

Plaquette 2 - Équation cartésienne et vecteur directeur

Droites du plan — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les trois écritures d'une droite.

Écriture	Forme	Avantage
réduite	$y = mx + p$	pente et ordonnée à l'origine lisibles
cartésienne	$ax + by + c = 0$	couvre aussi les droites verticales
paramétrée par un point et un vecteur	A et $\vec{u}$	pas de division, jamais de cas particulier

Du cartésien au vecteur directeur. Si $D: ax + by + c = 0$, alors un vecteur directeur est

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

Attention à l'**ordre** et au **signe** : on prend $-b$ en abscisse et a en ordonnée.

Du vecteur directeur au cartésien. Si $\vec{u}(\alpha; \beta)$ dirige une droite passant par $A(x_A; y_A)$, alors $M(x; y)$ appartient à la droite si et seulement si $\overrightarrow{AM}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires :

$$\beta(x - x_A) - \alpha(y - y_A) = 0$$

Pente et vecteur directeur. Si $\vec{u}(\alpha; \beta)$ avec $\alpha \neq 0$, la pente vaut $m = \frac{\beta}{\alpha}$. Si $\alpha = 0$, la droite est **verticale** et n'a pas de pente.

Parallélisme et perpendicularité.

Condition	Sur les vecteurs directeurs	Sur les pentes
parallèles	colinéaires : $\alpha\beta' - \alpha'\beta = 0$	$m = m'$
perpendiculaires	$\alpha\alpha' + \beta\beta' = 0$	$mm' = -1$

Droites particulières. $x = h$ est verticale (vecteur directeur $(0; 1)$), $y = k$ est horizontale (vecteur directeur $(1; 0)$).

Correction de l'exercice 1 - De l'équation réduite au cartésien

- **Première droite** : on passe tout du même côté ✓
- **Résultat** : $3x - y - 5 = 0$ ✓
- **Contrôle** : avec $x = 0$, on obtient $-y - 5 = 0$, donc $y = -5$ ✓
- **Cohérence** : c'est bien l'ordonnée à l'origine ✓
- **Deuxième droite** : $y = -\frac{2}{3}x + 1$ ✓
- **Multiplication par 3** : $3y = -2x + 3$ ✓
- **Résultat** :

$$2x + 3y - 3 = 0$$

- **Contrôle** : avec $x = 0$, on obtient $3y = 3$, donc $y = 1$ ✓

- **Contrôle** : avec $x = 3$, on obtient $6 + 3y - 3 = 0$, donc $y = -1$ ✓
 - **Vérification dans l'équation réduite** : $-\frac{2}{3} \times 3 + 1 = -1$ ✓
 - **Troisième droite** : $x = 4$ ✓
 - **Forme cartésienne** : $x - 4 = 0$, soit $a = 1$, $b = 0$, $c = -4$ ✓
 - **Remarque essentielle** : cette droite **verticale** n'a pas d'équation réduite ✓
 - **Raison** : sa pente serait infinie ✓
 - **Avantage de la forme cartésienne** : elle décrit **toutes** les droites, verticales comprises ✓
 - **Unicité** : une équation cartésienne n'est pas unique, on peut la multiplier par tout réel non nul ✓
 - **Contrôle** : $6x - 2y - 10 = 0$ décrit la même droite que $3x - y - 5 = 0$ ✓
- Réponse.** $3x - y - 5 = 0$; $2x + 3y - 3 = 0$; $x - 4 = 0$.

