

## Plaquette 5 - Problèmes de synthèse : configurations et optimisation

### Droites du plan — Seconde

Exercices

#### Méthode

Des problèmes complets mêlant droites, systèmes et géométrie : droites remarquables d'un triangle, régionnement du plan par des inéquations, programmation linéaire élémentaire, et modélisation économique. Chaque énoncé demande de **choisir** entre équation réduite, cartésienne ou vectorielle.

#### Exercice 1 - Les trois hauteurs d'un triangle

Soit  $A(0; 0)$ ,  $B(6; 0)$  et  $C(2; 4)$ . Déterminer les équations des hauteurs issues de  $A$  et de  $B$ , puis leur point de concours.

#### Exercice 2 - Centre du cercle circonscrit

Avec le même triangle  $A(0; 0)$ ,  $B(6; 0)$ ,  $C(2; 4)$ , déterminer le centre du cercle circonscrit par les médiatrices.

#### Exercice 3 - Régionnement du plan

Déterminer et décrire l'ensemble des points vérifiant  $2x - 3y + 6 > 0$ .

#### Exercice 4 - Système de deux inéquations

Décrire l'ensemble des points vérifiant  $\begin{cases} y \leq -x + 8 \\ y \geq 2x - 4 \end{cases}$  et déterminer le sommet de cette région.

#### Exercice 5 - Polygone des contraintes

Déterminer les sommets du polygone défini par  $x \geq 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $x + y \leq 10$  et  $2x + y \leq 14$ .

#### Exercice 6 - Optimisation sur un polygone

Sur le polygone de l'exercice précédent, maximiser  $P = 3x + 4y$ .

#### Exercice 7 - Problème de production

Un atelier fabrique des tables (3 h de travail, 60 € de bénéfice) et des chaises (1 h de travail, 25 € de bénéfice). Il dispose de 30 h et ne peut produire plus de 20 meubles. Maximiser le bénéfice.

**Exercice 8 - Droite d'Euler**

Soit  $A(0; 0)$ ,  $B(8; 0)$  et  $C(0; 6)$ . Déterminer l'orthocentre  $H$ , le centre de gravité  $G$  et le centre du cercle circonscrit  $\Omega$ , puis vérifier leur alignement.

**Exercice 9 - Deux droites et un carré**

Les droites  $y = 2x + 1$  et  $y = 2x + 11$  sont parallèles. Déterminer deux droites perpendiculaires à celles-ci qui, avec elles, délimitent un carré.

**Exercice 10 - Symétrique d'une droite**

Déterminer l'image de la droite  $y = 3x - 2$  par la symétrie d'axe  $(Oy)$ , puis par la symétrie de centre  $O$ .

**Exercice 11 - Faisceau de droites**

Montrer que toutes les droites d'équation  $(2m + 1)x + (m - 3)y - 7m + 2 = 0$ , où  $m$  est un réel, passent par un même point.

**Exercice 12 - Trois droites formant un triangle**

Les droites  $y = x + 2$ ,  $y = -2x + 11$  et  $y = \frac{1}{2}x - 1$  forment un triangle. Déterminer ses sommets et son aire.

**Exercice 13 - Contrainte de budget**

Avec 60 € on achète des cahiers à 3 € et des stylos à 2 €. Décrire toutes les possibilités d'achat, puis celle qui maximise le nombre total d'objets.

**Exercice 14 - Distance d'un point à une droite**

Soit  $A(6; 2)$  et la droite  $d: y = 2x - 3$ . Déterminer le projeté orthogonal de  $A$  sur  $d$  et la distance de  $A$  à  $d$ .

**Exercice 15 - Mélange sous contrainte**

Un jus doit contenir au moins 40 cL de vitamine A et au moins 30 cL de vitamine B. Le concentré X apporte 2 unités de A et 1 de B par litre, coûte 4 €/L ; le concentré Y apporte 1 de A et 3 de B par litre, coûte 3 €/L. Minimiser le coût.

**Exercice 16 - Synthèse : un triangle complet**

Soit  $A(-2; 1)$ ,  $B(6; -3)$  et  $C(4; 5)$ .

- Déterminer les équations des trois côtés.
- Déterminer l'équation de la médiane issue de  $A$  et le centre de gravité  $G$ .
- Déterminer l'équation de la hauteur issue de  $C$  et son pied.
- Calculer l'aire du triangle de deux façons.