Plaquette 3 – Intersections de droites : calculer et interpréter

Droites du plan — Seconde

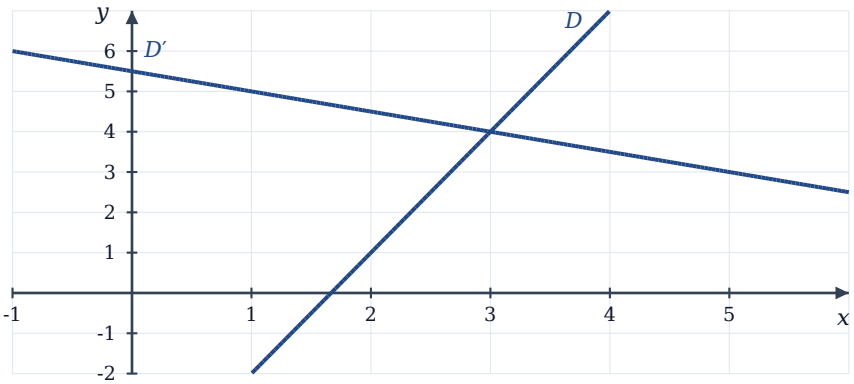
Exercices

Méthode

Deux droites du plan sont **sécantes**, **strictement parallèles** ou **confondues**. On décide du cas en comparant les coefficients directeurs, puis, si elles sont sécantes, on calcule leur point d'intersection à partir des **équations réduites** : un point commun a la même ordonnée sur les deux droites. Les problèmes à deux grandeurs se ramènent à **une seule inconnue** en exprimant l'une en fonction de l'autre.

Exercice 1 – Point d'intersection de deux droites

Déterminer le point d'intersection des droites $D : y = 3x - 5$ et $D' : y = -\frac{1}{2}x + \frac{11}{2}$.



Les droites D et D′

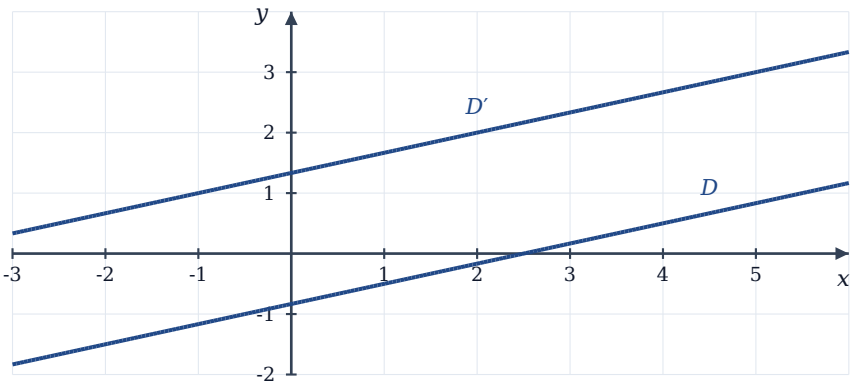
Exercice 2 – Du cartésien au réduit, puis l'intersection

Déterminer le point d'intersection des droites d'équations cartésiennes $4x + 3y - 27 = 0$ et $5x - 2y - 5 = 0$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 3 – Droites strictement parallèles

Les droites $D : 2x - 6y - 5 = 0$ et $D' : -x + 3y - 4 = 0$ sont-elles sécantes ? Justifier de deux façons.



