

Plaquette 3 - Représentation graphique et exploitation

Fonctions affines — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Représenter et exploiter une fonction affine.

- **La courbe est une droite.** Pour $f(x) = mx + p$, la représentation graphique est la droite d'équation $y = mx + p$. **Deux points suffisent** pour la tracer.
- **Les deux points les plus commodes** : $(0; p)$, obtenu sans calcul, et un second point, par exemple $(1; m + p)$ ou un point d'abscisse choisie pour tomber sur des valeurs entières.
- **Lire les coefficients.** p est l'**ordonnée du point d'abscisse 0**. Et m se lit comme une pente, entre deux points à coordonnées entières :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

- **Le signe de m se voit.**

$m > 0$: la droite monte $m < 0$: la droite descend $m = 0$: droite horizontale

- **Intersections avec les axes.** Avec l'axe des ordonnées : le point $(0; p)$, toujours unique. Avec l'axe des abscisses : le point $(-\frac{p}{m}; 0)$ si $m \neq 0$, obtenu en résolvant $mx + p = 0$.
- **Deux droites.** Elles sont **parallèles** si $m = m'$, **sécantes** sinon. Dans le second cas, l'abscisse du point d'intersection est la solution de $mx + p = m'x + p'$.
- **Résoudre graphiquement.** $f(x) = k$: abscisse du point d'intersection avec la droite horizontale $y = k$ — **une seule** si $m \neq 0$. $f(x) \geq k$: abscisses des points **au-dessus** de cette droite, donc une demi-droite. $f(x) \geq g(x)$: abscisses où C_f est au-dessus de C_g .
- **Deux familles de droites.** Celles qui ont le même m sont **parallèles** entre elles ; celles qui ont le même p passent toutes par le **même point** $(0; p)$.
- **Les solutions sont des abscisses.** On lit toujours sur l'axe horizontal, jamais l'ordonnée du point trouvé.

Correction de l'exercice 1 - Tracer une droite

a) On calcule les deux images :

$$f(0) = -3 \quad f(3) = 6 - 3 = 3$$

b) Les deux points sont donc $A(0; -3)$ et $B(3; 3)$. On les place dans le repère et on trace la droite qui les joint — en la prolongeant de part et d'autre, car la fonction est définie sur $\mathbb{R}$ tout entier. Le tracé figure ci-dessous.

c) Parce que la représentation graphique d'une fonction affine est une **droite**, et que par deux points distincts il passe **une seule** droite. Deux points déterminent donc entièrement le tracé.

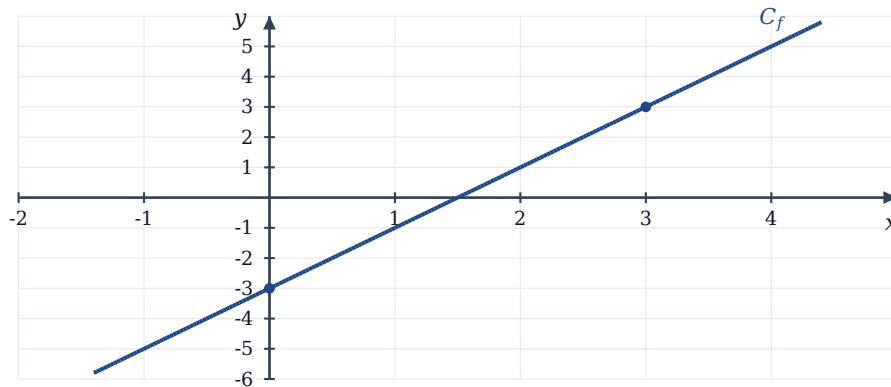
Le choix des deux points. On prend toujours $(0; p)$ en premier : il ne demande aucun calcul, puisque $f(0) = p$. Pour le second, on choisit une abscisse qui donne une **ordonnée entière** — ici $x = 3$ donne $y = 3$, facile à placer.

