Plaquette 3 – Estimer une probabilité par une fréquence

Échantillonnage et fluctuation — Seconde

Exercices

Méthode

Quand aucun raisonnement ne donne la probabilité (une punaise, une naissance, un dé déformé), on **construit le modèle** à partir de fréquences observées sur un grand nombre d'essais : c'est la loi des grands nombres, utilisée « à l'envers ». On s'interroge alors sur la fiabilité de l'estimation (taille de l'échantillon, biais de sélection) et l'on se sert du modèle pour prévoir, sans oublier qu'il reste une hypothèse.

Exercice 1 – Le lancer de punaise

Une punaise lancée sur une table retombe soit « pointe en haut », soit « sur le côté ». On l'a lancée 1 000 fois et elle est retombée 612 fois pointe en haut.

a) Peut-on calculer la probabilité de « pointe en haut » comme pour une pièce de monnaie ? Pourquoi ?

b) Proposer une estimation de cette probabilité. Sur quel résultat repose-t-elle ?

c) Avec ce modèle, combien de « pointe en haut » peut-on prévoir sur 250 lancers ?

Exercice 2 – Garçons et filles à la naissance

En France, il naît environ 105 garçons pour 100 filles.

a) En déduire une estimation de la probabilité qu'un nouveau-né soit un garçon (arrondir au millième).

b) Une grande maternité a enregistré 2 400 naissances dans l'année, dont 1 236 garçons. Calculer la fréquence des garçons et la comparer à l'estimation précédente.

c) Le modèle « garçon et fille sont équiprobables » est-il adapté ?

Exercice 3 – Un dé déformé

Un dé a été déformé à la chaleur. On l'a lancé 6 000 fois :

Face	1	2	3	4	5	6
Effectif	878	965	946	861	903	1 447

a) Combien de fois aurait-on obtenu chaque face, environ, avec un dé équilibré ?

b) Estimer la probabilité de chaque face (arrondir au centième).

c) Le modèle « dé équilibré » est-il adapté ? Quel modèle proposer ?

Exercice 4 – Deux sondages, deux tailles

Pour savoir si les habitants d'une ville souhaitent une piste cyclable, deux enquêtes ont été menées auprès d'habitants tirés au hasard :

— enquête A : 30 personnes interrogées, 12 favorables ;

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— enquête B : 1 500 personnes interrogées, 555 favorables.

a) Calculer les deux fréquences de personnes favorables.

b) Laquelle des deux fréquences donne la meilleure estimation de la proportion de personnes favorables dans la ville ? Justifier.

Exercice 5 – Un échantillon mal choisi

Pour estimer la proportion d'adultes d'une ville qui font du sport au moins une fois par semaine, un étudiant interroge 800 personnes à la sortie de la plus grande salle de sport de la ville, un samedi : 736 répondent « oui ».

a) Calculer la fréquence observée.

b) Cette fréquence est-elle une bonne estimation de la proportion cherchée, malgré la taille de l'échantillon ? Justifier.

c) Proposer une meilleure façon de constituer l'échantillon.

Exercice 6 – Compter les poissons d'un étang

Pour estimer le nombre N de poissons d'un étang, on en pêche 200, on les marque et on les relâche. Quelques jours plus tard, on pêche au hasard 150 poissons : 12 d'entre eux sont marqués.

a) Calculer la fréquence des poissons marqués dans la seconde pêche.

b) On suppose que cette fréquence est proche de la proportion de poissons marqués dans tout l'étang. En déduire une estimation de N.

c) Pourquoi attend-on quelques jours avant la seconde pêche ?

Exercice 7 – Regrouper deux échantillons

Dans une usine, on contrôle la proportion de bouteilles mal bouchées. Le lundi, sur 400 bouteilles tirées au hasard, 12 sont mal bouchées ; le mardi, sur 500 bouteilles, 9 le sont.

a) Calculer la fréquence de bouteilles mal bouchées chaque jour.

b) On regroupe les deux échantillons, en supposant que la machine n'a pas changé. Calculer la fréquence sur l'ensemble des 900 bouteilles.

c) Pourquoi ne pas simplement faire la moyenne des deux fréquences ?

