FICHE DE RÉVISION

Fonction carré et fonction inverse

Seconde

1. Fonction carré

$f(x) = x^2$, définie sur $\mathbb{R}$; courbe : **parabole** de sommet O, symétrique par rapport à l'axe des ordonnées car $(-x)^2 = x^2$.
$x^2 \geq 0$; minimum 0 en 0.

2. Variations du carré

Décroissante sur $]-\infty\,;0]$, croissante sur $[0\,;+\infty[$.
Preuve : signe de $b^2 - a^2 = (b-a)(b+a)$.
— $0 \leq a < b \implies a^2 < b^2$;
— $a < b \leq 0 \implies a^2 > b^2$.

3. Équations et inéquations

— $x^2 = k$: $k > 0$: $\pm\sqrt{k}$; $k = 0$: 0 ; $k < 0$: aucune ;
— $x^2 < k$ $(k > 0)$: $\left]-\sqrt{k}\,;\sqrt{k}\right[$;
— $x^2 > k$ $(k > 0)$: $\left]-\infty\,;-\sqrt{k}\right[\cup \left]\sqrt{k}\,;+\infty\right[$.

4. x et x^2 pour $x \geq 0$

Signe de $x^2 - x = x(x-1)$:
— $0 \leq x \leq 1$: $x^2 \leq x$ (parabole sous la droite) ;
— $x \geq 1$: $x^2 \geq x$; points communs $(0\,;0)$, $(1\,;1)$.

5. Fonction inverse

$f(x) = \dfrac{1}{x}$, définie sur $\mathbb{R}^*$; courbe : **hyperbole** à deux branches, symétrique par rapport à O car $\frac{1}{-x} = -\frac{1}{x}$.
$\frac{1}{x}$ a le signe de x et ne s'annule jamais.

6. Variations de l'inverse

Décroissante sur $]-\infty\,;0[$ **et** sur $]0\,;+\infty[$ (pas sur $\mathbb{R}^*$ entier).
Preuve : $\dfrac{1}{b} - \dfrac{1}{a} = \dfrac{a-b}{ab} < 0$ pour $a < b$ de même signe.

7. Équations avec l'inverse

— $\frac{1}{x} = k$ $(k \neq 0)$: $x = \frac{1}{k}$; $\frac{1}{x} = 0$: aucune ;
— $\frac{1}{x} < k$: traiter $x < 0$ et $x > 0$ séparément.
Exemple : $\frac{1}{x} < 2 \iff x \in]-\infty\,;0[\cup]\frac{1}{2}\,;+\infty[$.

Pièges

— $x^2 = 9$: deux solutions, -3 et 3 ;
— $x^2 < 9$ ne donne pas $x < 3$;
— comparer deux carrés : regarder les signes ;
— multiplier une inégalité par x : signe de x ?
— encadrer x^2 quand l'intervalle contient 0 : le minimum est 0.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).