

Plaquette 2 - Étude de signe et inéquations

Équations et inéquations du second degré — Seconde

Exercices

Méthode

Une inéquation du second degré ne se résout pas en « isolant x » : il faut passer par le **signe** d'une expression factorisée. La démarche est invariable — tout ramener d'un côté pour obtenir « expression ≤ 0 » ou « ≥ 0 », **factoriser**, puis dresser un **tableau de signes**. Le tableau repose sur une seule brique : le signe de $ax + b$, qui vaut le signe de a **après** sa racine $-\frac{b}{a}$, et le signe contraire avant. Les signes des facteurs se multiplient ensuite colonne par colonne, exactement comme des nombres. Deux différences à surveiller entre produit et quotient : une valeur qui annule un **dénominateur** est toujours **exclue**, même quand l'inégalité est large ; et la double barre du tableau le rappelle.

Exercice 1 - Le signe d'une expression du premier degré

Déterminer le signe de chacune des expressions suivantes selon les valeurs de x .

$$A = 2x - 6 \quad B = -3x + 9 \quad C = 5x + 2$$

Exercice 2 - Le signe d'un produit

On considère $P(x) = (x - 1)(x + 4)$.

- Déterminer les racines de chaque facteur.
- Dresser le tableau de signes de $P(x)$.
- Résoudre $P(x) \geq 0$.

Exercice 3 - Un facteur décroissant

Résoudre l'inéquation $(2x + 3)(5 - x) < 0$.

Exercice 4 - Le signe de $x^2 - 9$

On pose $Q(x) = x^2 - 9$.

- Factoriser $Q(x)$.
- Dresser son tableau de signes.
- En déduire les solutions de $x^2 \leq 9$, puis de $x^2 > 9$.

Exercice 5 - Une inéquation avec facteur commun

Résoudre l'inéquation $x^2 > 4x$.

Exercice 6 - Le signe d'un quotient

On pose $R(x) = \frac{x - 2}{x + 3}$.

- a) Déterminer la valeur interdite.
- b) Dresser le tableau de signes de $R(x)$.
- c) Résoudre $R(x) \leq 0$.

Exercice 7 - Trois facteurs

Résoudre l'inéquation $x(x - 2)(x + 5) \leq 0$.

Exercice 8 - Une inéquation avec factorisation fournie

On donne $x^2 + 2x - 3 = (x - 1)(x + 3)$.

- a) Vérifier cette égalité.
- b) Résoudre $x^2 + 2x \leq 3$.

Exercice 9 - Comparer deux expressions

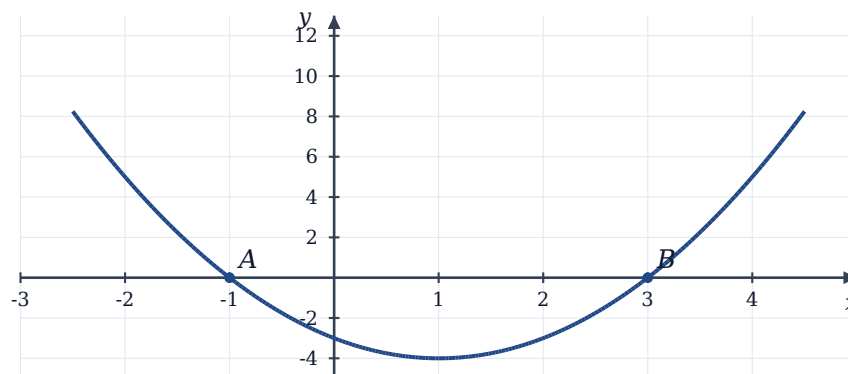
On pose $A = x^2$ et $B = 3x + 4$. On donne $x^2 - 3x - 4 = (x - 4)(x + 1)$.

- a) Vérifier la factorisation.
- b) Étudier le signe de $A - B$.
- c) Conclure sur la comparaison de A et B .

Exercice 10 - Lire un signe sur une courbe

La courbe ci-dessous représente la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- a) Lire les racines de f .
- b) Résoudre graphiquement $f(x) < 0$, puis $f(x) \geq 0$.
- c) Vérifier que $f(x) = (x - 3)(x + 1)$, et retrouver les résultats par un tableau de signes.



Courbe de $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

Exercice 11 - Une inéquation quotient

Résoudre l'inéquation $\frac{3-x}{x+1} \geq 0$.

Exercice 12 - Signe et valeurs interdites

On pose $T(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 1}$.

- a) Déterminer l'ensemble de définition de T .
- b) Factoriser le numérateur, puis dresser le tableau de signes de $T(x)$.
- c) Résoudre $T(x) > 0$.

Exercice 13 - Une erreur de méthode

Un élève résout $\frac{1}{x} < 2$ en multipliant par x : il obtient $1 < 2x$, puis $x > 0,5$.

- a) Tester sa réponse avec $x = -1$.
- b) Où est l'erreur ?
- c) Résoudre correctement l'inéquation.

Exercice 14 - Positive partout ?

- a) Montrer que $x^2 + 1 > 0$ pour tout réel x .
- b) Montrer que $(x - 3)^2 \geq 0$ pour tout réel x , et préciser quand l'égalité a lieu.
- c) On donne $x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1$. En déduire le signe de $x^2 - 6x + 10$ et résoudre $x^2 - 6x + 10 < 0$.

Exercice 15 - Synthèse : six inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$. On donne $x^2 - x - 6 = (x - 3)(x + 2)$.

- a) $(x + 1)(x - 5) > 0$
- b) $x^2 \leq 49$
- c) $x^2 + 3x \geq 0$
- d) $\frac{x - 4}{x + 2} \geq 0$
- e) $x^2 - x - 6 < 0$
- f) $x^2 + 4 < 0$