

Plaquette 3 - Systèmes d'équations : résoudre et interpréter

Droites du plan — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Les trois cas d'un système. Pour $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$, on calcule le déterminant $D = ab' - a'b$.

Condition	Droites	Solutions
$D \neq 0$	sécantes	une solution
$D = 0$ et équations non proportionnelles	parallèles distinctes	aucune
équations proportionnelles	confondues	une infinité

Méthode par substitution. On isole une inconnue dans l'équation la plus simple, puis on reporte dans l'autre. À préférer quand un coefficient vaut 1 ou -1 .

Méthode par combinaison. On multiplie les équations pour que les coefficients d'une inconnue soient opposés, puis on additionne. À préférer quand aucun coefficient ne vaut 1.

Contrôle obligatoire. Toute solution trouvée doit être **remplacée dans les deux équations d'origine** — pas dans les équations transformées, où une erreur se propagerait sans se voir.

Mise en équation d'un problème. On nomme les inconnues (avec leur unité), on traduit chaque phrase par une équation, on résout, puis on **revient au contexte** pour vérifier la vraisemblance.

Formulation	Équation
« la somme vaut S »	$x + y = S$
« x dépasse y de d »	$x - y = d$
« x est le double de y »	$x = 2y$
« au total n objets »	$x + y = n$
« pour un montant total M »	$px + qy = M$

Piège de vocabulaire. « x est supérieur de 3 à y » s'écrit $x = y + 3$, et non $x + 3 = y$.

Correction de l'exercice 1 - Résoudre par substitution

- **Choix de la méthode** : le coefficient de x vaut 1 dans la première équation ✓
- **Isolement** : $x = 11 - 2y$ ✓
- **Report dans la seconde** : $3(11 - 2y) - y = 5$ ✓
- **Développement** : $33 - 6y - y = 5$ ✓
- **Réduction** : $-7y = -28$ ✓
- **Résolution** : $y = 4$ ✓
- **Abscisse** : $x = 11 - 8 = 3$ ✓
- **Solution** :

$$(x; y) = (3; 4)$$

- **Contrôle dans la première** : $3 + 8 = 11$ ✓
- **Contrôle dans la seconde** : $9 - 4 = 5$ ✓
- **Déterminant** : $1 \times (-1) - 3 \times 2 = -1 - 6 = -7 \neq 0$ ✓
- **Cohérence** : une solution unique était attendue ✓
- **Interprétation** : les droites $y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$ et $y = 3x - 5$ se coupent en $(3; 4)$ ✓
- **Contrôle de la première** : $-1,5 + 5,5 = 4$ ✓
- **Contrôle de la seconde** : $9 - 5 = 4$ ✓
- **Pentes** : $-\frac{1}{2}$ et 3, bien différentes ✓

Réponse. $(3; 4)$: les deux droites sont sécantes en ce point.

Correction de l'exercice 2 - Résoudre par combinaison

- **Choix de la méthode** : aucun coefficient ne vaut 1, on combine ✓
- **Objectif** : éliminer y ✓
- **Multiplications** : la première par 2, la seconde par 3 ✓
- **Système équivalent** : $8x + 6y = 54$ et $15x - 6y = 15$ ✓
- **Addition** : $23x = 69$ ✓
- **Résolution** : $x = 3$ ✓
- **Report dans la première équation d'origine** : $12 + 3y = 27$ ✓
- **Résolution** : $3y = 15$, donc $y = 5$ ✓
- **Solution** :

$$(x; y) = (3; 5)$$

- **Contrôle dans la première** : $12 + 15 = 27$ ✓
- **Contrôle dans la seconde** : $15 - 10 = 5$ ✓
- **Déterminant** : $4 \times (-2) - 5 \times 3 = -8 - 15 = -23 \neq 0$ ✓
- **Contrôle par l'autre élimination** : la première par 5 et la seconde par -4 ✓
- **Système** : $20x + 15y = 135$ et $-20x + 8y = -20$ ✓
- **Addition** : $23y = 115$, donc $y = 5$ ✓
- **Cohérence** : le même résultat ✓
- **Remarque** : le coefficient 23 apparaît dans les deux cas, c'est la valeur absolue du déterminant ✓

Réponse. $(3; 5)$.

