

Plaquette 2 - Déterminer une fonction affine

Fonctions affines — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Déterminer les deux coefficients d'une fonction affine.

- **Cas 1 — deux images connues.** Si $f(a)$ et $f(b)$ sont donnés, avec $a \neq b$:

$$m = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \quad \text{puis} \quad p = f(a) - m \times a$$

- **Cas 2 — deux points d'une droite.** Pour $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ avec $x_A \neq x_B$:

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

puis on remplace les coordonnées de A (ou de B) dans $y = mx + p$ pour obtenir p .

- **Cas 3 — m et un point.** On remplace directement : $y_A = mx_A + p$ donne p .
- **Cas 4 — p et un point.** On remplace et l'on résout en m : $y_A = mx_A + p$ donne $m = \frac{y_A - p}{x_A}$ si $x_A \neq 0$.
- **Deux cas particuliers.** Si la droite passe par l'**origine**, alors $p = 0$ et la fonction est **linéaire**. Si les deux points ont la **même ordonnée**, alors $m = 0$ et la fonction est **constante**.
- **Droites parallèles.** Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le **même** coefficient directeur. « Parallèle à $y = 3x - 1$ » signifie donc $m = 3$, et rien de plus.
- **Intersection de deux droites.** On résout $f(x) = g(x)$ pour l'abscisse, puis on calcule l'ordonnée avec l'une des deux expressions.
- **L'ordre des soustractions.** Le numérateur et le dénominateur doivent être pris **dans le même ordre** : $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, et non $\frac{y_A - y_B}{x_B - x_A}$, qui donnerait l'opposé.
- **Le contrôle final.** On vérifie l'expression trouvée sur le point **non utilisé** pour calculer p .

Correction de l'exercice 1 - À partir de deux images

- a) Le coefficient directeur est le taux de variation entre les deux points connus :

$$m = \frac{f(5) - f(2)}{5 - 2} = \frac{16 - 7}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

- b) On sait maintenant que $f(x) = 3x + p$. On remplace dans l'une des deux images données, par exemple $f(2) = 7$:

$$3 \times 2 + p = 7 \Leftrightarrow 6 + p = 7 \Leftrightarrow p = 1$$

- c) L'expression cherchée est donc

$$f(x) = 3x + 1$$

Vérification sur l'autre point, celui qui n'a pas servi à calculer p :

$$f(5) = 15 + 1 = 16 \quad \checkmark$$

Pourquoi ce contrôle et pas un autre. Si l'on vérifiait sur $f(2)$, on retrouverait 7 à coup sûr — c'est ce point qui a servi à déterminer p . Seul le contrôle sur le second point valide

réellement le calcul de m .

La méthode en deux temps. Le taux de variation donne m ; une image quelconque donne ensuite p . Deux informations, deux coefficients : c'est exactement ce qu'il faut.

L'erreur d'ordre. Écrire $m = \frac{7-16}{5-2} = -3$ en inversant le numérateur sans inverser le dénominateur donnerait le coefficient **opposé**. Numérateur et dénominateur se lisent toujours dans le même sens.

Réponse. a) $m = 3$ — b) $p = 1$ — c) $f(x) = 3x + 1$, et $f(5) = 16$ ✓

Correction de l'exercice 2 - À partir de deux points d'une droite

a) On applique la formule du coefficient directeur, en soignant les signes :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - 4}{3 - (-1)} = \frac{-8}{4} = -2$$

Le dénominateur vaut $3 + 1 = 4$: soustraire -1 revient à ajouter 1.

b) On remplace les coordonnées de A dans $y = -2x + p$:

$$4 = -2 \times (-1) + p \Leftrightarrow 4 = 2 + p \Leftrightarrow p = 2$$

c) Une équation de d est donc

$$y = -2x + 2$$

Vérification avec $B(3; -4)$, le point non utilisé :

$$-2 \times 3 + 2 = -6 + 2 = -4 \quad \checkmark$$

L'ordonnée obtenue est bien celle de B.