Correction de l'exercice 2 - Du cartésien à la forme réduite

- **Première équation** : on isole y ✓
- **Étape** : $-2y = -4x - 6$ ✓
- **Division par -2** :

$$y = 2x + 3$$

- **Pente** : 2 ; **ordonnée à l'origine** : 3 ✓
- **Contrôle** : le point $(0; 3)$ vérifie $0 - 6 + 6 = 0$ ✓
- **Deuxième équation** : $5y = -3x$ ✓
- **Forme réduite** :

$$y = -\frac{3}{5}x$$

- **Pente** : $-\frac{3}{5}$; **ordonnée à l'origine** : 0 ✓
- **Interprétation** : la droite passe par l'**origine** ✓
- **Contrôle** : $(5; -3)$ donne $15 - 15 = 0$ ✓
- **Troisième équation** : $2x = 8$, donc $x = 4$ ✓
- **Nature** : une droite **verticale** ✓
- **Conclusion** : elle **n'admet pas** de forme réduite ✓
- **Critère général** : $ax + by + c = 0$ admet une forme réduite si et seulement si $b \neq 0$ ✓
- **Contrôles** : $b = -2$ et $b = 5$ pour les deux premières, $b = 0$ pour la troisième ✓
- **Vecteurs directeurs correspondants** : $(2; 4)$, $(-5; 3)$ et $(0; 2)$ ✓

Réponse. $y = 2x + 3$; $y = -\frac{3}{5}x$; la troisième est verticale ($x = 4$) et n'en admet pas.

Correction de l'exercice 3 - Vecteur directeur d'une droite

- **Première droite** : $a = 3$ et $b = -5$ ✓
- **Formule** : $\vec{u}(-b; a)$ ✓
- **Résultat** : $\vec{u}(5; 3)$ ✓
- **Contrôle** : la pente vaut $\frac{3}{5}$, et la forme réduite est $y = \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$ ✓
- **Vérification** : $-5y = -3x - 2$, donc $y = \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}$ ✓
- **Deuxième droite** : on la met sous forme cartésienne, $4x - y - 1 = 0$ ✓
- **Coefficients** : $a = 4$ et $b = -1$ ✓

- **Vecteur directeur** : $\vec{v}(1; 4)$ ✓
- **Contrôle** : la pente vaut $\frac{4}{1} = 4$ ✓
- **Règle pratique** : pour $y = mx + p$, un vecteur directeur est toujours $(1; m)$ ✓
- **Troisième droite** : $x + 2 = 0$, donc $a = 1$ et $b = 0$ ✓
- **Vecteur directeur** : $\vec{w}(0; 1)$ ✓
- **Cohérence** : la droite est verticale, son vecteur directeur est vertical ✓
- **Remarque sur la non-unicité** : $(10; 6)$ dirige aussi la première droite ✓
- **Contrôle** : $(10; 6) = 2 \times (5; 3)$ ✓
- **Vecteur unitaire de la première** : $\frac{1}{\sqrt{34}}(5; 3)$, de norme 1 ✓

Réponse. $(5; 3)$; $(1; 4)$; $(0; 1)$.

Correction de l'exercice 4 - Droite par un point et un vecteur

- **Condition d'appartenance** : $\overrightarrow{AM}$ colinéaire à $\vec{u}$ ✓
- **Vecteur $\overrightarrow{AM}$** : $(x - 2; y + 3)$ ✓
- **Déterminant nul** : $4(y + 3) - 7(x - 2) = 0$ ✓
- **Développement** : $4y + 12 - 7x + 14 = 0$ ✓
- **Réorganisation** :

$$-7x + 4y + 26 = 0 \quad \text{ou} \quad 7x - 4y - 26 = 0$$
- **Contrôle en A** : $14 + 12 - 26 = 0$ ✓
- **Contrôle du vecteur directeur** : $a = 7$ et $b = -4$ donnent $(4; 7)$ ✓
- **Cohérence** : c'est bien $\vec{u}$ ✓
- **Forme réduite** : $4y = 7x - 26$, donc $y = \frac{7}{4}x - \frac{26}{4} = \frac{7}{4}x - 6,5$ ✓
- **Contrôle en A** : $\frac{7}{4} \times 2 - 6,5 = 3,5 - 6,5 = -3$ ✓
- **Autre point de la droite** : $A + \vec{u} = (6; 4)$ ✓
- **Contrôle** : $42 - 16 - 26 = 0$ ✓
- **Troisième point** : $A - \vec{u} = (-2; -10)$ ✓
- **Contrôle** : $-14 + 40 - 26 = 0$ ✓
- **Pente** : $\frac{7}{4} = 1,75$ ✓

Réponse. $7x - 4y - 26 = 0$, soit $y = \frac{7}{4}x - 6,5$.