Le contrôle sur un troisième point. On calcule une image supplémentaire pour vérifier l'alignement : $f(1) = -1$, et le point $(1; -1)$ doit tomber exactement sur la droite tracée.

Si ce n'est pas le cas, l'un des deux premiers points est mal placé.

Le réflexe de prudence. Deux points éloignés valent mieux que deux points voisins : une petite erreur de placement fait beaucoup moins pivoter la droite.

Réponse. a) $f(0) = -3$ et $f(3) = 3$ — b) la droite passant par $(0; -3)$ et $(3; 3)$ — c) par deux points distincts il passe une seule droite.



La droite de $f(x) = 2x - 3$, tracée à partir de deux points.

Correction de l'exercice 2 - Lire les coefficients sur une droite

a) La droite coupe l'axe des ordonnées au point $(0; 3)$, donc

$$p = 3$$

b) On utilise les deux points marqués, $(0; 3)$ et $(4; 1)$:

$$m = \frac{1 - 3}{4 - 0} = \frac{-2}{4} = -0,5$$

Le coefficient est **négatif**, ce qui est cohérent : la droite **descend** de gauche à droite.

c) L'expression est donc

$$g(x) = -0,5x + 3$$

et $g(8) = -4 + 3 = -1$.

La lecture de la pente sur la grille. En avançant de 2 carreaux vers la droite, on descend de 1 carreau : cela donne $\frac{-1}{2} = -0,5$ ✓ Même résultat que par la formule, ce qui est rassurant.

Le contrôle sur un troisième point. La droite passe par $(2; 2)$: on vérifie

$$g(2) = -1 + 3 = 2 \quad \checkmark$$

Pourquoi un coefficient non entier est fréquent. Quand la droite ne monte pas d'un nombre entier de carreaux par unité, m est décimal ou fractionnaire. On le lit alors sur un déplacement horizontal plus grand, ici 4, pour tomber sur des valeurs entières.

Réponse. a) $p = 3$ — b) $m = -0,5$ — c) $g(x) = -0,5x + 3$ et $g(8) = -1$.

Correction de l'exercice 3 - Associer chaque droite à son expression

a) On utilise deux critères indépendants : le **sens** (signe de m) et l'**ordonnée à l'origine** (p).

- $h(x) = 3$ a un coefficient directeur nul : sa droite est **horizontale**. Une seule l'est, d_3 : c'est celle de h . Second argument : elle coupe l'axe des ordonnées en 3 ✓
- $f(x) = x + 1$ a un coefficient **positif** ($m = 1$) : sa droite **monte**. C'est d_1 . Second argument : elle coupe l'axe des ordonnées en 1, et monte de 1 carreau par unité ✓

— $g(x) = -2x + 1$ a un coefficient **négatif** : sa droite **descend**. C'est d_2 . Second argument : elle descend de 2 carreaux par unité ✓

b) Les droites de f et de g ont la même **ordonnée à l'origine** $p = 1$: elles se coupent donc au point $(0; 1)$, sur l'axe des ordonnées.

C'est une règle générale : **toutes** les droites de même p passent par le point $(0; p)$. Elles forment un « faisceau » de droites concourantes.

La méthode de reconnaissance, en trois questions. La droite monte, descend ou est horizontale (signe de m) ? Où coupe-t-elle l'axe des ordonnées (p) ? De combien monte-t-elle par unité (valeur de m) ? Ces trois réponses identifient une droite sans ambiguïté.

L'autre famille remarquable. Les droites de même **coefficient directeur** sont **parallèles** entre elles — c'est le cas symétrique de celui de la question b).

Réponse. a) d_1 pour f (monte, $p = 1$), d_2 pour g (descend), d_3 pour h (horizontale) — b) les droites de f et g ont le même $p = 1$: elles se coupent en $(0; 1)$.

Correction de l'exercice 4 - Un point appartient-il à la droite ?