Correction de l'exercice 3 - Système sans solution

- **Déterminant** : $2 \times 3 - (-1) \times (-6) = 6 - 6 = 0$ ✓
- **Conclusion provisoire** : pas de solution unique ✓
- **Test de proportionnalité** : on multiplie la seconde par -2 ✓
- **Résultat** : $2x - 6y = -8$ ✓
- **Comparaison avec la première** : $2x - 6y = 5$ ✓
- **Contradiction** : $5 \neq -8$ ✓
- **Conclusion** : le système **n'a aucune solution** ✓
- **Interprétation** : les droites sont **strictement parallèles** ✓
- **Formes réduites** : $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}$ et $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ ✓

- **Contrôle** : mêmes pentes $\frac{1}{3}$, ordonnées à l'origine $-\frac{5}{6}$ et $\frac{4}{3}$ ✓
- **Vérification par substitution** : de la seconde, $x = 3y - 4$ ✓
- **Report** : $2(3y - 4) - 6y = 6y - 8 - 6y = -8$ ✓
- **Équation obtenue** : $-8 = 5$, **impossible** ✓
- **Cohérence** : l'inconnue disparaît et il reste une égalité fausse ✓
- **Signature du cas « aucune solution »** : les inconnues s'éliminent et l'égalité restante est fausse ✓
- **À ne pas confondre** : si l'égalité restante était vraie, il y aurait une infinité de solutions ✓

Réponse. Aucune solution : les droites $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}$ et $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$ sont strictement parallèles.

Correction de l'exercice 4 - Système à une infinité de solutions

- **Déterminant** : $3 \times 6 - (-9) \times (-2) = 18 - 18 = 0$ ✓
- **Test de proportionnalité** : on multiplie la première par -3 ✓
- **Résultat** : $-9x + 6y = -21$ ✓
- **Comparaison** : c'est **exactement** la seconde équation ✓
- **Conclusion** : les deux équations décrivent la **même droite** ✓
- **Nombre de solutions** : une **infinité** ✓
- **Description de l'ensemble** : tous les couples vérifiant $3x - 2y = 7$ ✓
- **Paramétrage** : $y = \frac{3x - 7}{2}$, pour tout réel x ✓
- **Exemples de solutions** : $(1; -2)$, car $3 + 4 = 7$ ✓
- **Autre** : $(3; 1)$, car $9 - 2 = 7$ ✓
- **Autre** : $(5; 4)$, car $15 - 8 = 7$ ✓
- **Contrôle de $(1; -2)$ dans la seconde équation** : $-9 \times 1 + 6 \times (-2) = -9 - 12 = -21$ ✓
- **Contrôle pour $(3; 1)$** : $-27 + 6 = -21$ ✓
- **Contrôle pour $(5; 4)$** : $-45 + 24 = -21$ ✓
- **Forme réduite commune** : $y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$ ✓
- **Signature du cas « infinité »** : les inconnues s'éliminent et l'égalité restante est vraie ✓

Réponse. Une infinité : tous les points de la droite $3x - 2y = 7$, soit $y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$.

Correction de l'exercice 5 - Problème de billets

- **Inconnues** : a le nombre de places adultes, e celui de places enfants ✓
- **Première équation** : $a + e = 150$ ✓
- **Seconde équation** : $10a + 6e = 1290$ ✓
- **Substitution** : $e = 150 - a$ ✓
- **Report** : $10a + 6(150 - a) = 1290$ ✓
- **Développement** : $10a + 900 - 6a = 1290$ ✓
- **Réduction** : $4a = 390$ ✓
- **Résolution** : $a = 97,5$ ✓
- **Problème** : un nombre de billets doit être **entier** ✓
- **Conclusion** : les données de l'énoncé sont **incompatibles** avec des billets entiers ✓