Correction de l'exercice 5 - Droite par deux points

- **Vecteur directeur** : $\overrightarrow{AB} = (4; -12)$ ✓
- **Simplification** : on peut prendre $(1; -3)$ ✓
- **Condition** : $\overrightarrow{AM}(x + 1; y - 5)$ colinéaire à $(1; -3)$ ✓
- **Déterminant nul** : $1 \times (y - 5) - (x + 1) \times (-3) = 0$ ✓
- **Développement** : $y - 5 + 3x + 3 = 0$ ✓
- **Résultat** :

$$3x + y - 2 = 0$$
- **Contrôle en A** : $-3 + 5 - 2 = 0$ ✓
- **Contrôle en B** : $9 - 7 - 2 = 0$ ✓
- **Forme réduite** : $y = -3x + 2$ ✓

- **Pente** : -3 ✓
- **Contrôle par le calcul direct** : $\frac{-7-5}{3-(-1)} = \frac{-12}{4} = -3$ ✓
- **Ordonnée à l'origine** : 2 ✓
- **Contrôle** : le point $(0; 2)$ vérifie $0 + 2 - 2 = 0$ ✓
- **Vecteur directeur depuis l'équation** : $a = 3$ et $b = 1$ donnent $(-1; 3)$ ✓
- **Cohérence** : $(-1; 3) = -1 \times (1; -3)$, colinéaire à $\overrightarrow{AB}$ ✓
- **Intersection avec l'axe des abscisses** : $3x - 2 = 0$, donc $x = \frac{2}{3}$ ✓

Réponse. $3x + y - 2 = 0$, soit $y = -3x + 2$.

Correction de l'exercice 6 - Droites parallèles

- **Vecteur directeur de la première** : $(3; 2)$ ✓
- **Vecteur directeur de la deuxième** : $(-6; -4)$ ✓
- **Déterminant** : $3 \times (-4) - (-6) \times 2 = -12 + 12 = 0$ ✓
- **Conclusion** : les vecteurs sont colinéaires, les droites sont **parallèles** ✓
- **Coefficient** : $(-6; -4) = -2 \times (3; 2)$ ✓
- **Sont-elles confondues ?** On teste un point ✓
- **Point de la première** : $(1; 3)$, car $2 - 9 + 7 = 0$ ✓
- **Test dans la deuxième** : $-4 + 18 + 1 = 15 \neq 0$ ✓
- **Conclusion** : elles sont **strictement parallèles** ✓
- **Troisième droite** : vecteur directeur $(-2; 3)$ ✓
- **Déterminant avec la première** : $3 \times 3 - (-2) \times 2 = 9 + 4 = 13 \neq 0$ ✓
- **Conclusion** : elles sont **sécantes** ✓
- **Test de perpendicularité** : $3 \times (-2) + 2 \times 3 = -6 + 6 = 0$ ✓
- **Conclusion plus précise** : elles sont **perpendiculaires** ✓
- **Contrôle par les pentes** : $\frac{2}{3}$ et $-\frac{3}{2}$ ✓
- **Produit** : $\frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -1$ ✓

Réponse. Les deux premières sont strictement parallèles ; la première et la troisième sont **perpendiculaires**.