Le critère est toujours le même : un point appartient à la droite si et seulement si ses coordonnées **vérifient** l'équation.

a) On remplace x par 2 dans l'équation :

$$y = -3 \times 2 + 5 = -6 + 5 = -1$$

On obtient -1 , qui est bien l'ordonnée de A : le point A **appartient** à d .

b) On remplace x par -1 :

$$y = -3 \times (-1) + 5 = 3 + 5 = 8$$

On obtient 8, l'ordonnée de B : le point B **appartient** aussi à d .

c) Ici l'ordonnée est connue et l'abscisse inconnue : on **résout** l'équation.

$$-3t + 5 = 11 \Leftrightarrow -3t = 6 \Leftrightarrow t = -2$$

Le point $C(-2; 11)$ appartient à d . Contrôle : $-3 \times (-2) + 5 = 6 + 5 = 11$ ✓

Les deux sens de la question. Quand l'**abscisse** est connue, on **calcule** l'ordonnée et on compare. Quand l'**ordonnée** est connue, on **résout** pour trouver l'abscisse. C'est la distinction image / antécédent, appliquée aux points.

Le piège de signe en b). $-3 \times (-1) = +3$: le produit de deux négatifs est positif. Une erreur ici donnerait 2 au lieu de 8 et la conclusion serait inversée.

Ce qu'il ne faut pas faire. Décider « à l'œil » en regardant un tracé : un point à un demi-carreau de la droite est visuellement dessus. Seul le calcul tranche.

Réponse. a) oui, $-3 \times 2 + 5 = -1$ — b) oui, $-3 \times (-1) + 5 = 8$ — c) $t = -2$.

Correction de l'exercice 5 - Intersections avec les axes

a) Un point de l'axe des ordonnées a une **abscisse nulle**. Son ordonnée est donc $f(0)$:

$$f(0) = 6$$

Le point cherché est $(0; 6)$ — c'est l'ordonnée à l'origine.

b) Un point de l'axe des abscisses a une **ordonnée nulle** : on résout $f(x) = 0$.

$$-3x + 6 = 0 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Le point cherché est $(2; 0)$.

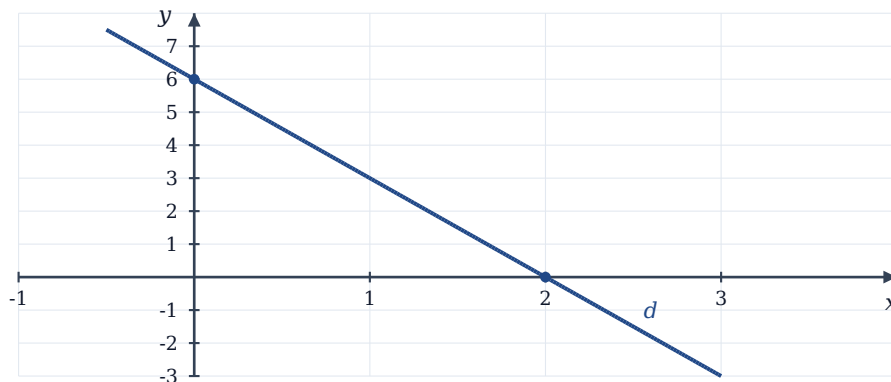
c) Ces deux points suffisent pour tracer d : on les place et on trace la droite qui les joint, en la prolongeant. Le tracé figure ci-dessous.

Pourquoi ces deux points sont les plus pratiques. Ils se situent **sur les axes**, donc directement lisibles sur les graduations, sans compter de carreaux en diagonale. Dès que p et le zéro de la fonction sont des nombres simples, c'est le choix le plus rapide.

Le cas où cela ne marche pas. Si $m = 0$ la droite est horizontale et ne coupe pas l'axe des abscisses (sauf si $p = 0$, où elle est confondue avec lui). Et si $p = 0$, les deux points se confondent en l'origine : il faut alors en calculer un autre.

