Plaquette 4 – Équations, inéquations et fonctions √(ax + b)

Fonction racine carrée — Seconde

Exercices

Méthode

On résout des **équations** et **inéquations** avec radicaux en gérant les **conditions d'existence** et les **solutions parasites**, et on étudie des fonctions du type $\sqrt{ax+b}$.

Exercice 1 – Équation de base

Résoudre $\sqrt{3x+1} = 4$.

Exercice 2 – Deux radicaux

Résoudre $\sqrt{2x+3} = \sqrt{x+7}$.

Exercice 3 – Solution parasite

On veut résoudre $\sqrt{x+6} = x$.

a) Expliquer pourquoi une solution doit vérifier $x \geq 0$.

b) Montrer qu'une solution vérifie $x^2 - x - 6 = 0$, puis vérifier que $x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2)$.

c) Conclure.

Exercice 4 – Inéquation avec radical

Résoudre $\sqrt{2x-4} < 3$.

Exercice 5 – Domaine et variations

Étudier $f(x) = \sqrt{8-2x}$: domaine, variations, valeurs particulières.

Exercice 6 – Équation avec deux solutions

On veut résoudre $\sqrt{x+2} = x-4$.

a) Quelle condition sur x doit-on imposer pour que l'égalité soit possible ?

b) Montrer qu'une solution vérifie $x^2 - 9x + 14 = 0$, puis vérifier que $x^2 - 9x + 14 = (x-2)(x-7)$.

c) Conclure.

Exercice 7 – Transformations de courbe

Décrire comment obtenir les courbes de $g(x) = \sqrt{x-3}$, $h(x) = \sqrt{x} + 3$ et $k(x) = 2\sqrt{x}$ à partir de celle de $\sqrt{x}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 8 – Inéquation à deux radicaux

Résoudre $\sqrt{x+5} \leq \sqrt{2x+1}$.

Exercice 9 – Fonction composée et image

Soit $f(x) = \sqrt{x^2+9}$. Déterminer le domaine, le minimum et l'image.

Exercice 10 – Équation sans solution

Résoudre $\sqrt{x-1} + 3 = 1$ et $\sqrt{x^2+1} = 0$.

Exercice 11 – Problème de distance

Un point $M(x\,;0)$ se déplace sur l'axe des abscisses. Exprimer sa distance au point $A(4\,;3)$ et déterminer sa valeur minimale.

Exercice 12 – Inéquation avec produit

On veut résoudre $x\sqrt{x} \leq 8$ pour $x \geq 0$. On pose $t = \sqrt{x}$.

a) Montrer que l'inéquation s'écrit $t^3 \leq 8$, avec $t \geq 0$.

b) En utilisant la fonction cube, résoudre en t, puis en déduire les solutions en x.

Exercice 13 – Résoudre une équation par substitution

On veut résoudre $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$ en posant $t = \sqrt{x}$.

a) Montrer que l'équation s'écrit $t^2 - 5t + 6 = 0$, avec $t \geq 0$.

b) Vérifier que $t^2 - 5t + 6 = (t-2)(t-3)$, puis résoudre l'équation en t et en x.

Exercice 14 – Comparaison de deux fonctions

Comparer $f(x) = \sqrt{4x}$ et $g(x) = 2\sqrt{x}$ pour $x \geq 0$.

Exercice 15 – Résolution graphique et algébrique

Résoudre $\sqrt{x} = \dfrac{x}{2}$ algébriquement, puis interpréter graphiquement.

Exercice 16 – Fonction avec deux radicaux

Déterminer le domaine de définition de $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{5-x}$, puis calculer $f(1)$, $f(3)$ et $f(5)$.

Exercice 17 – Synthèse : étude et résolution

Soit $f(x) = \sqrt{2x+8}$.

a) Domaine et variations.

b) Résoudre $f(x) = 6$ puis $f(x) \geq 4$.

c) Comparer $f(x)$ et x sur le domaine.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).