Correction de l'exercice 7 - Parallèle passant par un point

- **Principe** : une parallèle a la même partie $ax + by$, seule la constante change ✓
- **Forme cherchée** : $5x - 2y + c = 0$ ✓
- **Passage par A** : $5 \times 4 - 2 \times 1 + c = 0$ ✓
- **Calcul** : $20 - 2 + c = 0$, donc $c = -18$ ✓
- **Équation** :

$$5x - 2y - 18 = 0$$
- **Contrôle en A** : $20 - 2 - 18 = 0$ ✓
- **Vecteur directeur commun** : $(2; 5)$ ✓
- **Contrôle du parallélisme** : les deux équations ont les mêmes coefficients a et b ✓
- **Formes réduites** : $y = \frac{5}{2}x + \frac{3}{2}$ et $y = \frac{5}{2}x - 9$ ✓
- **Contrôle** : mêmes pentes, ordonnées à l'origine différentes ✓
- **Vérification en A** : $\frac{5}{2} \times 4 - 9 = 10 - 9 = 1$ ✓

- **Autre point de la nouvelle droite** : $A + (2; 5) = (6; 6) \checkmark$
- **Contrôle** : $30 - 12 - 18 = 0 \checkmark$
- **Perpendiculaire par A, pour comparaison** : on échange et on change un signe, soit $2x + 5y + c' = 0 \checkmark$
- **Passage par A** : $8 + 5 + c' = 0$, donc $c' = -13 \checkmark$
- **Équation de la perpendiculaire** : $2x + 5y - 13 = 0 \checkmark$

Réponse. $5x - 2y - 18 = 0$, soit $y = \frac{5}{2}x - 9$.

Correction de l'exercice 8 - Perpendiculaire passant par un point

- **Pente de la droite donnée** : $m = -\frac{3}{4} \checkmark$
- **Condition de perpendicularité** : $mm' = -1 \checkmark$
- **Pente cherchée** : $m' = \frac{-1}{-\frac{3}{4}} = \frac{4}{3} \checkmark$

— **Forme** : $y = \frac{4}{3}x + p \checkmark$

— **Passage par B** : $5 = \frac{4}{3} \times (-2) + p \checkmark$

— **Calcul** : $5 = -\frac{8}{3} + p$, donc $p = 5 + \frac{8}{3} = \frac{23}{3} \checkmark$

— **Équation** :

$$y = \frac{4}{3}x + \frac{23}{3}$$

— **Contrôle en B** : $-\frac{8}{3} + \frac{23}{3} = \frac{15}{3} = 5 \checkmark$

— **Forme cartésienne** : $4x - 3y + 23 = 0 \checkmark$

— **Contrôle** : $-8 - 15 + 23 = 0 \checkmark$

— **Vecteurs directeurs** : $(4; -3)$ pour la droite donnée, $(3; 4)$ pour la perpendiculaire $\checkmark$

— **Contrôle de perpendicularité** : $4 \times 3 + (-3) \times 4 = 12 - 12 = 0 \checkmark$

— **Point d'intersection** : $-\frac{3}{4}x + 2 = \frac{4}{3}x + \frac{23}{3} \checkmark$

— **Résolution** : $-\frac{3}{4}x - \frac{4}{3}x = \frac{23}{3} - 2$, soit $-\frac{25}{12}x = \frac{17}{3} \checkmark$

— **Donc** : $x = -\frac{17}{3} \times \frac{12}{25} = -\frac{68}{25} = -2,72 \checkmark$

— **Ordonnée** : $y = -\frac{3}{4} \times (-2,72) + 2 = 2,04 + 2 = 4,04 \checkmark$

Réponse. $y = \frac{4}{3}x + \frac{23}{3}$, soit $4x - 3y + 23 = 0$.