Le contrôle. On vérifie sur un troisième point : $f(1) = 3$, et $(1 ; 3)$ doit tomber sur la droite ✓

Réponse. a) $(0 ; 6)$ — b) $(2 ; 0)$ — c) la droite joignant ces deux points.



La droite de $f(x) = -3x + 6$ et ses deux intersections avec les axes.

Correction de l'exercice 6 - Reconnaître des droites parallèles

a) Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le **même coefficient directeur**. On relève les quatre :

$$m_1 = 2 \quad m_2 = -2 \quad m_3 = 2 \quad m_4 = 0,5$$

Seules d_1 et d_3 ont le même coefficient, 2 : elles sont **parallèles**. Et comme leurs ordonnées à l'origine diffèrent (-1 et 4), elles sont **strictement** parallèles, donc distinctes.

Attention à ne pas confondre 2 et -2 : d_1 et d_2 ne sont **pas** parallèles, leurs coefficients sont opposés et non égaux.

b) Deux droites passent par le même point de l'axe des ordonnées si elles ont la même **ordonnée à l'origine**. Ici $p_1 = -1$ et $p_4 = -1$: les droites d_1 et d_4 passent toutes deux par le point $(0 ; -1)$.

c) Oui, elles sont sécantes, car $m_1 = 2 \neq 0,5 = m_4$. Leur point d'intersection est d'ailleurs déjà connu grâce à la question b) : c'est $(0 ; -1)$.

On peut le confirmer par le calcul :

$$2x - 1 = 0,5x - 1 \Leftrightarrow 2x - 0,5x = 0 \Leftrightarrow 1,5x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

puis $y = 2 \times 0 - 1 = -1$. Le point d'intersection est bien $(0 ; -1)$.

Les deux familles à distinguer. Même m : droites **parallèles** (jamais de point commun, sauf si elles sont confondues). Même p : droites **concurrentes** en $(0 ; p)$.

Le raccourci de la question c). Quand deux droites ont la même ordonnée à l'origine, leur intersection est immédiate : c'est le point $(0 ; p)$, sans aucun calcul.

Réponse. a) d_1 et d_3 (coefficient 2) — b) d_1 et d_4 (ordonnée à l'origine -1) — c) oui, elles

se coupent en $(0; -1)$.

Correction de l'exercice 7 - Résoudre graphiquement une équation

a) La solution de $f(x) = 2$ est l'**abscisse** du point d'intersection de la droite de f avec la droite $y = 2$. On lit

$$x = 2$$

L'ensemble des solutions est $S = \{2\}$.

b) $f(x) = 0$ correspond à l'intersection avec l'**axe des abscisses**. La droite le coupe en

$$x = 4$$

donc $S = \{4\}$.

c) **Exactement une**, quel que soit k . La droite de f n'est pas horizontale (elle descend), donc toute droite horizontale $y = k$ la coupe en un point, et un seul.

Algébriquement : l'équation $mx + p = k$ s'écrit $mx = k - p$, et comme $m \neq 0$ elle a l'unique solution

$$x = \frac{k - p}{m}$$

Le contrôle par le calcul. La fonction représentée est $f(x) = -x + 4$. On vérifie : $-x + 4 = 2$ donne $x = 2$ ✓ et $-x + 4 = 0$ donne $x = 4$ ✓

La différence avec une parabole. Pour une fonction du second degré, le nombre de solutions dépend de k (0, 1 ou 2). Pour une fonction affine non constante, c'est **toujours une**, sans discussion. C'est ce qui rend ces équations si simples.

L'erreur de lecture. Répondre $S = \{2\}$ à la question a) est correct, mais par la bonne raison : 2 est l'**abscisse** du point d'intersection. Ici la coïncidence numérique avec l'ordonnée de la droite peut tromper.

Réponse. a) $S = \{2\}$ — b) $S = \{4\}$ — c) toujours exactement une, car la droite n'est pas horizontale.

