Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : santé, médias et sport

Échantillonnage et fluctuation — Seconde

Exercices

Méthode

Des situations réelles où il faut **lire un chiffre avec esprit critique** : sur combien de personnes, de matchs ou de jours a-t-il été obtenu ? L'échantillon a-t-il été tiré au hasard ? L'écart constaté dépasse-t-il ce que la fluctuation d'échantillonnage produit d'elle-même, d'après une simulation ? Chaque conclusion se rédige avec prudence, en distinguant ce que les données montrent de ce qu'elles ne permettent pas d'affirmer.

Exercice 1 – Couverture vaccinale de deux départements

Une enquête sur la vaccination contre la grippe des plus de 65 ans a été menée dans deux départements, auprès de personnes tirées au hasard :

— département A : 400 personnes interrogées, 312 vaccinées ;

— département B : 60 personnes interrogées, 51 vaccinées.

a) Calculer les deux fréquences de personnes vaccinées.

b) Un journal titre : « Le département B mieux protégé que le département A ». Ce titre est-il justifié ?

c) Que faudrait-il faire pour comparer sérieusement les deux départements ?

Exercice 2 – Le petit et le grand hôpital

Dans une ville, un petit hôpital accueille environ 15 naissances par jour, un grand hôpital environ 45. La probabilité qu'un nouveau-né soit un garçon vaut environ 0,512. On compte, sur une année, les jours où plus de 60 % des bébés nés sont des garçons.

a) Avant tout calcul, lequel des deux hôpitaux, selon vous, compte le plus de tels jours ?

b) Une simulation sur 365 jours a donné 70 jours pour le petit hôpital et 29 pour le grand. Calculer la fréquence de ces jours dans chaque hôpital.

c) Expliquer ce résultat à l'aide de la fluctuation d'échantillonnage.

Exercice 3 – Mesurer l'audience d'une émission

Pour mesurer l'audience de la télévision, un institut équipe un panel de 5 000 foyers, choisis pour être représentatifs des 30 millions de foyers du pays. Un soir, 1 150 foyers du panel regardent une émission.

a) Calculer la part d'audience de l'émission dans le panel.

b) En déduire une estimation du nombre de foyers du pays qui regardaient l'émission.

c) Le lendemain, une émission concurrente obtient 23,4 % dans le panel. Peut-on affirmer qu'elle a été plus regardée ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 4 – Les tirs au but

À l'entraînement, un footballeur a réussi 400 tirs au but sur 500. En match, lors d'une séance de tirs au but, il en réussit 3 sur 5.

a) Estimer la probabilité qu'il réussisse un tir au but.

b) Un commentateur affirme : « Il a perdu ses moyens : 60 % de réussite au lieu de 80 % ». Une simulation montre qu'un tireur qui réussit 80 % de ses tirs en rate au moins deux sur cinq dans environ 26 % des séances. Que penser de l'affirmation du commentateur ?

c) Sur combien de tirs faudrait-il juger le joueur pour pouvoir conclure ?

Exercice 5 – Un sondage dans deux régions

Un pays est formé de deux régions : la région Nord regroupe 60 % des habitants, la région Sud 40 %. Un sondage, réalisé sur de grands échantillons tirés au hasard dans chaque région, indique que 55 % des habitants du Nord et 35 % des habitants du Sud sont favorables à une réforme.

a) Estimer la proportion d'habitants favorables dans tout le pays.

b) Un journaliste calcule $\dfrac{55+35}{2} = 45\,\%$. Expliquer son erreur.

c) Quelle part des personnes favorables habite la région Nord ?

Exercice 6 – Le sondage qui s'est trompé

En 1936, avant l'élection présidentielle américaine, le magazine *Literary Digest* envoya des millions de questionnaires à ses abonnés, à des propriétaires de voitures et à des abonnés au téléphone. Sur environ 2,4 millions de réponses, il annonça la victoire du candidat Landon avec 57 % des voix. Un jeune institut, qui avait interrogé environ 50 000 personnes choisies pour représenter l'ensemble des électeurs, annonça au contraire la victoire de Roosevelt. Roosevelt fut élu avec environ 61 % des voix.

a) Pourquoi l'énorme taille de l'échantillon du magazine ne l'a-t-elle pas protégé de l'erreur ?

b) Quelle leçon en tirer sur la loi des grands nombres ?

Exercice 7 – « Le chômage baisse de 0,1 point »

Un sondage auprès de 1 000 actifs tirés au hasard estime le taux de chômage à 7,3 %, contre 7,4 % lors du sondage précédent, réalisé de la même façon. Un média titre : « Le chômage recule ».

Pour juger ce titre, on a simulé 200 sondages de 1 000 personnes dans une population où le taux de chômage vaut exactement 7,4 %. Les fréquences obtenues allaient de 5,5 % à 9,5 %, avec un écart type d'environ 0,8 point.

a) Quel est l'écart entre les deux sondages ?

b) Le titre est-il justifié ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Choisir la taille d’une enquête

Un institut veut estimer une proportion proche de 50 % et souhaite que, dans au moins 95 % des cas, la fréquence obtenue ne s’écarte pas de plus de 10 points de la proportion réelle. Une simulation de 500 échantillons pour chaque taille a donné la proportion d’échantillons dont la fréquence est entre 0,4 et 0,6 :

Taille de l’échantillon	25	100	400
Échantillons entre 0,4 et 0,6	79 %	95,2 %	100 %

a) La taille 25 convient-elle ? Et la taille 100 ?

b) Un client veut une précision de 5 points au lieu de 10. L’institut lui répond qu’il faut un échantillon d’environ 400 personnes. Est-ce cohérent avec ce que l’on observe dans les simulations ?