- **Recherche de la recette compatible la plus proche** : avec $a = 97$ et $e = 53$, on obtient $970 + 318 = 1288$ € ✓
- **Avec $a = 98$ et $e = 52$** : $980 + 312 = 1292$ € ✓
- **Observation** : les recettes possibles varient de 4 € en 4 €, la parité impose donc des valeurs précises ✓
- **Recettes extrêmes** : $150 \times 6 = 900$ € et $150 \times 10 = 1500$ € ✓
- **Forme générale de la recette** : $6 \times 150 + 4a = 900 + 4a$ ✓
- **Condition d'existence** : la recette doit valoir $900 + 4a$ avec a entier, donc être un multiple de 4 augmenté de 900 ✓
- **Contrôle** : $1290 - 900 = 390$, qui n'est **pas** divisible par 4 ✓

Réponse. Aucune solution entière : $4a = 390$ donne $a = 97,5$ — la recette annoncée est incompatible (1288 ou 1292 € seraient possibles).

Correction de l'exercice 6 - Problème de mélange

- **Inconnues** : x la masse du thé à 18 €, y celle du thé à 30 € (en kg) ✓
- **Première équation** : $x + y = 20$ ✓
- **Seconde équation** : $18x + 30y = 20 \times 24,60 = 492$ ✓
- **Substitution** : $x = 20 - y$ ✓
- **Report** : $18(20 - y) + 30y = 492$ ✓
- **Développement** : $360 - 18y + 30y = 492$ ✓
- **Réduction** : $12y = 132$ ✓
- **Résolution** : $y = 11$ kg ✓
- **Autre masse** : $x = 20 - 11 = 9$ kg ✓
- **Solution** :

$9 \text{ kg à } 18 \text{ €/kg et } 11 \text{ kg à } 30 \text{ €/kg}$
- **Contrôle de la masse** : $9 + 11 = 20$ kg ✓
- **Contrôle du prix** : $9 \times 18 + 11 \times 30 = 162 + 330 = 492$ € ✓
- **Contrôle du prix moyen** : $\frac{492}{20} = 24,60$ €/kg ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : 24,60 est entre 18 et 30 ✓
- **Position relative** : 24,60 est un peu au-dessus du milieu 24, il y a donc un peu plus de thé cher ✓
- **Cohérence** : $11 > 9$ ✓

Réponse. 9 kg de thé à 18 €/kg et 11 kg à 30 €/kg.

Correction de l'exercice 7 - Problème d'âges

- **Inconnues** : p l'âge du père, f celui du fils, aujourd'hui ✓
- **Dans 5 ans** : $p + 5 = 2(f + 5)$ ✓
- **Développement** : $p + 5 = 2f + 10$, soit $p - 2f = 5$ ✓
- **Il y a 5 ans** : $p - 5 = 3(f - 5)$ ✓
- **Développement** : $p - 5 = 3f - 15$, soit $p - 3f = -10$ ✓
- **Soustraction des deux équations** : $(p - 2f) - (p - 3f) = 5 - (-10)$ ✓
- **Calcul** : $f = 15$ ✓
- **Âge du père** : $p = 5 + 2 \times 15 = 35$ ✓
- **Solution** :

le père a 35 ans, le fils 15 ans

- **Contrôle dans 5 ans** : 40 et 20, et $40 = 2 \times 20$ ✓
- **Contrôle il y a 5 ans** : 30 et 10, et $30 = 3 \times 10$ ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : un écart de 20 ans entre père et fils est plausible ✓
- **Écart constant** : $35 - 15 = 20$, il ne change jamais ✓
- **Quand le père aura-t-il le quadruple ?** Jamais dans l'avenir : il y a 10 ans, il avait 25 ans contre 5, soit le quintuple ✓
- **Contrôle** : $25 = 5 \times 5$ ✓
- **Année du quadruple** : il y a $\frac{20}{3} \approx 6,67$ ans, quand le fils avait $\frac{20}{3}$ ans ✓
- **Contrôle** : $\frac{80}{3} = 4 \times \frac{20}{3}$ ✓

Réponse. Le père a 35 ans et le fils 15 ans.