Correction de l'exercice 8 - Résoudre graphiquement une inéquation

a) $f(x) \geq 2$ correspond aux abscisses des points de la droite situés **au-dessus** (ou sur) la droite $y = 2$. Comme la droite de f **descend**, elle est au-dessus **à gauche** du point d'intersection, d'abscisse 2 :

$$S =]-\infty; 2]$$

La borne est incluse car l'inégalité est large et la droite touche $y = 2$ en $x = 2$.

b) $f(x) < 0$ correspond aux points situés **strictement en dessous** de l'axe des abscisses. La droite coupe cet axe en $x = 4$ et descend, donc elle est en dessous **à droite** :

$$S =]4; +\infty[$$

La borne est exclue, l'inégalité étant stricte.

c) Le tableau de signes découle de b) : la fonction s'annule en 4, est positive avant, négative après.

x	$-\infty$		4		$+\infty$
signe de $f(x)$		+	0	-	

Le rôle du sens de la droite. Comme $m < 0$, la droite descend : « au-dessus de $y = k$ » se traduit par « à **gauche** » du point d'intersection. Si m avait été positif, ce serait « à droite ». C'est l'erreur la plus fréquente, et elle se corrige en un coup d'œil au tracé.

Le contrôle par une valeur. On teste $x = 0 : f(0) = 4 \geq 2 \checkmark$ et 0 appartient bien à $] -\infty ; 2]$. Pour b), on teste $x = 5 : f(5) = -1 < 0 \checkmark$ et $5 \in]4 ; +\infty[$.

Le lien entre b) et c). Le tableau de signes est exactement la réponse à « quand $f(x)$ est-il positif, nul, négatif ? ». Il résume les deux inéquations $f(x) > 0$ et $f(x) < 0$ en une seule ligne.

Réponse. a) $S =] -\infty ; 2]$ — b) $S =]4 ; +\infty[$ — c) positif avant 4, nul en 4, négatif après.

Correction de l'exercice 9 - Comparer deux droites graphiquement

a) Les deux droites se croisent en un point que l'on lit à l'abscisse 2 et à l'ordonnée 3 :

$$I(2 ; 3)$$

b) $f(x) \geq g(x)$ signifie que C_f est **au-dessus** de C_g . Sur le graphique, c'est le cas à **droite** du point d'intersection :

$$S = [2 ; +\infty[$$

La borne est incluse : en $x = 2$, les deux fonctions sont égales, donc l'inégalité large est vérifiée.

c) On lit les deux expressions :

- C_f coupe l'axe des ordonnées en 1 et monte de 1 par unité : $f(x) = x + 1$;
- C_g coupe l'axe des ordonnées en 7 et descend de 2 par unité : $g(x) = -2x + 7$.

On résout $f(x) = g(x)$:

$$x + 1 = -2x + 7 \Leftrightarrow x + 2x = 7 - 1 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

Puis $y = 2 + 1 = 3$. Le point d'intersection est bien $I(2 ; 3) \checkmark$ Le calcul confirme la lecture.

Le réflexe du sens. Pour savoir de quel côté C_f est au-dessus, on compare les **pentés** : celle de f ($m = 1$) est plus grande que celle de g ($m = -2$), donc C_f finit par passer au-dessus, c'est-à-dire à **droite** du croisement.

Le contrôle par une valeur. On teste $x = 4 : f(4) = 5$ et $g(4) = -1$, donc $f(4) > g(4) \checkmark$ et 4 appartient bien à $[2 ; +\infty[$.

Pourquoi l'intersection est unique. Les deux coefficients directeurs sont différents, donc les droites sont sécantes — et deux droites sécantes n'ont qu'un point commun.

Réponse. a) $I(2 ; 3)$ — b) $S = [2 ; +\infty[$ — c) $f(x) = x + 1$, $g(x) = -2x + 7$, et le calcul redonne $x = 2$, $y = 3$.

