Plaquette 1 – Définitions, images et ensembles de définition

Fonction carré et fonction inverse — Seconde

Exercices

Méthode

Deux fonctions de référence, deux comportements opposés. La fonction **carré** $x \mapsto x^2$ accepte **tous** les nombres et ne renvoie que des résultats **positifs** ; la fonction **inverse** $x \mapsto \frac{1}{x}$ refuse le seul nombre 0 et renvoie un résultat **du même signe** que x. Calculer une image, c'est remplacer x par sa valeur ; chercher un antécédent, c'est résoudre une équation — et là, les deux fonctions se séparent nettement : un nombre strictement positif a **deux** antécédents par la fonction carré, alors que tout nombre non nul en a **un seul** par la fonction inverse. Le réflexe à installer dès cette plaquette : avant tout calcul, se demander si la valeur proposée est autorisée, et de quel signe sera le résultat.

Exercice 1 – Images par la fonction carré

On considère la fonction carré f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

Calculer $f(4)$, $f(-3)$, $f(0)$, $f(2{,}5)$ et $f\left(-\frac{1}{2}\right)$.

Exercice 2 – Images par la fonction inverse

Soit g la fonction inverse, définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \frac{1}{x}$.

a) Calculer $g(2)$, $g(-4)$, $g(0{,}5)$ et $g\left(\frac{3}{5}\right)$.

b) Peut-on calculer $g(0)$? Justifier.

Exercice 3 – Deux ensembles de définition

a) Donner l'ensemble de définition de la fonction carré, puis celui de la fonction inverse.

b) Parmi les nombres -7, 0, $\frac{1}{3}$, $\sqrt{2}$ et $-0{,}01$, lesquels possèdent une image par la fonction carré ? par la fonction inverse ?

c) Expliquer en une phrase la différence entre les deux ensembles.

Exercice 4 – Un tableau de valeurs de la fonction carré

Recopier et compléter le tableau de valeurs de la fonction carré.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
x^2							

Que remarque-t-on en comparant les colonnes -3 et 3, puis -2 et 2 ?

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 5 – Un tableau de valeurs de la fonction inverse

Compléter le tableau de valeurs de la fonction inverse, en donnant les résultats sous forme décimale.

x	-4	-2	$-0{,}5$	$0{,}5$	2	4
$\frac{1}{x}$						

Que remarque-t-on en comparant les colonnes -2 et 2 ?

Exercice 6 – Antécédents par la fonction carré

Déterminer, lorsqu'ils existent, tous les antécédents des nombres suivants par la fonction carré : 25, 0, -4 et 7.

Exercice 7 – Antécédents par la fonction inverse

Soit g la fonction inverse.

a) Déterminer les antécédents de 4, de $-0{,}5$ et de $\frac{2}{3}$ par g.

b) Le nombre 0 a-t-il un antécédent par g ? Justifier.

Exercice 8 – Le carré est-il toujours plus grand ?

Léa affirme : « Le carré d'un nombre est toujours plus grand que ce nombre. »

a) Tester son affirmation avec $x = 3$, puis avec $x = 0{,}5$.

b) L'affirmation est-elle vraie ? Justifier.

c) Pour quelles valeurs de x positives a-t-on $x^2 < x$?

Exercice 9 – Le signe des images

Sans calculer les valeurs exactes, déterminer le signe de chacun des nombres suivants :

$$A = (-17{,}3)^2 \qquad B = \frac{1}{-0{,}004} \qquad C = \frac{1}{12{,}7} \qquad D = (-\sqrt{5})^2$$

Justifier chaque réponse par une propriété.

Exercice 10 – Des points sur les courbes

On note P la courbe de la fonction carré et H celle de la fonction inverse.

a) Les points $A(-3\,;9)$, $B(4\,;-16)$ et $C\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{4}\right)$ appartiennent-ils à P ?

b) Les points $D(5\,;0{,}2)$ et $E(-2\,;0{,}5)$ appartiennent-ils à H ?

Exercice 11 – Valeurs interdites

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes.

$$f(x) = \frac{1}{x-3} \qquad g(x) = \frac{1}{2x+5} \qquad h(x) = \frac{1}{x^2} \qquad k(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 12 – Enchaîner les deux fonctions

On note $f(x) = x^2$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.

a) Calculer $f(g(2))$ et $g(f(-2))$.

b) Calculer $f(g(0{,}1))$.

c) Montrer que pour tout $x \neq 0$, $f(g(x)) = g(f(x))$.

Exercice 13 – Carrés et inverses de fractions

Calculer et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \qquad B = \frac{1}{\frac{3}{4}} \qquad C = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 \qquad D = \frac{1}{\left(\frac{2}{7}\right)^2}$$

Exercice 14 – Comparer les deux fonctions en quelques points

Compléter le tableau ci-dessous, puis répondre.

x	0,25	0,5	1	2	4
x^2					
$\frac{1}{x}$					

a) Pour quelles valeurs du tableau a-t-on $x^2 < \frac{1}{x}$?

b) Que se passe-t-il en $x = 1$?

Exercice 15 – Deux situations concrètes

a) Un carré a pour côté x centimètres. Exprimer son aire $A(x)$ en fonction de x, puis calculer l'aire pour $x = 7$ cm. Quel côté donne une aire de 49 cm² ? Et une aire de 50 cm² ?

b) Un rectangle a une aire de 1 m² et une largeur de x mètres. Exprimer sa longueur $L(x)$. Calculer $L(0{,}4)$ et interpréter.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).