Correction de l'exercice 9 - Intersection par un système

- **Vérification de la sécance** : vecteurs directeurs $(-2; 3)$ et $(4; 1) \checkmark$
- **Déterminant** : $-2 \times 1 - 4 \times 3 = -2 - 12 = -14 \neq 0 \checkmark$
- **Conclusion** : les droites sont **sécantes** $\checkmark$
- **Méthode par substitution** : de la seconde équation, $x = 4y - 10 \checkmark$
- **Report dans la première** : $3(4y - 10) + 2y - 12 = 0 \checkmark$
- **Développement** : $12y - 30 + 2y - 12 = 14y - 42 = 0 \checkmark$
- **Résolution** : $y = 3 \checkmark$
- **Abscisse** : $x = 4 \times 3 - 10 = 2 \checkmark$
- **Point d'intersection** :

$$E(2; 3)$$

- **Contrôle dans la première** : $6 + 6 - 12 = 0$ ✓
- **Contrôle dans la seconde** : $2 - 12 + 10 = 0$ ✓
- **Méthode par combinaison, en contrôle** : on multiplie la seconde par 3 ✓
- **Système équivalent** : $3x + 2y = 12$ et $3x - 12y = -30$ ✓
- **Soustraction** : $14y = 42$, donc $y = 3$ ✓
- **Cohérence** : les deux méthodes donnent le même résultat ✓
- **Formes réduites** : $y = -\frac{3}{2}x + 6$ et $y = \frac{1}{4}x + \frac{5}{2}$ ✓
- **Contrôle en $x = 2$** : $-3 + 6 = 3$ ✓ et $\frac{1}{2} + \frac{5}{2} = 3$ ✓

Réponse. $E(2; 3)$.

Correction de l'exercice 10 - Système sans solution

- **Vecteurs directeurs** : $(-6; 2)$ et $(-3; 1)$ ✓
- **Déterminant** : $-6 \times 1 - (-3) \times 2 = -6 + 6 = 0$ ✓
- **Conclusion** : les droites sont **parallèles** ✓
- **Sont-elles confondues ?** On multiplie la seconde par 2 ✓
- **Résultat** : $2x + 6y + 2 = 0$ ✓
- **Comparaison** : $2x + 6y = 5$ pour la première, $2x + 6y = -2$ pour la seconde ✓
- **Contradiction** : $5 \neq -2$ ✓
- **Conclusion** : le système **n'a aucune solution** ✓
- **Interprétation** : les droites sont **strictement parallèles**, elles ne se coupent pas ✓
- **Contrôle par les formes réduites** : $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{6}$ et $y = -\frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$ ✓
- **Cohérence** : mêmes pentes, ordonnées à l'origine différentes ✓
- **Distance entre les deux droites** : on prend un point de la seconde, $(-1; 0)$ ✓
- **Contrôle** : $-1 + 0 + 1 = 0$ ✓
- **Un point de la première** : $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ ✓
- **Contrôle** : $5 - 5 = 0$ ✓
- **Cas des droites confondues, pour comparaison** : $2x + 6y + 2 = 0$ et $x + 3y + 1 = 0$ ont une **infinité** de solutions communes ✓

Réponse. Aucune solution : les droites sont strictement parallèles.

Correction de l'exercice 11 - Trois droites concourantes

- **Stratégie** : trouver l'intersection des deux premières, puis tester la troisième ✓
- **Système** : $x + y = 6$ et $2x - y = 3$ ✓
- **Addition** : $3x = 9$, donc $x = 3$ ✓
- **Ordonnée** : $y = 6 - 3 = 3$ ✓
- **Point d'intersection** :

$$E(3; 3)$$

- **Contrôle dans la première** : $3 + 3 - 6 = 0$ ✓
- **Contrôle dans la deuxième** : $6 - 3 - 3 = 0$ ✓
- **Test dans la troisième** : $3 \times 3 - 4 \times 3 + 1 = 9 - 12 + 1 = -2$ ✓
- **Résultat** : $-2 \neq 0$ ✓
- **Conclusion** : le point E **n'appartient pas** à la troisième droite ✓