Le signe négatif de m . Il signifie que la droite **descend** de gauche à droite : quand x augmente de 1, y diminue de 2. C'est cohérent avec les données, puisque l'ordonnée passe de 4 à -4 quand l'abscisse passe de -1 à 3.

Les deux pièges de signe. Au dénominateur, $3 - (-1) = 4$ et non 2. Et dans la question b), $-2 \times (-1) = +2$ et non -2 . Chacune de ces erreurs change le résultat final.

Réponse. a) $m = -2$ — b) $p = 2$ — c) $y = -2x + 2$, et B vérifie l'équation ✓

Correction de l'exercice 3 - À partir du coefficient et d'un point

a) Le coefficient directeur est donné : la fonction s'écrit $f(x) = -3x + p$. Il reste à utiliser l'image connue :

$$f(2) = -3 \times 2 + p = 1 \Leftrightarrow -6 + p = 1 \Leftrightarrow p = 7$$

b) L'expression est donc

$$f(x) = -3x + 7$$

Contrôle : $f(2) = -6 + 7 = 1$ ✓

c) On calcule les deux images :

$$f(0) = 7 \quad f(5) = -15 + 7 = -8$$

La valeur $f(0) = 7$ n'est autre que p : c'est toujours le cas, puisque $f(0) = m \times 0 + p = p$.

Le cas le plus simple des quatre. Quand m est donné, il ne reste qu'une inconnue : une seule équation du premier degré suffit. C'est la situation la plus fréquente dans les problèmes de tarif, où le prix unitaire est connu et où une facture fournit le point.

Le contrôle immédiat. Une fois p trouvé, on recalcule l'image donnée dans l'énoncé. Ici $f(2)$ doit redonner 1, et c'est le cas.

L'interprétation du signe. $m = -3$ signifie que $f(x)$ perd 3 unités chaque fois que x gagne 1. De $f(2) = 1$, on peut ainsi déduire $f(3) = -2$ de tête, sans utiliser l'expression.

Réponse. a) $p = 7$ — b) $f(x) = -3x + 7$ — c) $f(0) = 7$ et $f(5) = -8$.

Correction de l'exercice 4 - À partir de l'ordonnée à l'origine et d'un point

a) L'ordonnée à l'origine est par définition l'image de 0 :

$$p = g(0) = 5$$

Aucun calcul n'est nécessaire : dans $g(x) = mx + p$, remplacer x par 0 annule le premier terme et laisse p .

b) La fonction s'écrit donc $g(x) = mx + 5$. On utilise la seconde image :

$$g(4) = 4m + 5 = 13 \Leftrightarrow 4m = 8 \Leftrightarrow m = 2$$

On pouvait aussi passer par le taux de variation :

$$m = \frac{g(4) - g(0)}{4 - 0} = \frac{13 - 5}{4} = 2$$

Les deux méthodes donnent le même résultat.

c) L'expression est

$$g(x) = 2x + 5$$

et $g(-2) = -4 + 5 = 1$.

Pourquoi $g(0)$ est une information privilégiée. Elle donne p **immédiatement**, sans résoudre quoi que ce soit. Dès qu'un énoncé fournit l'image de 0 — ou un point d'abscisse nulle sur un graphique — il faut commencer par là.

Le lien avec le graphique. Le point $(0; 5)$ est celui où la droite coupe l'axe des ordonnées. C'est pourquoi p s'appelle l'**ordonnée à l'origine** : c'est l'ordonnée du point d'abscisse 0.

Le contrôle. $g(4) = 8 + 5 = 13$ ✓ L'expression redonne bien la seconde donnée de l'énoncé.

Réponse. a) $p = g(0) = 5$ — b) $m = 2$ — c) $g(x) = 2x + 5$ et $g(-2) = 1$.