Correction de l'exercice 10 - Une famille de droites parallèles

a) Les trois fonctions ont le **même coefficient directeur** $m = 2$: leurs droites sont donc **parallèles** entre elles.

Comme leurs ordonnées à l'origine diffèrent (-3 , 0 et 3), les trois droites sont distinctes : aucune n'est confondue avec une autre, et aucune ne coupe les autres.

b) On calcule les trois images :

$$f(1) = -1 \quad g(1) = 2 \quad h(1) = 5$$

Les écarts valent $g(1) - f(1) = 3$ et $h(1) - g(1) = 3$: ils sont **égaux**, et égaux aux écarts des ordonnées à l'origine.

C'est logique : $g(x) - f(x) = 2x - (2x - 3) = 3$ pour **tout** x . L'écart vertical entre deux droites parallèles est constant — c'est précisément ce que signifie le parallélisme.

c) C'est g , car $g(x) = 2x$ a une ordonnée à l'origine nulle : sa droite passe par l'**origine** du repère. Les deux autres sont affines sans être linéaires.

Ce que fait varier p . Modifier p **translate** la droite verticalement, sans changer son inclinaison. C'est pourquoi toutes les droites de même m forment une famille de parallèles, chacune repérée par son p .

La famille symétrique. Si l'on fixait p et qu'on faisait varier m , on obtiendrait un faisceau de droites **concourantes** en $(0; p)$, comme dans l'exercice 3.

Réponse. a) elles sont parallèles (même $m = 2$) et distinctes — b) $-1; 2; 5$, écarts constants égaux à 3 — c) g , dont la droite passe par l'origine.

Correction de l'exercice 11 - Lecture graphique en contexte

a) Le départ correspond à $t = 0$. On lit l'ordonnée du point d'abscisse 0 :

$$V(0) = 600 \text{ litres}$$

b) Le débit est le **coefficient directeur** de la droite, en valeur absolue. On lit deux points : $(0; 600)$ et $(8; 0)$.

$$m = \frac{0 - 600}{8 - 0} = \frac{-600}{8} = -75$$

Le volume diminue de 75 litres par heure : le débit de vidange est de 75 **L/h**. Le signe négatif traduit la diminution.

c) La citerne est vide quand $V(t) = 0$, c'est-à-dire à l'abscisse du point où la droite rencontre l'axe des abscisses. On lit

$$t = 8 \text{ heures}$$

d) Avec $m = -75$ et $p = 600$:

$$V(t) = -75t + 600$$

Au bout de 5 heures :

$$V(5) = -375 + 600 = 225 \text{ litres}$$

Contrôle graphique : au-dessus de $t = 5$, la droite est bien à la hauteur 225 ✓

L'interprétation des deux coefficients. L'ordonnée à l'origine est le volume **initial**, le coefficient directeur est le **débit** (négatif ici, car il s'agit d'une vidange). C'est la lecture standard de toute fonction affine en contexte.

La limite du modèle. L'expression $V(t) = -75t + 600$ donnerait $V(10) = -150$ litres, ce qui est impossible. Le modèle n'est valable que sur $[0; 8]$: au-delà, la citerne est vide et le volume reste nul.

Le contrôle de vraisemblance. 600 litres à 75 L/h font $\frac{600}{75} = 8$ heures ✓ cohérent avec la lecture de la question c).

Réponse. a) 600 litres — b) 75 L/h — c) au bout de 8 heures — d) $V(t) = -75t + 600$ et $V(5) = 225$ litres.

Correction de l'exercice 12 - Tracer trois droites de même ordonnée à l'origine

a) On calcule les trois images de 0 :

$$f(0) = 2 \quad g(0) = 2 \quad h(0) = 2$$

Les trois valent 2 : les trois fonctions ont la **même ordonnée à l'origine**.

b) Les trois droites passent donc toutes par le point $(0; 2)$: elles sont **concourantes** en ce point, situé sur l'axe des ordonnées.