Exercice 9 – Les naissances d’un village

Dans un village, sur les 52 naissances de l’année, on compte 31 garçons. Le maire s’interroge : « Y a-t-il quelque chose dans l’eau ? ». À l’échelle du pays, la proportion de garçons à la naissance est d’environ 51,2 %.

a) Calculer la fréquence des garçons dans le village.

b) Des simulations de 52 naissances, avec une probabilité 0,512 d’avoir un garçon, montrent qu’environ 14 % des villages obtiennent au moins 31 garçons. Que répondre au maire ?

c) Dans un pays de 35 000 communes, combien de communes de cette taille peut-on s’attendre à voir dans la même situation ?

Exercice 10 – Une machine qui se dérègle ?

Une machine bien réglée produit 3 % de pièces défectueuses. Chaque jour, on contrôle 200 pièces prises au hasard dans la production. Une simulation de 1 000 contrôles d’une machine bien réglée a donné entre 1 et 12 pièces défectueuses dans 994 cas, et 13 ou plus dans seulement 4 cas.

Voici les résultats d’une semaine de contrôles :

Jour	lun.	mar.	mer.	jeu.	ven.	sam.	dim.
Pièces défectueuses	6	5	8	7	13	15	19

a) Calculer la fréquence de pièces défectueuses le lundi et le dimanche.

b) Les résultats de lundi à jeudi sont-ils compatibles avec une machine bien réglée ? Et ceux de la fin de semaine ?

c) Quelle décision prendre ?

Exercice 11 – Comparer deux tireurs de lancers francs

Au basket, Hugo a réussi 9 lancers francs sur 10 depuis le début de la saison, et Yanis 160 sur 200.

a) Calculer les deux fréquences de réussite.

b) L’entraîneur doit choisir le tireur des lancers francs décisifs. Hugo affirme être le

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

meilleur. Qu'en penser ?

c) Combien de lancers réussis sur les 10 suivants faudrait-il à Hugo pour que sa fréquence sur 20 lancers tombe à 0,8 ?

Exercice 12 – Trois années d'enquête

Chaque année, une enquête interroge 1 000 lycéens tirés au hasard sur leur pratique d'un instrument de musique. Les fréquences obtenues sont 0,31, puis 0,33, puis 0,30. Un rapport conclut : « forte hausse puis net recul de la pratique musicale ».

Pour juger ce rapport, on a simulé dix enquêtes de 1 000 lycéens dans une population où la proportion réelle reste égale à 0,31. On a obtenu : 0,303 ; 0,331 ; 0,300 ; 0,285 ; 0,299 ; 0,297 ; 0,317 ; 0,305 ; 0,310 ; 0,309.

a) Calculer l'étendue des dix fréquences simulées.

b) La conclusion du rapport est-elle justifiée ?

Exercice 13 – Rédiger une conclusion

Une entreprise affirme que 70 % de ses clients sont satisfaits. Une association de consommateurs interroge 500 clients tirés au hasard : 305 se disent satisfaits. Des simulations de 500 clients, avec une proportion réelle de 0,7, donnent presque toujours une fréquence comprise entre 0,65 et 0,75.

Parmi les phrases suivantes, lesquelles peut-on écrire ? Justifier.

— A : « Il est prouvé que l'entreprise ment. »
— B : « La fréquence observée est nettement inférieure à ce que l'on obtient habituellement si 70 % des clients sont satisfaits ; l'affirmation de l'entreprise est peu crédible. »
— C : « Exactement 61 % des clients de l'entreprise sont satisfaits. »
— D : « Environ 61 % des clients interrogés sont satisfaits. »

Exercice 14 – Pas de chance au tirage au sort ?

Avant chaque match, l'arbitre lance une pièce pour attribuer le choix du côté. Le capitaine d'une équipe a perdu ce tirage 8 fois sur les 10 derniers matchs, et soupçonne la pièce de l'arbitre.

a) Calculer la fréquence des tirages perdus.

b) On admet que, pour une pièce équilibrée, perdre au moins 8 tirages sur 10 arrive dans environ 5,5 % des cas. Sur les 20 équipes d'un championnat, combien peut-on s'attendre à voir dans la même situation au bout de 10 matchs ?

c) Le soupçon du capitaine est-il fondé ?

Exercice 15 – Synthèse : une étude sur le sommeil

Une étude interroge 800 lycéens tirés au hasard dans une académie sur leur temps de sommeil. Parmi eux, 250 sont en seconde, 350 en première et 200 en terminale. On compte les lycéens qui dorment moins de 7 heures par nuit en semaine :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Niveau	Seconde	Première	Terminale
Effectif interrogé	250	350	200
Dorment moins de 7 h	75	135	94

a) Calculer, pour chaque niveau, la fréquence des lycéens qui dorment moins de 7 heures.

b) Calculer cette fréquence sur l’ensemble des 800 lycéens.

c) Un article affirme : « Près d’un lycéen sur deux dort moins de 7 heures ». Est-ce fidèle aux données ?

d) Le manque de sommeil semble augmenter de la seconde à la terminale. Peut-on considérer cet écart comme sérieux, sachant que des simulations d’échantillons de 200 à 350 lycéens montrent des fluctuations de l’ordre de 3 points ?

e) L’étude n’a interrogé que des lycéens volontaires, ayant répondu à un questionnaire en ligne. Quelle réserve faut-il formuler ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).