Correction de l'exercice 5 - Une fonction linéaire

a) Par définition, une fonction linéaire s'écrit $h(x) = mx$: son ordonnée à l'origine est nulle.

$$p = 0$$

Graphiquement, cela signifie que sa droite passe par l'**origine** du repère.

b) La fonction s'écrit donc $h(x) = mx$, et une seule information suffit :

$$h(3) = 3m = 12 \Leftrightarrow m = 4$$

D'où $h(x) = 4x$.

c) On calcule :

$$h(7) = 28 \quad h(6) = 24 \quad 2 \times h(3) = 2 \times 12 = 24$$

L'égalité $h(6) = 2 \times h(3)$ est bien vérifiée : doubler x double l'image. C'est la propriété caractéristique des fonctions linéaires, qui traduisent une **proportionnalité**.

Combien d'informations faut-il. Pour une fonction **linéaire**, une seule suffit, car p est connu d'avance. Pour une fonction **affine** quelconque, il en faut deux. Le mot « linéaire » de l'énoncé est donc une donnée à part entière.

Le contre-exemple utile. Avec $f(x) = 4x + 1$ (affine non linéaire), on aurait $f(3) = 13$ et $f(6) = 25 \neq 2 \times 13$. L'égalité de la question c) ne vaut **que** pour les fonctions linéaires.

Réponse. a) $p = 0$, car une fonction linéaire s'écrit mx — b) $m = 4$, donc $h(x) = 4x$ — c) $h(7) = 28$ et $h(6) = 24 = 2 \times 12$ ✓

Correction de l'exercice 6 - Lire les coefficients sur un graphique

a) L'ordonnée à l'origine est l'ordonnée du point où la droite coupe l'axe des ordonnées. On lit

$$p = -2$$

b) On choisit deux points marqués à coordonnées entières : $(0; -2)$ et $(3; 4)$. Le coefficient directeur est le quotient des accroissements :

$$m = \frac{4 - (-2)}{3 - 0} = \frac{6}{3} = 2$$

On peut aussi le lire directement sur la grille : en avançant de 1 vers la droite, on monte de 2 carreaux.

c) L'expression est donc

$$f(x) = 2x - 2$$

et $f(10) = 20 - 2 = 18$.

Le choix des deux points. On les prend toujours à coordonnées **entières** et aussi **éloignés** que possible : une erreur de lecture d'un demi-carreau se divise alors par la distance horizontale. Lire deux points voisins triple l'imprécision.

Le contrôle sur un troisième point. La droite passe visiblement par $(1; 0)$: on vérifie $f(1) = 2 - 2 = 0$ ✓ Cela confirme les deux coefficients.

L'attention aux deux lectures. p se lit **verticalement** (sur l'axe des ordonnées), m se lit comme une **pente** (un déplacement vertical rapporté à un déplacement horizontal). Ce ne sont pas les mêmes gestes.

Réponse. a) $p = -2$ — b) $m = 2$ — c) $f(x) = 2x - 2$ et $f(10) = 18$.

Correction de l'exercice 7 - À partir d'un tableau de valeurs

a) Quand x augmente de 3 (de -2 à 1 , de 1 à 4 , de 4 à 7), l'image varie de

$$5 - 11 = -6 \quad -1 - 5 = -6 \quad -7 - (-1) = -6$$

Les trois accroissements sont égaux à -6 : la régularité attendue d'une fonction affine est bien présente.

b) Le coefficient directeur est le quotient des accroissements :

$$m = \frac{-6}{3} = -2$$

Pour p , on remplace dans un point connu, par exemple $(1; 5)$:

$$-2 \times 1 + p = 5 \Leftrightarrow -2 + p = 5 \Leftrightarrow p = 7$$

Donc $f(x) = -2x + 7$.