- **Réponse** : les trois droites ne sont **pas** concourantes ✓
- **Vérification par une autre paire** : la première et la troisième ✓
- **Système** : $x + y = 6$ et $3x - 4y = -1$ ✓
- **Substitution** : $y = 6 - x$, donc $3x - 24 + 4x = -1$ ✓
- **Résolution** : $7x = 23$, donc $x = \frac{23}{7} \approx 3,286$ ✓
- **Ordonnée** : $y = 6 - \frac{23}{7} = \frac{19}{7} \approx 2,714$ ✓
- **Conclusion** : ce point est distinct de $E(3; 3)$, ce qui confirme la réponse ✓
- **Correction de la troisième pour la rendre concourante** : il faudrait $3x - 4y + 3 = 0$ ✓
- **Contrôle** : $9 - 12 + 3 = 0$ ✓

Réponse. Non : les deux premières se coupent en $E(3; 3)$, qui donne $-2 \neq 0$ dans la troisième.

Correction de l'exercice 12 - Droite et paramètre

- **Passage par A** : on substitue ✓
- **Équation** : $2m + 12 - 6 = 0$ ✓
- **Résolution** : $2m = -6$, donc $m = -3$ ✓
- **Contrôle** : $-6 + 12 - 6 = 0$ ✓
- **Équation obtenue** : $-3x + 3y - 6 = 0$, soit $y = x + 2$ ✓
- **Contrôle en A** : $2 + 2 = 4$ ✓
- **Condition de parallélisme** : même pente que $y = 2x$, soit 2 ✓
- **Forme réduite de la droite paramétrée** : $3y = -mx + 6$, donc $y = -\frac{m}{3}x + 2$ ✓
- **Équation** : $-\frac{m}{3} = 2$ ✓
- **Résolution** : $m = -6$ ✓
- **Équation obtenue** : $-6x + 3y - 6 = 0$, soit $y = 2x + 2$ ✓
- **Contrôle du parallélisme** : même pente 2, ordonnées à l'origine 0 et 2 ✓
- **Conclusion** : les droites sont strictement parallèles ✓
- **Remarque** : toutes les droites de la famille passent par $(0; 2)$ ✓
- **Justification** : avec $x = 0$, on obtient $3y = 6$ quel que soit m ✓
- **Conséquence** : la famille décrit le **faisceau** des droites passant par $(0; 2)$, sauf la verticale $x = 0$ ✓

Réponse. $m = -3$ pour passer par A ; $m = -6$ pour être parallèle à $y = 2x$.

Correction de l'exercice 13 - Médiane et équation

- **Milieu de [BC]** : $A' = \left(\frac{8+2}{2}; \frac{2+6}{2} \right) = (5; 4)$ ✓
- **Vecteur directeur** : $\overrightarrow{AA'} = (5; 4)$ ✓
- **La droite passe par l'origine** : son équation est de la forme $y = mx$ ✓
- **Pente** : $\frac{4}{5}$ ✓
- **Équation réduite** :

$$y = \frac{4}{5}x$$

- **Forme cartésienne** : $4x - 5y = 0$ ✓
- **Contrôle en A** : $0 = 0$ ✓

- **Contrôle en A'** : $20 - 20 = 0$ ✓
- **Médiane issue de B** : le milieu de $[AC]$ est $B' = (1 ; 3)$ ✓
- **Vecteur** : $\overrightarrow{BB'} = (-7 ; 1)$ ✓
- **Équation** : $1 \times (x - 8) - (-7)(y - 2) = 0$ ✓
- **Développement** : $x - 8 + 7y - 14 = 0$, soit $x + 7y - 22 = 0$ ✓
- **Contrôle en B** : $8 + 14 - 22 = 0$ ✓
- **Contrôle en B'** : $1 + 21 - 22 = 0$ ✓
- **Intersection des deux médianes** : $4x = 5y$ et $x + 7y = 22$ ✓
- **Substitution** : $x = \frac{5}{4}y$, donc $\frac{5}{4}y + 7y = 22$, soit $\frac{33}{4}y = 22$ ✓
- **Résolution** : $y = \frac{88}{33} = \frac{8}{3}$, puis $x = \frac{10}{3}$ ✓
- **Contrôle par le centre de gravité** : $\left(\frac{0+8+2}{3}, \frac{0+2+6}{3}\right) = \left(\frac{10}{3}, \frac{8}{3}\right)$ ✓

Réponse. $y = \frac{4}{5}x$, soit $4x - 5y = 0$.