Correction de l'exercice 8 - Deux tarifs d'abonnement

- **Notation** : n le nombre de séances ✓
- **Coût de la formule A** : $C_A(n) = 12n$ ✓
- **Coût de la formule B** : $C_B(n) = 4n + 80$ ✓
- **Égalité des coûts** : $12n = 4n + 80$ ✓
- **Résolution** : $8n = 80$, donc $n = 10$ ✓
- **Coût commun** : 120 € ✓
- **Contrôles** : $12 \times 10 = 120$ ✓ et $4 \times 10 + 80 = 120$ ✓
- **Conclusion** : les deux formules coûtent le même prix pour 10 séances ✓
- **Réponse à la question** : B devient plus avantageuse **à partir de 11 séances** ✓
- **Contrôle pour $n = 11$** : 132 € contre 124 € ✓
- **Contrôle pour $n = 9$** : 108 € contre 116 € ✓
- **Cohérence** : A est meilleure en dessous de 10 séances ✓
- **Économie pour 20 séances** : $240 - 160 = 80$ € ✓
- **Économie pour 50 séances** : $600 - 280 = 320$ € ✓
- **Interprétation graphique** : deux droites de pentes 12 et 4 se coupant en (10 ; 120) ✓
- **Lecture** : la droite de B, moins pentue, finit toujours par passer sous celle de A ✓

Réponse. À partir de 11 séances (égalité à 10 séances, pour 120 €).

Correction de l'exercice 9 - Système à coefficients fractionnaires

- **Première étape** : éliminer les fractions ✓
- **Première équation** : on multiplie par 6 ✓
- **Résultat** : $3x + 2y = 24$ ✓
- **Seconde équation** : on multiplie par 4 ✓
- **Résultat** : $x - 2y = -4$ ✓
- **Addition des deux** : $4x = 20$ ✓
- **Résolution** : $x = 5$ ✓
- **Report dans $x - 2y = -4$** : $5 - 2y = -4$ ✓
- **Résolution** : $-2y = -9$, donc $y = 4,5$ ✓
- **Solution** :

$$(x; y) = (5; 4,5)$$

- **Contrôle dans la première équation d'origine** : $\frac{5}{2} + \frac{4,5}{3} = 2,5 + 1,5 = 4$ ✓

- **Contrôle dans la seconde** : $\frac{5}{4} - \frac{4,5}{2} = 1,25 - 2,25 = -1$ ✓
- **Déterminant du système transformé** : $3 \times (-2) - 1 \times 2 = -8 \neq 0$ ✓
- **Cohérence** : une solution unique ✓
- **Contrôle par les formes réduites** : $y = -\frac{3}{2}x + 12$ et $y = \frac{1}{2}x + 2$ ✓
- **Vérifications en $x = 5$** : $-7,5 + 12 = 4,5$ ✓ et $2,5 + 2 = 4,5$ ✓
- **Conseil de méthode** : toujours **chasser les dénominateurs** avant de résoudre ✓

Réponse. (5 ; 4,5).

Correction de l'exercice 10 - Déterminer un paramètre

- **Déterminant** : $D = 2 \times (-4) - 3 \times k = -8 - 3k$ ✓
- **Condition** : $D = 0$ ✓
- **Équation** : $-8 - 3k = 0$ ✓
- **Résolution** :

$$k = -\frac{8}{3}$$
- **Système obtenu** : $2x - \frac{8}{3}y = 6$ et $3x - 4y = 1$ ✓
- **Multiplication de la première par $\frac{3}{2}$** : $3x - 4y = 9$ ✓
- **Comparaison** : $9 \neq 1$ ✓
- **Conclusion** : le système n'a **aucune** solution ✓
- **Interprétation** : les droites sont strictement parallèles ✓
- **Pour toute autre valeur de k** : $D \neq 0$ et le système a une solution unique ✓
- **Contrôle avec $k = 1$** : $D = -11$ ✓
- **Résolution alors** : $2x + y = 6$ et $3x - 4y = 1$ ✓
- **Combinaison** : la première par 4, puis addition, donne $11x = 25$, soit $x = \frac{25}{11}$ ✓
- **Ordonnée** : $y = 6 - \frac{50}{11} = \frac{16}{11}$ ✓
- **Contrôle** : $3 \times \frac{25}{11} - 4 \times \frac{16}{11} = \frac{75 - 64}{11} = 1$ ✓
- **Cas d'une infinité** : il faudrait aussi la proportionnalité des constantes, ce qui exigerait $6 \times \frac{3}{2} = 1$, donc c'est impossible ✓

