

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse

Fonctions affines — Seconde

Exercices

Méthode

Les fonctions affines sont **partout** dès qu'une grandeur comporte une **part fixe** et une **part proportionnelle** : un abonnement plus un prix à l'unité, un salaire plus une commission, un volume initial plus un débit. La démarche est toujours la même — repérer la part fixe (c'est p) et le prix unitaire (c'est m), écrire $f(x) = mx + p$, puis exploiter. Trois questions reviennent : **combien pour telle quantité** (on calcule une image), **quelle quantité pour tel montant** (on résout une équation), **à partir de quand telle offre devient-elle meilleure** (on résout une inéquation, ou l'égalité puis on regarde les pentes). Deux réflexes de conclusion : revenir à l'**unité** et au **contexte**, et arrondir dans le sens qu'impose la contrainte — vers le bas pour « ne pas dépasser », vers le haut pour « atteindre ».

Exercice 1 - Deux formules de téléphone

Deux opérateurs proposent, pour x minutes de communication par mois :

- formule A : 12 € d'abonnement, puis 0,15 € la minute ;
- formule B : 20 € d'abonnement, puis 0,05 € la minute.

- a) Exprimer les coûts $A(x)$ et $B(x)$.
- b) Calculer le coût de chaque formule pour 60 minutes.
- c) À partir de combien de minutes la formule B devient-elle plus avantageuse ?

Exercice 2 - Une conversion de devises

Un jour donné, 1 euro vaut 1,08 dollar. On note $f(x)$ le nombre de dollars obtenus pour x euros.

- a) Exprimer $f(x)$. De quel type de fonction s'agit-il ?
- b) Combien de dollars obtient-on pour 250 euros ?
- c) Combien d'euros faut-il changer pour obtenir 540 dollars ?

Exercice 3 - Une location de voiture

Une agence facture 35 € par jour de location, plus 0,30 € par kilomètre parcouru. On considère une location d'une journée et on note $f(x)$ le montant payé pour x kilomètres.

- a) Exprimer $f(x)$.
- b) Calculer le montant pour 200 km.
- c) Un client dispose de 110 €. Combien de kilomètres peut-il parcourir au maximum ?

Exercice 4 - Un salaire avec commission

Un vendeur perçoit un salaire mensuel fixe de 1 200 €, augmenté d'une commission de 5 % du chiffre d'affaires qu'il réalise. On note $S(x)$ son salaire pour un chiffre d'affaires de x euros.

- Exprimer $S(x)$.
- Calculer son salaire pour un chiffre d'affaires de 20 000 €.
- Quel chiffre d'affaires doit-il réaliser pour gagner 1 800 € ?
- Peut-il atteindre 3 000 € avec un chiffre d'affaires de 30 000 € ?

Exercice 5 - Température et altitude

Dans la troposphère, la température baisse d'environ $0,6^\circ\text{C}$ tous les 100 mètres d'altitude gagnés. Au niveau de la mer, il fait 20°C . On note $T(a)$ la température, en degrés, à l'altitude a mètres.

- Exprimer $T(a)$.
- Quelle température fait-il à 1 500 m d'altitude ?
- À quelle altitude la température atteint-elle 5°C ?
- Le modèle prévoit-il une température de -30°C ? À quelle altitude ? Est-ce réaliste ?

Exercice 6 - Coût, recette et seuil de rentabilité

Un atelier produit des objets. Le coût de production de x objets est $C(x) = 6x + 450$ euros, et chaque objet est vendu 12 €.

- Exprimer la recette $R(x)$ et le bénéfice $B(x)$.
- Calculer le bénéfice pour 50 objets, puis pour 100 objets.
- Déterminer le seuil de rentabilité.
- Combien d'objets faut-il vendre pour réaliser un bénéfice d'au moins 300 € ?

Exercice 7 - Une facture d'électricité

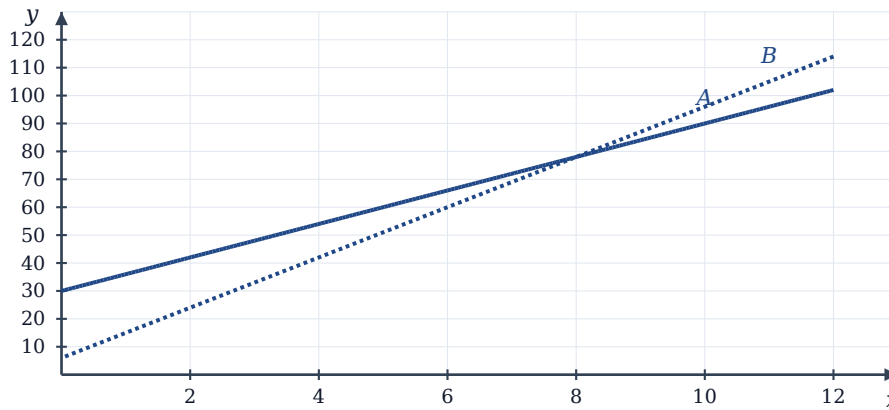
Un fournisseur facture un abonnement de 14 € par mois, plus $0,18$ € par kilowattheure consommé. On note $f(x)$ le montant de la facture pour x kWh.