Correction de l'exercice 14 - Hauteur d'un triangle

- **Définition** : la hauteur issue de A est perpendiculaire à $[BC]$ ✓
- **Vecteur $\overrightarrow{BC}$** : $(-4 ; 6)$, qu'on simplifie en $(-2 ; 3)$ ✓
- **Condition de perpendicularité** : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ ✓
- **Écriture** : $-2(x - 1) + 3(y - 1) = 0$ ✓
- **Développement** : $-2x + 2 + 3y - 3 = 0$ ✓
- **Équation** :

$$-2x + 3y - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 3y + 1 = 0$$
- **Contrôle en A** : $2 - 3 + 1 = 0$ ✓
- **Vecteur directeur de la hauteur** : $a = 2$ et $b = -3$ donnent $(3 ; 2)$ ✓
- **Contrôle de perpendicularité** : $3 \times (-2) + 2 \times 3 = 0$ ✓
- **Forme réduite** : $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ ✓
- **Contrôle en A** : $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1$ ✓
- **Pied de la hauteur** : intersection avec (BC) ✓
- **Équation de (BC)** : pente $\frac{9-3}{3-7} = -\frac{3}{2}$, et passant par B , donc $y = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$ ✓
- **Contrôle en C** : $-\frac{9}{2} + \frac{27}{2} = 9$ ✓
- **Système** : $\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = -\frac{3}{2}x + \frac{27}{2}$ ✓
- **Résolution** : $\frac{13}{6}x = \frac{79}{6}$, donc $x = \frac{79}{13} \approx 6,077$ ✓
- **Ordonnée** : $y = \frac{2}{3} \times \frac{79}{13} + \frac{1}{3} = \frac{158}{39} + \frac{13}{39} = \frac{171}{39} = \frac{57}{13} \approx 4,385$ ✓

Réponse. $2x - 3y + 1 = 0$, soit $y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

Correction de l'exercice 15 - Alignement par les équations

- **Droite (AB)** : vecteur directeur $\overrightarrow{AB} = (3 ; 6)$, simplifié en $(1 ; 2)$ ✓
- **Pente** : 2 ✓
- **Équation** : $y = 2x + p$, avec $1 = 2 + p$, donc $p = -1$ ✓
- **Équation de (AB)** :

$$y = 2x - 1$$

- **Contrôle en A** : $-4 - 1 = -5$ ✓
- **Contrôle en B** : $2 - 1 = 1$ ✓
- **Test de C** : $2 \times 4 - 1 = 7$ ✓
- **Conclusion** : C appartient à (AB) , les trois points sont **alignés** ✓
- **Contrôle par le déterminant** : $\overrightarrow{AC} = (6; 12)$ ✓
- **Calcul** : $3 \times 12 - 6 \times 6 = 36 - 36 = 0$ ✓
- **Cohérence** : les deux méthodes concordent ✓
- **Forme cartésienne** : $2x - y - 1 = 0$ ✓
- **Contrôles** : $-4 + 5 - 1 = 0$ ✓ ; $2 - 1 - 1 = 0$ ✓ ; $8 - 7 - 1 = 0$ ✓
- **Position relative** : $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB}$, donc B est le milieu de $[AC]$ ✓
- **Contrôle du milieu** : $\left(\frac{-2+4}{2}; \frac{-5+7}{2}\right) = (1; 1)$ ✓
- **Un quatrième point aligné** : $(7; 13)$, car $14 - 1 = 13$ ✓