Contrôle sur un point non utilisé, $(7; -7)$: $-14 + 7 = -7$ ✓

c) On applique l'expression :

$$f(10) = -20 + 7 = -13$$

Pour l'antécédent de 0 , on résout :

$$-2x + 7 = 0 \Leftrightarrow 2x = 7 \Leftrightarrow x = 3,5$$

Le piège du pas. Ici le pas en x est 3, pas 1 : il ne faut **pas** prendre $m = -6$. On divise toujours l'accroissement des images par celui des abscisses.

Le rôle de la mention « affine ». Sans elle, le tableau ne permettrait rien : quatre points ne déterminent pas une fonction. C'est l'énoncé qui fournit le type, et le tableau les coefficients.

Réponse. a) accroissement constant -6 pour $+3$ — b) $m = -2$ et $p = 7$ — c) $f(10) = -13$ et l'antécédent de 0 est 3,5.

Correction de l'exercice 8 - Une droite parallèle à une autre

a) Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le **même coefficient directeur**. Celui de d vaut 3, donc

$$m' = 3$$

C'est la seule information que le parallélisme fournit : l'ordonnée à l'origine de d ne sert à rien ici.

b) La droite d' a pour équation $y = 3x + p'$, et elle passe par $A(2; 8)$:

$$8 = 3 \times 2 + p' \Leftrightarrow 8 = 6 + p' \Leftrightarrow p' = 2$$

L'équation de d' est donc

$$y = 3x + 2$$

Contrôle : pour $x = 2$, $y = 6 + 2 = 8$ ✓ le point A appartient bien à d' .

c) Non. Les deux droites ont le même coefficient directeur 3 mais des ordonnées à l'origine différentes : -1 pour d et 2 pour d' . Elles sont donc **strictement parallèles**, sans aucun point commun.

On peut le confirmer en résolvant $3x - 1 = 3x + 2$, qui donne $-1 = 2$: l'équation est impossible, il n'y a pas d'intersection.

Le critère complet. Deux droites $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ sont **parallèles** si $m = m'$, et **confondues** si de plus $p = p'$. Si $m \neq m'$, elles se coupent en exactement un point.

Le contrôle de vraisemblance. L'écart vertical entre les deux droites vaut $(3x + 2) - (3x - 1) = 3$: il est constant, ce qui est bien la signature du parallélisme.

Réponse. a) $m' = 3$ — b) $y = 3x + 2$ — c) non : mêmes coefficients directeurs mais ordonnées à l'origine différentes (-1 et 2), elles sont strictement parallèles.

Correction de l'exercice 9 - Le cas d'une fonction constante

a) On applique la formule habituelle :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - 5}{4 - (-3)} = \frac{0}{7} = 0$$

Le coefficient directeur est **nul**, parce que les deux points ont la **même ordonnée**.

b) Avec $m = 0$, l'équation devient $y = 0 \times x + p$, soit $y = p$. En remplaçant les coordonnées de A :

$$5 = p$$

L'équation de la droite est donc

$$y = 5$$

C'est une droite **horizontale**, à la hauteur 5.

c) Oui. Elle représente la fonction **constante** f définie par $f(x) = 5$: à tout nombre, elle associe 5. C'est bien une fonction, puisque chaque x a une image, et une seule.

Cette fonction est affine (avec $m = 0$), mais elle n'est ni croissante au sens strict ni décroissante : elle ne varie pas.

Le contraste avec la droite verticale. Une droite **verticale** d'équation $x = 5$ ne représente **aucune** fonction : le nombre 5 y aurait une infinité d'images. C'est pourquoi la formule de m exige $x_A \neq x_B$ — sinon le dénominateur serait nul.

À retenir. Même ordonnée pour les deux points $\Rightarrow$ droite horizontale, fonction constante, $m = 0$. Même **abscisse** $\Rightarrow$ droite verticale, aucune fonction, m n'existe pas.

Réponse. a) $m = 0$ — b) $y = 5$ — c) oui, la fonction constante $f(x) = 5$.