Réponse. $k = -\frac{8}{3}$, et le système est alors **sans** solution (droites strictement parallèles).

Correction de l'exercice 11 - Problème de vitesse

- **Inconnues** : b la vitesse propre du bateau, c celle du courant (en km/h) ✓
- **À la descente** : la vitesse est $b + c$ ✓
- **Équation** : $\frac{48}{b + c} = 3$, donc $b + c = 16$ ✓
- **À la remontée** : la vitesse est $b - c$ ✓
- **Équation** : $\frac{48}{b - c} = 6$, donc $b - c = 8$ ✓
- **Addition** : $2b = 24$ ✓
- **Résolution** : $b = 12$ km/h ✓
- **Soustraction** : $2c = 8$, donc $c = 4$ km/h ✓
- **Solution** :

$$b = 12 \text{ km/h et } c = 4 \text{ km/h}$$

- **Contrôle à la descente** : 16 km/h, et $\frac{48}{16} = 3 \text{ h}$ ✓
- **Contrôle à la remontée** : 8 km/h, et $\frac{48}{8} = 6 \text{ h}$ ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : le courant est plus lent que le bateau ✓
- **Vitesse moyenne sur l'aller-retour** : $\frac{96}{9} \approx 10,67 \text{ km/h}$ ✓
- **Piège classique** : ce n'est **pas** $\frac{16+8}{2} = 12 \text{ km/h}$ ✓
- **Explication** : la moyenne des vitesses n'est pas la vitesse moyenne, le temps passé à chaque vitesse différant ✓
- **Contrôle** : $\frac{2 \times 16 \times 8}{16+8} = \frac{256}{24} \approx 10,67 \text{ km/h}$, c'est la moyenne **harmonique** ✓

Réponse. Bateau 12 km/h, courant 4 km/h.

Correction de l'exercice 12 - Interpréter un graphique

- **Première droite** : elle passe par (0 ; 3) et (4 ; 7) ✓
- **Pente** : $\frac{7-3}{4-0} = 1$ ✓
- **Équation** : $y = x + 3$ ✓
- **Seconde droite** : elle passe par (0 ; 15) et (4 ; 7) ✓
- **Pente** : $\frac{7-15}{4-0} = -2$ ✓
- **Équation** : $y = -2x + 15$ ✓
- **Système** :

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$$

- **Contrôle de la première** : $4 - 7 = -3$ ✓
- **Contrôle de la seconde** : $8 + 7 = 15$ ✓
- **Résolution de contrôle** : addition des deux équations ✓
- **Calcul** : $3x = 12$, donc $x = 4$ ✓
- **Ordonnée** : $y = 4 + 3 = 7$ ✓
- **Cohérence** : on retrouve bien le point annoncé ✓
- **Déterminant** : $1 \times 1 - 2 \times (-1) = 1 + 2 = 3 \neq 0$ ✓
- **Unicité du système** ? Non : on peut multiplier chaque équation par un réel non nul ✓
- **Exemple équivalent** : $2x - 2y = -6$ et $4x + 2y = 30$ ✓
- **Contrôle** : $8 - 14 = -6$ ✓ et $16 + 14 = 30$ ✓

Réponse. $\begin{cases} x - y = -3 \\ 2x + y = 15 \end{cases}$, soit $y = x + 3$ et $y = -2x + 15$.

