

Plaquette 1 - Factorisation et équations

Équations et inéquations du second degré — Seconde

Exercices

Méthode

En Seconde, on ne dispose pas du discriminant : une équation du second degré se résout en la ramenant à un **produit nul** ou à un **carré connu**. Trois outils suffisent, et le travail consiste surtout à reconnaître lequel s'applique. Le **facteur commun** quand tous les termes contiennent x ; la **différence de deux carrés** $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ quand l'expression est une soustraction de deux carrés ; l'**identité du carré** $a^2 \pm 2ab + b^2$ quand trois termes s'organisent en carré parfait. Une fois l'expression factorisée, la règle du produit nul transforme une équation difficile en deux équations du premier degré. Et quand l'équation se présente déjà sous la forme « quelque chose au carré = k », on conclut directement — en n'oubliant **jamais** la solution négative.

Exercice 1 - Quatre équations directes

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$x^2 = 36 \quad x^2 = 5 \quad x^2 = -1 \quad 3x^2 = 12$$

Exercice 2 - Des carrés décalés

Résoudre les équations suivantes.

a) $(x - 2)^2 = 9$

b) $(2x + 1)^2 = 4$

c) $(x + 5)^2 = 0$

Exercice 3 - Factoriser par un facteur commun

Factoriser chacune des expressions suivantes.

$$A = x^2 - 7x \quad B = 3x^2 + 6x \quad C = (x - 1)(x + 2) + (x - 1)(3x)$$

Exercice 4 - Des différences de carrés

Factoriser les expressions suivantes à l'aide de l'identité $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

$$D = x^2 - 25 \quad E = 4x^2 - 9 \quad F = (x + 1)^2 - 16 \quad G = x^2 - 7$$

Exercice 5 - La règle du produit nul

Résoudre les équations suivantes.

a) $(x - 3)(2x + 5) = 0$

b) $(2x - 1)(x + 4) = 0$

c) $x(3x - 7)(x + 2) = 0$

d) $(x - 1)(x + 6) = 8$

Exercice 6 - Reconnaître un carré parfait

- a) Vérifier que $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$, puis résoudre $x^2 - 6x + 9 = 0$.
- b) Résoudre $x^2 + 4x + 4 = 25$.
- c) L'expression $x^2 + 5x + 4$ est-elle un carré parfait ? Justifier.

Exercice 7 - Deux expressions à mettre à zéro

Résoudre les équations suivantes en factorisant d'abord.

- a) $x^2 = 4x$
- b) $5x^2 + 15x = 0$
- c) $x^2 - 81 = 0$

Exercice 8 - Deux carrés égaux

- a) Résoudre $(x - 1)^2 = (2x + 3)^2$.
- b) Résoudre $(3x + 1)^2 = (x - 5)^2$.
- c) Justifier la méthode employée à l'aide de l'identité $a^2 - b^2$.

Exercice 9 - Une factorisation en deux temps

On considère $H = (x + 3)^2 - (x - 1)^2$.

- a) Factoriser H à l'aide de l'identité $a^2 - b^2$.
- b) Développer H pour vérifier.
- c) Résoudre $H = 0$, puis $H = 24$.

Exercice 10 - Une factorisation fournie

On pose $P(x) = x^2 - 2x - 3$.

- a) Vérifier que $P(x) = (x - 1)^2 - 4$.
- b) En déduire une factorisation de $P(x)$.
- c) Résoudre $P(x) = 0$.

Exercice 11 - Vérifier qu'un nombre est solution

On considère l'équation $x^2 - 5x + 6 = 0$.

- a) Vérifier que 2 est solution, puis que 3 l'est aussi.
- b) Vérifier que $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$.
- c) L'équation a-t-elle d'autres solutions ? Justifier.

Exercice 12 - Des équations à trier

Pour chacune des équations suivantes, indiquer **quelle méthode** employer, puis résoudre.

a) $2x^2 - 18 = 0$

b) $x^2 + 9x = 0$

c) $(x - 4)^2 = 49$

d) $x^2 + 16 = 0$

Exercice 13 - Deux nombres à trouver

a) Trouver un nombre dont le carré vaut 5 fois ce nombre.

b) Trouver un nombre dont le carré dépasse son double de 15, sachant que $x^2 - 2x - 15 = (x - 5)(x + 3)$.

c) Existe-t-il un nombre dont le carré vaut l'opposé de 4 ?

Exercice 14 - Une erreur à corriger

Un élève résout ainsi l'équation $x^2 = 9x$:

« Je divise les deux membres par x , j'obtiens $x = 9$. La solution est 9. »

a) Vérifier que 9 est bien solution.

b) Vérifier que 0 l'est aussi.

c) Où est l'erreur de l'élève ? Rédiger la résolution correcte.

Exercice 15 - Synthèse : huit équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$.

a) $4x^2 = 100$

b) $x^2 + 7x = 0$

c) $(x + 6)^2 = 1$

d) $9x^2 - 4 = 0$

e) $(x - 2)(3x + 9) = 0$

f) $x^2 + 10x + 25 = 0$