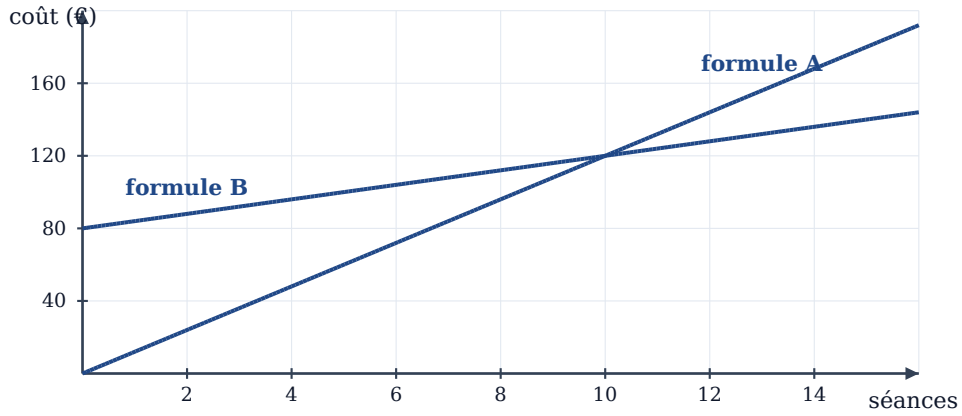
Les droites D et D′

Exercice 4 – Deux équations pour une même droite

Montrer que les équations $3x - 2y - 7 = 0$ et $-9x + 6y + 21 = 0$ décrivent la même droite. Donner trois points de cette droite.

Exercice 5 – Deux tarifs d'abonnement

Un club propose deux formules : A, 12 € par séance, ou B, 80 € d'abonnement plus 4 € par séance. À partir de combien de séances B devient-elle plus avantageuse ?



Le coût de chaque formule selon le nombre de séances

Exercice 6 – Problème de billets

Un cinéma annonce 150 billets vendus pour une recette de 1 290 €. Les places adultes coûtent 10 € et les places enfants 6 €. Combien de chaque ?

Exercice 7 – Problème de mélange

On mélange un thé à 18 €/kg et un thé à 30 €/kg pour obtenir 20 kg d'un mélange à 24,60 €/kg. Quelles masses de chaque thé ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Problème d'âges

Dans 5 ans, un père aura le double de l'âge de son fils. Il y a 5 ans, il en avait le triple. Quels sont leurs âges actuels ?

Exercice 9 – Équations à coefficients fractionnaires

Déterminer le point d'intersection des droites $D : \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 4$ et $D' : \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -1$.

Exercice 10 – Déterminer un paramètre

Pour un réel k, on considère les droites $D_k : 2x + ky - 6 = 0$ et $\Delta : 3x - 4y - 1 = 0$.

a) Pour quelle valeur de k ces droites sont-elles parallèles ? Sont-elles alors confondues ?

b) Pour $k = 1$, déterminer leur point d'intersection.

Exercice 11 – Problème de vitesse

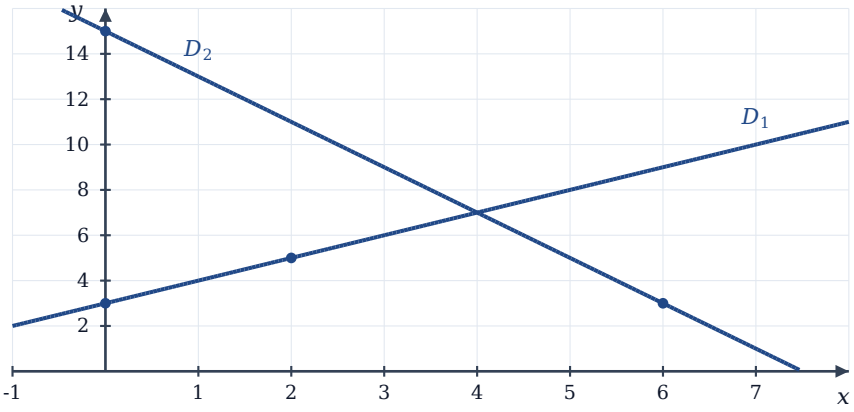
Un bateau descend une rivière sur 48 km en 3 h, et la remonte en 6 h. Déterminer sa vitesse propre et celle du courant.

Exercice 12 – Lire puis calculer une intersection

Sur la figure, la droite D_1 passe par $(0\,;3)$ et $(2\,;5)$, la droite D_2 par $(0\,;15)$ et $(6\,;3)$.

a) Déterminer les équations réduites des deux droites.

b) Calculer les coordonnées exactes de leur point d'intersection et comparer avec la lecture graphique.