Correction de l'exercice 10 - Retrouver une donnée manquante

a) La fonction s'écrit $f(x) = 2x + p$. On utilise l'image donnée :

$$f(4) = 8 + p = 10 \Leftrightarrow p = 2$$

D'où $f(x) = 2x + 2$.

b) $f(1) = 2 + 2 = 4$.

c) L'élève a appliqué un raisonnement de **proportionnalité** : il a supposé que $\frac{f(x)}{x}$ était constant, ce qui n'est vrai que pour les fonctions **linéaires**.

Ici $p = 2 \neq 0$: la fonction est affine sans être linéaire, et le quotient n'est pas constant.

$$\frac{f(4)}{4} = \frac{10}{4} = 2,5 \quad \text{mais} \quad \frac{f(1)}{1} = \frac{4}{1} = 4$$

Les deux quotients diffèrent : le « produit en croix » est donc interdit.

Le test de proportionnalité, en une ligne. Une fonction affine traduit une proportionnalité **si et seulement si** $f(0) = 0$. Ici $f(0) = 2 \neq 0$, donc non.

Ce qui est constant, en revanche. Ce n'est pas le quotient $\frac{f(x)}{x}$ mais le **taux de variation** $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$. C'est la différence essentielle entre linéaire et affine, et c'est l'erreur la plus fréquente du chapitre.

Le contrôle par l'accroissement. De $f(4) = 10$, on descend de 3 unités en x , donc de $3 \times 2 = 6$ unités en y : $f(1) = 10 - 6 = 4$ ✓

Réponse. a) $p = 2$, donc $f(x) = 2x + 2$ — b) $f(1) = 4$ — c) il a fait un produit en croix, valable seulement pour une fonction linéaire ($p = 0$).

Correction de l'exercice 11 - Intersection de deux droites

a) Les deux coefficients directeurs sont 2 et -1 : ils sont **différents**, donc les droites ne sont pas parallèles. Elles sont donc sécantes, et se coupent en exactement un point.

b) Le point d'intersection a des coordonnées qui vérifient **les deux** équations. On égale donc les deux expressions de y :

$$2x - 1 = -x + 5$$

On résout :

$$2x + x = 5 + 1 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Puis on calcule l'ordonnée avec l'une des deux équations, la plus simple :

$$y = -2 + 5 = 3$$

Le point d'intersection est donc $I(2; 3)$.

c) On vérifie dans les **deux** équations :

$$d_1: 2 \times 2 - 1 = 3 \quad \checkmark \quad d_2: -2 + 5 = 3 \quad \checkmark$$

Le point appartient bien aux deux droites.

Pourquoi vérifier dans les deux. Une erreur de calcul dans la résolution donnerait un point appartenant à une seule droite. Le double contrôle est la seule garantie.

La traduction en fonctions. Résoudre $f(x) = g(x)$, c'est chercher **où** les deux fonctions prennent la même valeur, donc l'abscisse du point d'intersection de leurs courbes. C'est le calcul de base de toute comparaison de deux tarifs.

Le cas exclu par la question a). Si les deux coefficients étaient égaux, l'équation aboutirait à une absurdité (droites parallèles distinctes) ou à une identité (droites confondues, donc une infinité de points communs).

Réponse. a) leurs coefficients directeurs, 2 et -1 , sont différents — b) $I(2; 3)$ — c) les deux équations donnent $y = 3$ pour $x = 2 \quad \checkmark$

Correction de l'exercice 12 - Un tarif retrouvé à partir de deux factures

a) Le tarif horaire est le **coefficient directeur** de la fonction affine : c'est ce qui s'ajoute par heure supplémentaire.

$$m = \frac{135 - 65}{12 - 5} = \frac{70}{7} = 10$$

Le tarif horaire est de 10 € par heure.

