

Plaquette 2 - Variations et comparaisons

Fonction carré et fonction inverse — Seconde

Exercices

Méthode

Comparer deux carrés ou deux inverses **sans calculatrice** demande de savoir dans quel sens chaque fonction varie — et de repérer d'abord le **signe** des nombres comparés. La fonction carré change de sens en 0 : elle décroît sur les négatifs, croît sur les positifs. La fonction inverse, elle, décroît des deux côtés, mais **jamais d'un côté à l'autre** : $-1 < 1$ et pourtant $\frac{1}{-1} < \frac{1}{1}$. C'est le piège central du chapitre, et il explique pourquoi on écrit toujours « décroissante **sur** $]-\infty; 0[$ **et sur** $]0; +\infty[$ », jamais « sur $\mathbb{R}^*$ ». Pour un encadrement, la méthode est mécanique : on applique la fonction à chaque borne, on **inverse l'ordre** si la fonction décroît — et on surveille le cas où l'intervalle contient 0.

Exercice 1 - Les deux tableaux de variations

- Dresser le tableau de variations de la fonction carré sur $\mathbb{R}$, en précisant son extremum.
- Dresser celui de la fonction inverse sur $\mathbb{R}^*$.
- Pourquoi ne peut-on pas écrire que la fonction inverse est décroissante sur $\mathbb{R}^*$?

Exercice 2 - Comparer deux carrés de nombres positifs

Comparer les nombres suivants **sans calculatrice**, en justifiant par le sens de variation de la fonction carré.

- $3,2^2$ et $3,5^2$
- $\left(\frac{7}{9}\right)^2$ et $\left(\frac{7}{8}\right)^2$
- $\sqrt{3}^2$ et $\sqrt{5}^2$

Exercice 3 - Comparer deux carrés de nombres négatifs

Comparer les nombres suivants sans calculatrice.

- $(-7)^2$ et $(-4)^2$
- $(-0,3)^2$ et $(-0,8)^2$
- $(-5)^2$ et 3^2

Exercice 4 - Comparer deux inverses

Comparer sans calculatrice, en justifiant.

- $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{8}$
- $\frac{1}{-3}$ et $\frac{1}{-7}$

c) $\frac{1}{0,2}$ et $\frac{1}{0,05}$

Exercice 5 - Ranger dans l'ordre croissant

- a) Ranger dans l'ordre croissant : $(-2)^2$, $1,5^2$, $(-0,4)^2$, 3^2 et $(-3,1)^2$.
b) Ranger dans l'ordre croissant : $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{-2}$, $\frac{1}{0,5}$ et $\frac{1}{-10}$.

Exercice 6 - Encadrer un carré (cas positif)

On sait que $2 \leq x \leq 5$.

- a) Encadrer x^2 .
b) On suppose maintenant $0,3 \leq x \leq 0,7$. Encadrer x^2 .

Exercice 7 - Encadrer un carré (cas négatif)

On suppose que $-5 \leq x \leq -2$.

- a) Sur quel intervalle travaille-t-on ? Quel est le sens de variation de la fonction carré sur cet intervalle ?
b) Encadrer x^2 .
c) Vérifier avec $x = -3$.

Exercice 8 - Un encadrement qui contient zéro

On suppose que $-2 \leq x \leq 3$.

Alice propose l'encadrement $4 \leq x^2 \leq 9$.

- a) Tester sa proposition avec $x = 0$.
b) Donner le bon encadrement de x^2 , en justifiant.

Exercice 9 - Encadrer un inverse

- a) Sachant que $2 \leq x \leq 8$, encadrer $\frac{1}{x}$.
b) Sachant que $-4 \leq x \leq -1$, encadrer $\frac{1}{x}$.

Exercice 10 - Un encadrement impossible

On sait que $-3 \leq x \leq 2$ et $x \neq 0$.

Peut-on encadrer $\frac{1}{x}$? Expliquer, en calculant $\frac{1}{x}$ pour $x = 0,1$, puis pour $x = 0,001$.

Exercice 11 - Vrai ou faux sur les variations

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant par une propriété ou un contre-exemple.

- a) Si $a < b$ alors $a^2 < b^2$.

- b) Si a et b sont positifs et $a < b$ alors $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$.
- c) Le carré d'un nombre est toujours supérieur ou égal à ce nombre.
- d) L'inverse d'un nombre est toujours plus petit que ce nombre.

Exercice 12 - Encadrer une expression composée

On suppose que $1 \leq x \leq 4$.

- a) Encadrer x^2 .
- b) En déduire un encadrement de $x^2 + 3$.
- c) Encadrer $\frac{1}{x}$, puis $\frac{5}{x}$.

Exercice 13 - Comparer sans calculer

Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants, sans calculatrice :

$$A = 0,9^2 \quad B = \frac{1}{0,9} \quad C = 0,9 \quad D = 1$$

Exercice 14 - Une erreur de raisonnement

Un élève écrit : « Comme $-4 < -1$ et que la fonction inverse est décroissante, on a $\frac{1}{-4} < \frac{1}{-1}$. »

- a) Calculer les deux nombres.
- b) Où est l'erreur ? Corriger le raisonnement.

Exercice 15 - Synthèse : un encadrement en deux temps

On sait que $-3 \leq x \leq -1$.

- a) Encadrer x^2 .
- b) Encadrer $\frac{1}{x}$.
- c) En déduire un encadrement de $\frac{1}{x^2}$.
- d) Vérifier les trois encadrements avec $x = -2$.