

Plaquette 1 – Fréquences observées et prise de décision

Échantillonnage et fluctuation — Seconde

Exercices

Méthode

On compare une **fréquence observée** sur un échantillon à une **proportion théorique**. L'outil central est l'intervalle de fluctuation $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$: on l'utilise pour décider si un échantillon est compatible avec une hypothèse, et pour comprendre l'effet de la taille n .

Exercice 1 – Calculer une fréquence observée

On lance 100 fois une pièce et on obtient 46 fois « face ». Calculer la fréquence observée de « face », puis l'écart avec la probabilité théorique $p = 0,5$.

Exercice 2 – Deux échantillons de tailles différentes

Dans une urne contenant une proportion $p = 0,5$ de boules blanches, on tire un échantillon de taille 50 (on obtient 21 blanches) puis un échantillon de taille 500 (on obtient 243 blanches). Calculer les deux fréquences et commenter.

Exercice 3 – Construire un intervalle de fluctuation

Une pièce équilibrée est lancée 100 fois. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence de « face », puis dire si la fréquence $f = 0,46$ y appartient.

Exercice 4 – Intervalle avec un grand échantillon

On suppose que 30 % des habitants d'une ville utilisent les transports en commun. On interroge 400 habitants. Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % de la fréquence observée.

Exercice 5 – Prise de décision dans une usine

Un fabricant affirme que sa chaîne produit 2 % de pièces défectueuses. Sur un lot de 1 000 pièces, le contrôle en trouve 65 défectueuses.

- Calculer la fréquence observée.
- Déterminer l'intervalle de fluctuation au seuil de 95 % correspondant à l'affirmation du fabricant.
- Que peut-on décider ?

Exercice 6 – Choisir la taille de l'échantillon

Quelle taille d'échantillon faut-il choisir pour que l'intervalle de fluctuation ait une amplitude inférieure ou égale à 0,05 ?

Exercice 7 – Simuler avec Python

On simule n lancers d'une pièce équilibrée et on compte les « face ». Compléter puis expliquer le rôle de la dernière ligne.

```
from random import random

def frequenceFace(n):
    succes = 0
    for i in range(n):
        if random() < 0.5:
            succes = succes + 1
    return succes / n

print(frequenceFace(1000))
```

Pourquoi deux exécutions de ce programme ne donnent-elles pas le même résultat ?

Exercice 8 – Sondage avant une élection

Un sondage réalisé sur 1 000 personnes donne 52 % d'intentions de vote pour un candidat. Peut-on affirmer qu'il sera élu (c'est-à-dire qu'il dépasse 50 %) ?

Exercice 9 – Le dé est-il équilibré ?

On lance 300 fois un dé et on obtient 62 fois le 6. Ce résultat permet-il de douter de l'équilibre du dé ?

Exercice 10 – Effet de la taille sur l'amplitude

Compléter le tableau des amplitudes $\frac{2}{\sqrt{n}}$, arrondies au millième, puis répondre : par combien faut-il multiplier n pour diviser l'amplitude par 3 ?

n	100	400	900	2 500
Amplitude	?	?	?	?

Exercice 11 – Vrai ou faux, avec justification

- Si la fréquence observée appartient à l'intervalle de fluctuation, l'hypothèse est démontrée.
- Deux échantillons de même taille donnent toujours la même fréquence.
- L'amplitude de l'intervalle de fluctuation est proportionnelle à $\frac{1}{n}$.
- Avec $n = 25$ et $p = 0,4$, l'intervalle de fluctuation est $[0,2 ; 0,6]$.