Réponse. Oui : ils vérifient tous $y = 2x - 1$, et B est même le milieu de $[AC]$.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : triangle et droites remarquables

a) **Côté $[BC]$** : les deux points ont une ordonnée nulle ✓

— **Équation** :

$$y = 0$$

— **Côté $[AB]$** : pente $\frac{0-4}{-2-0} = 2$ ✓

— **Équation** : $y = 2x + 4$ ✓

— **Contrôle en B** : $-4 + 4 = 0$ ✓

— **Côté $[AC]$** : pente $\frac{0-4}{6-0} = -\frac{2}{3}$ ✓

— **Équation** : $y = -\frac{2}{3}x + 4$ ✓

— **Contrôle en C** : $-4 + 4 = 0$ ✓

b) **Milieu de $[BC]$** : $I = \left(\frac{-2+6}{2}; 0\right) = (2; 0)$ ✓

— **Médiane issue de A** : passe par $A(0; 4)$ et $I(2; 0)$ ✓

— **Pente** : $\frac{0-4}{2-0} = -2$ ✓

— **Équation** :

$$y = -2x + 4$$

— **Contrôle en I** : $-4 + 4 = 0$ ✓

— **Hauteur issue de A** : perpendiculaire à (BC) , qui est horizontale ✓

— **Donc** : la hauteur est **verticale** ✓

— **Équation** :

$$x = 0$$

— **Remarque** : c'est l'axe des ordonnées, et le pied de la hauteur est l'origine ✓

— **Longueur de la hauteur** : 4 ✓

c) **Médiatrice de $[BC]$** : perpendiculaire à (BC) et passant par $I(2; 0)$ ✓

— **Donc** : elle est **verticale** ✓

— **Équation** :

$$x = 2$$

- **Contrôle par la condition** $MB = MC : (x + 2)^2 + y^2 = (x - 6)^2 + y^2 \checkmark$
- **Développement** : $4x + 4 = -12x + 36 \checkmark$
- **Résolution** : $16x = 32$, donc $x = 2 \checkmark$
- **Cohérence** : les deux méthodes concordent $\checkmark$
- **Observation** : la hauteur ($x = 0$) et la médiatrice ($x = 2$) sont **distinctes** $\checkmark$

d) **Longueur** $AB : \sqrt{4 + 16} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \approx 4,472 \checkmark$

- **Longueur** $AC : \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13} \approx 7,211 \checkmark$
- **Longueur** $BC : 8 \checkmark$
- **Comparaison** : les trois longueurs sont distinctes $\checkmark$
- **Conclusion** : le triangle **n'est pas isocèle** $\checkmark$
- **Test de Pythagore** : $20 + 52 = 72 \neq 64 \checkmark$
- **Autre test** : $64 \neq 20 + 52 \checkmark$
- **Conclusion** : il n'est pas rectangle non plus $\checkmark$
- **Aire** : base $BC = 8$ et hauteur $4 \checkmark$
- **Calcul** :

$$A = \frac{8 \times 4}{2} = 16$$

- **Contrôle par le déterminant** : $\overrightarrow{AB} = (-2; -4)$ et $\overrightarrow{AC} = (6; -4) \checkmark$
- **Calcul** : $(-2) \times (-4) - 6 \times (-4) = 8 + 24 = 32$, soit une aire de $16 \checkmark$
- **Périmètre** : $8 + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{13} \approx 19,683 \checkmark$
- **Cohérence de la figure** : la médiane, la hauteur et la médiatrice issues du côté $[BC]$ sont trois droites **différentes**, ce qui confirme que le triangle n'est pas isocèle en $A \checkmark$

Réponse. a) $y = 0$, $y = 2x + 4$, $y = -\frac{2}{3}x + 4$ · b) médiane $y = -2x + 4$, hauteur $x = 0$ · c) $x = 2$ · d) non isocèle, aire 16.