b) Le déplacement fixe est l'**ordonnée à l'origine** : ce qu'on paie pour 0 heure de travail. On remplace dans la première facture :

$$f(5) = 10 \times 5 + p = 65 \Leftrightarrow 50 + p = 65 \Leftrightarrow p = 15$$

Le déplacement fixe est de 15 €.

c) L'expression est donc

$$f(x) = 10x + 15$$

Contrôle sur la seconde facture, non utilisée pour p : $f(12) = 120 + 15 = 135 \text{ €} \quad \checkmark$

Pour 8 heures : $f(8) = 80 + 15 = 95 \text{ €}$.

d) On cherche un antécédent de 105 :

$$10x + 15 = 105 \Leftrightarrow 10x = 90 \Leftrightarrow x = 9$$

Le client a été facturé pour 9 **heures**.

Pourquoi deux factures suffisent. Le tarif comporte deux inconnues — le fixe et l'horaire — donc deux informations sont nécessaires et suffisantes. C'est exactement la situation d'une fonction affine.

Le contrôle de vraisemblance. Le tarif horaire payé pour 5 heures est $\frac{65}{5} = 13 \text{ €}$ l'heure, contre $\frac{135}{12} = 11,25 \text{ €}$ pour 12 heures. Le prix moyen horaire **baisse** avec la durée : c'est le signe qu'il existe une part fixe, et donc que le tarif n'est pas proportionnel.

Réponse. a) 10 € par heure — b) 15 € de déplacement — c) $f(x) = 10x + 15$ et $f(8) = 95 \text{ €}$ — d) 9 heures.

Correction de l'exercice 13 - Deux points, un cas à surveiller

a) **Oui.** Les abscisses sont différentes, la formule s'applique :

$$m = \frac{9-3}{4-1} = \frac{6}{3} = 2$$

Puis avec A : $3 = 2 \times 1 + p$, donc $p = 1$. La fonction est $f(x) = 2x + 1$. Contrôle avec B : $8 + 1 = 9$ ✓

b) **Non.** Les deux points ont la **même abscisse** 2, et des ordonnées différentes. Le dénominateur de la formule serait nul :

$$x_D - x_C = 2 - 2 = 0$$

Aucune fonction ne peut passer par ces deux points, car le nombre 2 aurait alors **deux** images, 7 et -1 . Les deux points sont sur la droite **verticale** $x = 2$, qui ne représente aucune fonction.

c) **Oui.** Les abscisses diffèrent, et les ordonnées sont égales :

$$m = \frac{4-4}{5-(-1)} = \frac{0}{6} = 0$$

La fonction est **constante** : $f(x) = 4$. Sa courbe est la droite horizontale $y = 4$, qui passe bien par E et F.

Les deux cas à ne pas confondre.

Situation	Conséquence
même ordonnée	$m = 0$, fonction constante, droite horizontale
même abscisse	m n'existe pas, aucune fonction, droite verticale

La condition d'existence. La formule $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ exige $x_A \neq x_B$. Vérifier cette condition **avant** de calculer évite une division par zéro et une réponse absurde.

Réponse. a) oui, $f(x) = 2x + 1$ — b) non : même abscisse, le nombre 2 aurait deux images — c) oui, la fonction constante $f(x) = 4$.

Correction de l'exercice 14 - Deux fonctions à déterminer

a) Pour l'opérateur A :

$$m_A = \frac{42-22}{30-10} = \frac{20}{20} = 1$$

puis avec le point (10 ; 22) : $22 = 10 + p_A$, donc $p_A = 12$. D'où $f(x) = x + 12$.

Pour l'opérateur B :

$$m_B = \frac{56-16}{30-10} = \frac{40}{20} = 2$$

puis avec (10 ; 16) : $16 = 20 + p_B$, donc $p_B = -4$. D'où $g(x) = 2x - 4$.