- Exprimer $f(x)$.
- Calculer la facture pour 250 kWh.
- Un client a payé 86 €. Quelle a été sa consommation ?
- Le client pense qu'en divisant sa consommation par deux, il divisera sa facture par deux. A-t-il raison ?

Exercice 8 – Deux offres sur un graphique

Le graphique ci-dessous donne le coût de deux offres de streaming, en euros, en fonction du nombre x de mois d'abonnement.

- Lire le coût initial de chaque offre.
- Déterminer le prix mensuel de chaque offre.
- Déterminer graphiquement puis par le calcul à partir de quel mois l'offre A devient la moins chère.



Coût des deux offres (€) selon le nombre de mois.

Exercice 9 – Un réservoir qui se remplit

Un réservoir contient déjà 120 litres. On ouvre un robinet de débit 18 litres par minute. On note $V(t)$ le volume, en litres, au bout de t minutes.

- Exprimer $V(t)$.
- Quel volume contient le réservoir au bout d'un quart d'heure ?
- Le réservoir a une contenance de 840 litres. Au bout de combien de temps est-il plein ?
- Un second réservoir, vide au départ, se remplit au débit de 30 litres par minute. Au bout de combien de temps contiendra-t-il autant que le premier ?

Exercice 10 – Un périmètre en fonction d'une longueur

Un rectangle a une largeur de x centimètres et une longueur qui dépasse la largeur de 3 cm.

- Exprimer le périmètre $P(x)$ en fonction de x , puis le réduire.
- La fonction P est-elle affine ? Donner m et p .
- Calculer $P(5)$, puis déterminer la largeur d'un rectangle de périmètre 34 cm.
- L'aire de ce rectangle est-elle aussi une fonction affine de x ? Justifier.

Exercice 11 – Un problème avec tableau

Un imprimeur facture ses tirages selon le tableau suivant, où x est le nombre d'exemplaires.

x	100	200	400	500
Prix (€)	58	86	142	170

- Vérifier que le prix est une fonction affine du nombre d'exemplaires.
- Déterminer l'expression $f(x)$ du prix.
- Interpréter les deux coefficients.
- Combien d'exemplaires peut-on imprimer avec 240 € ?

Exercice 12 - Choisir entre trois offres

Trois salles de sport proposent, pour x séances par mois :

- offre A : 2 € la séance, sans abonnement ;
- offre B : 15 € d'abonnement, puis 1 € la séance ;
- offre C : 35 € d'abonnement, séances illimitées.

- Exprimer les coûts $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$.
- Calculer le coût des trois offres pour 10, puis pour 25 séances.
- Déterminer l'offre la plus avantageuse selon le nombre de séances.

Exercice 13 - Un modèle qui cesse d'être valable

Une bougie de 18 cm brûle régulièrement, perdant 1,5 cm par heure. On note $h(t)$ sa hauteur, en centimètres, au bout de t heures.

- Exprimer $h(t)$.
- Quelle est la hauteur de la bougie au bout de 4 heures ?
- Au bout de combien de temps la bougie est-elle entièrement consumée ?
- Le modèle donne $h(15) = -4,5$. Commenter et préciser le domaine de validité.

Exercice 14 - Deux véhicules sur une route

Une voiture part d'une ville A à 80 km/h. Au même instant, une seconde voiture part d'un point situé 30 km plus loin sur la même route, dans le même sens, à 60 km/h. On note $d_1(t)$ et $d_2(t)$ leurs distances à la ville A, en kilomètres, au bout de t heures.

- Exprimer $d_1(t)$ et $d_2(t)$.
- Calculer les deux distances au bout de 1 heure.
- Au bout de combien de temps la première voiture rattrape-t-elle la seconde ? À quelle distance de A ?

Exercice 15 - Synthèse : une entreprise de livraison

Une entreprise de livraison facture 8 € par colis, plus un forfait journalier de 45 €. Ses coûts s'élèvent à 3 € par colis, plus 130 € de charges fixes par jour. On note x le nombre de colis livrés dans la journée.

- Exprimer la recette $R(x)$ et le coût $C(x)$.
- Exprimer le bénéfice $B(x)$ et préciser sa nature.

- c) Calculer le bénéfice pour 10 colis, puis pour 30 colis.
- d) Déterminer le seuil de rentabilité.
- e) Combien de colis faut-il livrer pour dégager au moins 200 € de bénéfice ? Et pour que le bénéfice dépasse 500 € ?