C'est une règle générale : toutes les droites d'équation $y = mx + p$ avec le **même p**

passent par $(0; p)$, quel que soit m . Elles forment un « faisceau » ou une « gerbe » de droites.

c) On calcule un second point sur chacune :

$$f(2) = 4 + 2 = 6 \quad g(2) = -2 + 2 = 0$$

La droite de f passe donc par $(0; 2)$ et $(2; 6)$; celle de g par $(0; 2)$ et $(2; 0)$. Celle de h est la droite **horizontale** $y = 2$, pour laquelle le point $(0; 2)$ et l'horizontalité suffisent.

Les deux familles remarquables, en résumé.

Ce qui est commun	Conséquence géométrique
le coefficient directeur m	droites parallèles
l'ordonnée à l'origine p	droites concourantes en $(0; p)$

L'intérêt pratique. Si l'on doit tracer plusieurs droites de même p , on place **une seule fois** le point $(0; p)$, puis on n'a besoin que d'un second point par droite. C'est deux fois moins de calculs.

Ce que fait varier m . Il fait **pivoter** la droite autour du point $(0; p)$: plus m est grand, plus la droite est redressée ; $m = 0$ donne l'horizontale.

Réponse. a) les trois valent 2 — b) les trois droites passent par $(0; 2)$: elles sont concourantes — c) $f(2) = 6$ et $g(2) = 0$.

Correction de l'exercice 13 - Reconnaître une erreur de tracé

a) On teste les deux points dans l'expression $f(x) = -2x + 1$:

$$f(0) = 1 \quad \checkmark \quad f(2) = -4 + 1 = -3 \neq 5$$

Le premier point est correct — c'est l'ordonnée à l'origine. Le second ne l'est **pas** : l'image de 2 vaut -3 , et non 5.

b) L'élève a manifestement **oublié le signe** du coefficient directeur : il a calculé $2 \times 2 + 1 = 5$ au lieu de $-2 \times 2 + 1 = -3$. Le bon second point est

$$(2; -3)$$

c) Le **signe de m** . Comme $m = -2 < 0$, la droite doit **descendre** de gauche à droite. Or en passant de $(0; 1)$ à $(2; 5)$, l'élève a tracé une droite qui **monte** : l'incohérence était visible avant même tout calcul.

Un second contrôle, plus fin : $m = -2$ signifie que la droite descend de 2 carreaux par unité, donc de 4 carreaux entre $x = 0$ et $x = 2$. De l'ordonnée 1, on doit arriver à $1 - 4 = -3 \quad \checkmark$

Le réflexe à installer. Avant de tracer, on regarde le **signe de m** et l'on se demande si la droite doit monter ou descendre. Après avoir placé les points, on vérifie que le tracé correspond. Cette vérification prend deux secondes et attrape la majorité des erreurs de signe.

L'autre contrôle utile. Placer un **troisième** point : ici $f(1) = -1$. S'il ne tombe pas sur la droite tracée, l'un des deux premiers est faux.

Réponse. a) $(0; 1)$ est correct, $(2; 5)$ non car $f(2) = -3$ — b) il a oublié le signe de m ; le bon point est $(2; -3)$ — c) le signe de m impose une droite qui descend, or il en a tracé une qui monte.

Correction de l'exercice 14 - Deux tarifs sur un graphique

a) Pour 0 jour, on lit l'ordonnée à l'origine de chaque droite :

$$A(0) = 10 \text{ €} \quad B(0) = 28 \text{ €}$$

Pour 6 jours, on monte jusqu'à chaque droite :

$$A(6) = 58 \text{ €} \quad B(6) = 58 \text{ €}$$

Les deux tarifs sont égaux à 6 jours : c'est l'abscisse du point d'intersection.

b) Le prix journalier est le **coefficient directeur** de chaque droite.

Pour A, entre (0 ; 10) et (5 ; 50) : $m_A = \frac{50-10}{5} = 8 \text{ € par jour}$.