Exercice 8 – Le feu tricolore

Une automobiliste passe chaque matin par le même carrefour. Pendant deux ans, elle a noté l'état du feu à son arrivée : sur 600 passages, le feu était vert 222 fois.

a) Estimer la probabilité que le feu soit vert à son arrivée.

b) Sur un mois de 30 trajets, combien de fois peut-on prévoir que le feu sera vert ?

c) En septembre, le feu a été vert 15 fois sur 30. Faut-il remettre en cause l'estimation de la question a) ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Prévoir des sinistres

Une compagnie d'assurance a constaté, sur 50 000 contrats d'habitation suivis pendant un an, 1 600 sinistres déclarés (on suppose qu'un contrat déclare au plus un sinistre par an).

a) Estimer la probabilité qu'un contrat donne lieu à un sinistre dans l'année.

b) Une agence gère 2 000 contrats. Combien de sinistres peut-elle prévoir pour l'année ?

c) L'agence en enregistre finalement 71. Le modèle était-il faux ?

Exercice 10 – Remettre en cause un modèle

Un collectionneur lance 10 000 fois une pièce ancienne et obtient 5 200 « face ». On a par ailleurs simulé 300 séries de 10 000 lancers d'une pièce équilibrée : la fréquence de « face » est toujours restée comprise entre 0,4871 et 0,5122.

a) Calculer la fréquence observée par le collectionneur.

b) Le modèle « pièce équilibrée » vous semble-t-il convenir à cette pièce ? Justifier.

c) Quelle estimation de la probabilité d'obtenir « face » proposer ?

Exercice 11 – Groupes sanguins

En France, on estime la répartition des groupes sanguins à : O 42 %, A 45 %, B 9 %, AB 4 %. Lors d'une collecte, 500 donneurs se présentent :

Groupe	O	A	B	AB
Effectif	207	228	46	19

a) Calculer la fréquence de chaque groupe parmi les donneurs.

b) Ces fréquences sont-elles compatibles avec la répartition nationale ? Commenter les écarts.

c) Combien de donneurs du groupe AB peut-on espérer, environ, lors d'une collecte de 1 200 personnes ?

Exercice 12 – « 30 % de risque de pluie »

Un bulletin météo annonce « 30 % de risque de pluie demain ».

a) Interpréter cette annonce en termes de fréquence.

b) Il ne pleut pas le lendemain. Peut-on dire que la prévision était fausse ? Et s'il pleut ?

c) Comment pourrait-on vérifier, sur une longue période, que les prévisions « 30 % » du service météo sont fiables ?

Exercice 13 – Les retards d'une ligne de train

Sur une ligne de train régional, 1 200 trains ont été observés : 78 sont arrivés avec plus de cinq minutes de retard.

a) Estimer la probabilité qu'un train de cette ligne arrive avec plus de cinq minutes de retard.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

b) Un étudiant prend ce train 40 fois par mois. Combien de retards de plus de cinq minutes peut-il prévoir dans le mois ?

c) Il a subi 6 retards en octobre. Doit-il en conclure que la ligne s’est dégradée ?

Exercice 14 – La chute d’un gobelet

On lance un gobelet en plastique, qui retombe sur le fond, sur le côté ou à l’envers. Trois élèves ont fait des essais :

Élève	Lancers	Sur le côté
Inès	50	34
Malo	200	151
Sami	750	552

a) Calculer la fréquence « sur le côté » pour chaque élève (arrondir au centième).

b) En regroupant tous les lancers, proposer une estimation de la probabilité que le gobelet retombe sur le côté.

c) Pourquoi l’estimation de la question b) est-elle préférable à celle d’Inès ?

Exercice 15 – Synthèse : des graines qui germent

Sur un sachet de graines, le fabricant indique : « taux de germination : 80 % ».

a) Un jardinier sème 25 graines : 17 germent. Calculer la fréquence de germination. Peut-il accuser le fabricant d’exagérer ?

b) L’année suivante, il sème 400 graines du même lot : 318 germent. Calculer la fréquence de germination.

c) En regroupant les deux semis, quelle estimation de la probabilité de germination obtient-on ? L’indication du fabricant paraît-elle crédible ?

d) Pour obtenir environ 1 200 plants l’an prochain, combien de graines doit-il prévoir de semer ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).