Correction de l'exercice 13 - Trois droites et un triangle

- **Premier sommet** : intersection de $y = x$ et $y = 3$ ✓
- **Résolution** : $x = 3$ ✓
- **Sommet** : A(3 ; 3) ✓
- **Deuxième sommet** : intersection de $y = -2x + 9$ et $y = 3$ ✓
- **Résolution** : $-2x + 9 = 3$, donc $x = 3$ ✓
- **Sommet** : (3 ; 3) — identique au premier ✓

- **Conséquence** : les trois droites sont **concourantes** en $(3; 3)$ ✓
- **Vérification sur la troisième intersection** : $x = -2x + 9$ ✓
- **Résolution** : $3x = 9$, donc $x = 3$ et $y = 3$ ✓
- **Conclusion** : elles ne forment **aucun triangle** ✓
- **Contrôles** : $(3; 3)$ vérifie $y = x$ ✓, $-6 + 9 = 3$ ✓ et $y = 3$ ✓
- **Modification pour obtenir un triangle** : remplacer $y = 3$ par $y = 1$ ✓
- **Nouveaux sommets** : $(1; 1)$ sur $y = x$, puis $-2x + 9 = 1$ donne $(4; 1)$ ✓
- **Troisième sommet** : $(3; 3)$, inchangé ✓
- **Aire de ce triangle** : base $|4 - 1| = 3$ sur la droite $y = 1$, hauteur $|3 - 1| = 2$ ✓
- **Calcul** : $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ ✓
- **Leçon** : avant de chercher un triangle, il faut **vérifier** que les droites ne sont pas concourantes ✓

Réponse. Aucun triangle : les trois droites sont concourantes en $(3; 3)$.

Correction de l'exercice 14 - Problème de pièces

- **Inconnues** : x le nombre de pièces de 2 €, y celui de pièces de 0,50 € ✓
- **Première équation** : $x + y = 60$ ✓
- **Seconde équation** : $2x + 0,5y = 63$ ✓
- **Élimination des décimaux** : on multiplie la seconde par 2 ✓
- **Résultat** : $4x + y = 126$ ✓
- **Soustraction de la première** : $3x = 66$ ✓
- **Résolution** : $x = 22$ ✓
- **Autre inconnue** : $y = 60 - 22 = 38$ ✓
- **Solution** :

22 pièces de 2 € et 38 pièces de 50 centimes
- **Contrôle du nombre** : $22 + 38 = 60$ ✓
- **Contrôle du montant** : $22 \times 2 + 38 \times 0,5 = 44 + 19 = 63$ € ✓
- **Contrôle de vraisemblance** : les deux nombres sont des entiers positifs ✓
- **Montant minimal possible** : $60 \times 0,5 = 30$ € ✓
- **Montant maximal** : $60 \times 2 = 120$ € ✓
- **Cohérence** : 63 est bien dans $[30; 120]$ ✓
- **Forme générale du montant** : $30 + 1,5x$ ✓
- **Contrôle** : $30 + 1,5 \times 22 = 30 + 33 = 63$ € ✓

Réponse. 22 pièces de 2 € et 38 pièces de 50 centimes.

Correction de l'exercice 15 - Système et inéquation

- **Addition des deux équations** : $3x = 18$ ✓
- **Résolution** : $x = 6$ ✓
- **Ordonnée** : $y = 12 - 6 = 6$ ✓
- **Solution** :

$(x; y) = (6; 6)$
- **Contrôle dans la première** : $6 + 6 = 12$ ✓
- **Contrôle dans la seconde** : $12 - 6 = 6$ ✓
- **Test de l'inéquation** : $3 \times 6 - 2 \times 6 = 18 - 12 = 6$ ✓

- **Comparaison** : $6 > 5$ ✓
- **Conclusion** : l'inéquation est **vérifiée** ✓
- **Marge** : $6 - 5 = 1$ ✓
- **Interprétation géométrique** : le point $(6; 6)$ est dans le demi-plan $3x - 2y > 5$ ✓
- **Droite frontière** : $3x - 2y = 5$, soit $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ ✓
- **Contrôle de la position** : en $x = 6$, la frontière est à $y = 6,5$ ✓
- **Or** : $6 < 6,5$, donc le point est **sous** la frontière ✓
- **Cohérence** : être sous la droite $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ équivaut bien à $3x - 2y > 5$ ✓
- **Test d'un autre point** : $(0; 0)$ donne $0 > 5$, **faux** ✓
- **Conclusion** : l'origine est de l'autre côté de la frontière ✓