Pour B, entre (0 ; 28) et (4 ; 48) : $m_B = \frac{48-28}{4} = 5 \text{ € par jour}$.

Les expressions sont donc $A(x) = 8x + 10$ et $B(x) = 5x + 28$.

c) Le loueur B est plus avantageux quand sa droite est **en dessous** de celle de A, donc **à droite** du point d'intersection. On résout :

$$5x + 28 < 8x + 10 \Leftrightarrow 28 - 10 < 8x - 5x \Leftrightarrow 18 < 3x \Leftrightarrow x > 6$$

Le loueur B devient plus avantageux **à partir de 7 jours**. À exactement 6 jours, les deux coûtent 58 € ✓

La logique des deux offres. A a une part fixe faible (10 €) mais un prix journalier élevé (8 €) : il convient aux locations courtes. B a une part fixe élevée (28 €) mais un prix journalier bas (5 €) : il convient aux locations longues. Le point d'intersection est le **seuil de bascule**.

Le conseil concret. Moins de 6 jours : loueur A. Exactement 6 jours : indifférent. Plus de 6 jours : loueur B. Sur 10 jours, l'écart atteint d'ailleurs $90 - 78 = 12 \text{ €}$ en faveur de B.

Réponse. a) 10 € et 28 € pour 0 jour ; 58 € chacun pour 6 jours — b) 8 €/jour pour A, 5 €/jour pour B — c) à partir de 7 jours.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : tout lire sur deux droites

a) On lit les deux coefficients de chaque droite.

d_1 coupe l'axe des ordonnées en -2 et monte de 2 carreaux par unité :

$$f(x) = 2x - 2$$

d_2 coupe l'axe des ordonnées en 4 et descend de 1 carreau par unité :

$$g(x) = -x + 4$$

b) Graphiquement, les deux droites se croisent au point d'abscisse 2 et d'ordonnée 2, soit $I(2 ; 2)$.

Par le calcul :

$$2x - 2 = -x + 4 \Leftrightarrow 2x + x = 4 + 2 \Leftrightarrow 3x = 6 \Leftrightarrow x = 2$$

puis $y = 2 \times 2 - 2 = 2$. Le point est bien $I(2 ; 2)$ ✓

c) $f(x) \leq g(x)$ signifie que d_1 est **en dessous** (ou sur) d_2 . Comme la pente de $f(2)$ est plus grande que celle de $g(-1)$, d_1 est en dessous **à gauche** du point d'intersection :

$$S =]-\infty ; 2]$$

Contrôle : en $x = 0$, $f(0) = -2$ et $g(0) = 4$, donc $f(0) < g(0)$ ✓ et $0 \in]-\infty ; 2]$.

d) Pour d_1 :

— avec l'axe des ordonnées : le point (0 ; -2) ;

— avec l'axe des abscisses : on résout $2x - 2 = 0$, soit $x = 1$, d'où le point (1 ; 0).

e) La fonction f s'annule en 1, et sa droite **monte** ($m = 2 > 0$) : elle est donc négative avant et positive après.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
signe de $f(x)$		–	0	+	

Le bilan de la plaquette. Une droite se trace avec deux points, dont $(0; p)$ qui ne coûte rien. Elle se lit en deux gestes : p verticalement, m comme une pente. Et tout le reste — équations, inéquations, signe, comparaison de deux tarifs — se lit en comparant la droite à une **horizontale** ou à une **autre droite**, en relevant toujours des **abscisses**.

Le réflexe pour les inéquations. Le sens de la réponse (« à gauche » ou « à droite ») dépend des pentes : c'est le signe de $m - m'$ qui décide. En cas de doute, on teste une valeur — le contrôle de la question c) est là pour cela.

Réponse. a) $f(x) = 2x - 2$ et $g(x) = -x + 4$ — b) $I(2; 2)$ — c) $S =]-\infty; 2]$ — d) $(0; -2)$ et $(1; 0)$ — e) négatif avant 1, nul en 1, positif après.