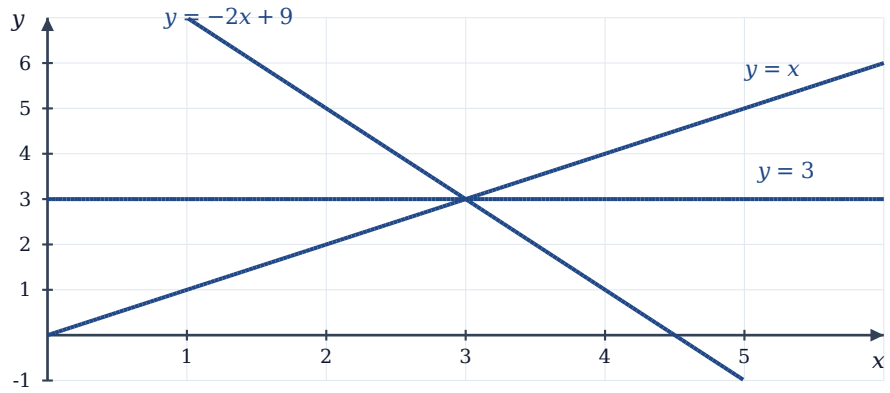


Les droites D_1 et D_2

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 13 – Trois droites et un triangle

Déterminer les trois sommets du triangle formé par les droites $y = x$, $y = -2x + 9$ et $y = 3$.



Les trois droites

Exercice 14 – Point d'intersection et position d'un point

a) Déterminer le point d'intersection E des droites $y = -x + 12$ et $y = 2x - 6$.

b) Le point E est-il au-dessus ou au-dessous de la droite D : $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$?

Exercice 15 – Synthèse : choisir un fournisseur

Une entreprise compare trois fournisseurs pour un même composant :

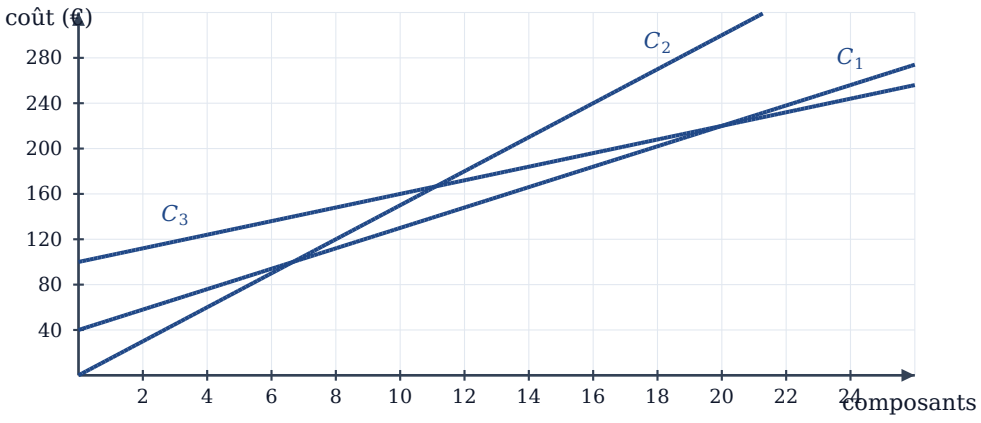
— fournisseur 1 : 40 € de frais de livraison, puis 9 € par composant ;
— fournisseur 2 : 15 € par composant, livraison offerte ;
— fournisseur 3 : 100 € de frais fixes, puis 6 € par composant.

a) Exprimer le coût $C_1(n)$, $C_2(n)$, $C_3(n)$ de n composants chez chaque fournisseur.

b) Calculer les abscisses des points d'intersection des trois droites deux à deux.

c) Selon le nombre de composants commandés, quel fournisseur est le moins cher ?

d) Avec un budget de 200 €, chez quel fournisseur obtient-on le plus de composants ?



Le coût chez chaque fournisseur

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).