Réponse. $(6; 6)$, et $3 \times 6 - 2 \times 6 = 6 > 5$: l'inéquation est vérifiée.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : deux fournisseurs

- a) **Inconnues** : a et b les prix unitaires, en euros ✓
- **Système** : $3a + 5b = 79$ et $7a + 2b = 84$ ✓
 - **Élimination de b** : la première par 2, la seconde par 5 ✓
 - **Système** : $6a + 10b = 158$ et $35a + 10b = 420$ ✓
 - **Soustraction** : $29a = 262$ ✓
 - **Résolution** : $a = \frac{262}{29} \approx 9,034$ € ✓
 - **Contrôle du calcul** : $420 - 158 = 262$ et $35 - 6 = 29$ ✓
 - **Remarque** : le prix n'est pas un décimal simple, on poursuit donc en **valeur exacte** ✓
 - **Report dans la seconde** : $2b = 84 - 7 \times \frac{262}{29} = 84 - \frac{1834}{29}$ ✓
 - **Mise au même dénominateur** : $\frac{2436 - 1834}{29} = \frac{602}{29}$ ✓
 - **Donc** : $b = \frac{301}{29} \approx 10,379$ € ✓
 - **Contrôle dans la première** : $3 \times \frac{262}{29} + 5 \times \frac{301}{29} = \frac{786 + 1505}{29} = \frac{2291}{29} = 79$ ✓
 - **Contrôle dans la seconde** : $\frac{1834}{29} + \frac{602}{29} = \frac{2436}{29} = 84$ ✓
 - **Prix arrondis au centime** : $a \approx 9,03$ € et $b \approx 10,38$ € ✓
- b) **Coût de 10 A et 10 B** : $10(a + b)$ ✓
- **Somme des prix** : $\frac{262 + 301}{29} = \frac{563}{29} \approx 19,414$ € ✓
 - **Coût** :
- $$10 \times \frac{563}{29} = \frac{5630}{29} \approx 194,14 \text{ €}$$
- c) **Objectif** : n composants de chaque type, avec $n(a + b) \leq 200$ ✓
- **Inéquation** : $n \times \frac{563}{29} \leq 200$ ✓
 - **Résolution** : $n \leq \frac{5800}{563} \approx 10,30$ ✓
 - **Conclusion** : au maximum $n = 10$ de chaque ✓
 - **Coût correspondant** : $\approx 194,14$ € ✓
 - **Reste** : $200 - 194,14 \approx 5,86$ € ✓
 - **Contrôle pour $n = 11$** : $\approx 213,55$ € > 200 ✓
- d) **Contrainte** : 15 A au minimum ✓

- **Coût des A** : $15 \times \frac{262}{29} = \frac{3930}{29} \approx 135,52 \text{ €}$ ✓
- **Budget restant** : $200 - 135,52 \approx 64,48 \text{ €}$ ✓
- **Nombre de B** : $\frac{64,48}{10,379} \approx 6,21$ ✓
- **Conclusion** : au maximum 6 composants B ✓
- **Coût total** : $135,52 + 6 \times 10,379 \approx 135,52 + 62,28 = 197,79 \text{ €}$ ✓
- **Contrôle** : $197,79 \leq 200$ ✓
- **Contrôle pour 7 B** : $135,52 + 72,66 = 208,17 \text{ €} > 200$ ✓
- **Remarque sur l'énoncé** : des prix non entiers sont réalistes mais rendent les calculs lourds — en pratique on arrondirait les prix au centime dès le départ ✓

Réponse. a) $a = \frac{262}{29} \approx 9,03 \text{ €}$ et $b = \frac{301}{29} \approx 10,38 \text{ €}$ · b) $\approx 194,14 \text{ €}$ · c) 10 de chaque · d) 6 composants B.