaut $V = \pi r^2 h$. Exprimer h en fonction de V et r, puis calculer h pour $V = 500$ cm³ et $r = 5$ cm.

c) Exprimer y en fonction de x dans la relation $3x + 2y = 12$, puis trouver tous les couples d'entiers naturels $(x\,;y)$ qui la vérifient.

Exercice 14 – Signe d'un trinôme factorisé

Étudier le signe de $-2(x-1)(x+4)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 15 – Problème de comparaison de tarifs

Un abonnement de salle de sport coûte 30 € par mois plus 2 € par séance ; un autre coûte 5 € par séance sans abonnement. À partir de combien de séances le premier est-il avantageux ?

Exercice 16 – Inéquation à paramètre

Résoudre $2x + m > 5$ selon les valeurs de m, puis déterminer m pour que $x = 1$ soit solution.

Exercice 17 – Synthèse : problème complet

Un champ rectangulaire a un périmètre de 200 m.

a) Si la longueur vaut x, exprimer la largeur et l'aire.

b) Vérifier que $x(100-x) - 2\,100 = -(x-30)(x-70)$, puis déterminer pour quelles valeurs de x l'aire dépasse 2 100 m².

c) Vérifier que $x(100-x) = 2\,500 - (x-50)^2$, puis en déduire l'aire maximale.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).