Contrôles sur les points non utilisés : $f(30) = 30 + 12 = 42$ ✓ et $g(30) = 60 - 4 = 56$ ✓

b) Pour 20 Go :

$$f(20) = 32 \text{ €} \quad g(20) = 36 \text{ €}$$

L'opérateur A est moins cher de 4 €.

c) On cherche à partir de quand $f(x) < g(x)$:

$$x + 12 < 2x - 4 \Leftrightarrow 12 + 4 < 2x - x \Leftrightarrow 16 < x$$

L'opérateur A devient plus avantageux **à partir de 17 Go** (si l'on compte en gigaoctets entiers). À exactement 16 Go, les deux coûtent le même prix :

$$f(16) = 28 \text{ €} \quad g(16) = 32 - 4 = 28 \text{ €} \quad \checkmark$$

La lecture des coefficients. L'opérateur A a une part fixe élevée (12 €) mais un prix au gigaoctet faible (1 €) : il est fait pour les gros consommateurs. B a une part fixe **négative** (-4 €), ce qui n'a pas de sens pour $x = 0$ mais traduit simplement un tarif dégressif à l'envers — son prix au Go est le double.

La limite du modèle. $g(0) = -4$ € : l'opérateur B « paierait » le client pour 0 Go. Le modèle affine n'est donc valable que sur la plage des forfaits réellement proposés, pas jusqu'à $x = 0$.

Réponse. a) $f(x) = x + 12$ et $g(x) = 2x - 4$ — b) 32 € contre 36 € : A est moins cher — c) à partir de 17 Go (égalité à 16 Go, 28 € chacun).

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : quatre situations, une méthode

a) Deux images connues : on commence par le taux de variation.

$$m = \frac{f(3) - f(-2)}{3 - (-2)} = \frac{-1 - 9}{5} = \frac{-10}{5} = -2$$

Puis avec $f(-2) = 9$: $-2 \times (-2) + p = 9$, soit $4 + p = 9$ et $p = 5$.

$$f(x) = -2x + 5$$

Contrôle : $f(3) = -6 + 5 = -1$ ✓

b) Le coefficient est donné, il ne reste que p :

$$\frac{1}{2} \times 6 + p = 1 \Leftrightarrow 3 + p = 1 \Leftrightarrow p = -2$$

$$g(x) = \frac{1}{2}x - 2$$

c) « Passe par l'origine » signifie $p = 0$: la fonction est **linéaire**, $h(x) = mx$. Avec le point (5 ; -15) :

$$5m = -15 \Leftrightarrow m = -3 \quad \text{donc} \quad h(x) = -3x$$

d) Parallèle à la courbe de f signifie **même coefficient directeur**, donc $m = -2$. Et $k(0) = -3$ donne directement $p = -3$:

$$k(x) = -2x - 3$$

e) Les deux fonctions f et k ont le **même** coefficient directeur -2 : leurs droites sont **parallèles**. Elles n'ont donc **aucun** point d'intersection.

On peut le confirmer : $-2x + 5 = -2x - 3$ donne $5 = -3$, ce qui est impossible.

Et les ordonnées à l'origine diffèrent (5 et -3), donc les droites ne sont pas confondues : ce sont deux parallèles distinctes, d'écart vertical constant égal à 8.

Le bilan de la plaquette. Quatre situations, une seule méthode : trouver m (par le taux de variation, ou donné, ou par parallélisme, ou nul si $p = 0$ est connu), puis p (par substitution d'un point, ou lu directement si l'image de 0 est donnée). Et toujours le contrôle sur le point non utilisé.

Le piège de la question e). L'énoncé demande une intersection qui n'existe pas. Répondre « il n'y en a pas, car les droites sont parallèles » est la bonne réponse : il faut vérifier les coefficients **avant** de se lancer dans la résolution.

Réponse. a) $f(x) = -2x + 5$ — b) $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$ — c) $h(x) = -3x$ — d) $k(x) = -2x - 3$ — e) aucun point d'intersection : les droites sont parallèles.