

## Plaquette 4 - Variations, signe, équations et inéquations

### Fonctions affines — Seconde

#### Exercices

#### Méthode

Pour une fonction affine, **tout dépend du signe de  $m$**  : si  $m > 0$  elle croît, si  $m < 0$  elle décroît, si  $m = 0$  elle est constante. Le **signe de  $f(x)$** , lui, se lit en deux temps : on cherche le zéro en résolvant  $mx + p = 0$ , puis on place les signes de part et d'autre — du signe de  $m$  après le zéro, du signe contraire avant. Ces deux outils servent à tout : comparer des images sans les calculer, résoudre des inéquations, encadrer  $f(x)$  sur un intervalle, ou étudier le signe d'un **produit** de deux expressions affines avec un tableau. Le piège unique, mais redoutable : diviser une inéquation par un nombre **négatif** en oubliant de **changer le sens** de l'inégalité. Un test de valeur à la fin le détecte toujours.

#### Exercice 1 - Sens de variation et signe de $m$

Pour chacune des fonctions suivantes, définies sur  $\mathbb{R}$ , préciser le sens de variation en justifiant.

a)  $f(x) = 5x - 2$

b)  $g(x) = -0,3x + 7$

c)  $h(x) = 4$

d)  $k(x) = \frac{2-x}{3}$

#### Exercice 2 - Dresser un tableau de variations

Soit  $f$  définie sur  $[-2; 6]$  par  $f(x) = -2x + 5$ .

a) Justifier le sens de variation de  $f$ .

b) Calculer  $f(-2)$  et  $f(6)$ .

c) Dresser le tableau de variations de  $f$ , puis encadrer  $f(x)$  pour  $x \in [-2; 6]$ .

#### Exercice 3 - Comparer sans calculer

Soit  $f(x) = 3x - 1$  et  $g(x) = -4x + 2$ , définies sur  $\mathbb{R}$ .

a) Comparer  $f(2)$  et  $f(7)$  sans les calculer.

b) Comparer  $g(-3)$  et  $g(5)$  sans les calculer.

c) Comparer  $f(-10)$  et  $f(-9,5)$ .

#### Exercice 4 - Tableau de signes avec $m$ positif

Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 4x - 12$ .

a) Résoudre  $f(x) = 0$ .

b) Dresser le tableau de signes de  $f(x)$ .

c) Résoudre  $f(x) > 0$ , puis  $f(x) \leq 0$ .

**Exercice 5 - Tableau de signes avec m négatif**

Soit  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = -3x + 9$ .

- a) Résoudre  $g(x) = 0$ .
- b) Dresser le tableau de signes de  $g(x)$ .
- c) Résoudre  $g(x) \geq 0$ .

**Exercice 6 - Résoudre des équations du premier degré**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes.

- a)  $5x - 7 = 2x + 8$
- b)  $3(x - 2) = 4x + 1$
- c)  $\frac{x}{2} + 1 = \frac{x}{3} + 3$

**Exercice 7 - Résoudre des inéquations**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les inéquations suivantes et donner l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

- a)  $2x - 5 > 7$
- b)  $4x + 3 \leq x - 6$
- c)  $-3x + 2 < 11$

**Exercice 8 - Le piège de la division par un négatif**

Un élève résout l'inéquation  $-2x + 1 \geq 7$  et obtient  $x \geq -3$ .

- a) Vérifier si  $x = 0$  est solution de l'inéquation.
- b) L'élève a-t-il raison ? Corriger si nécessaire.
- c) Résoudre correctement l'inéquation.

**Exercice 9 - Comparer deux fonctions affines**

Soit  $f(x) = 3x - 4$  et  $g(x) = -x + 8$ .

- a) Résoudre  $f(x) = g(x)$ .
- b) Résoudre  $f(x) > g(x)$ .
- c) Interpréter graphiquement les résultats.

**Exercice 10 - Signe d'un produit de deux expressions affines**

Soit  $P(x) = (2x - 6)(x + 1)$ .

- a) Déterminer les valeurs de  $x$  pour lesquelles  $P(x) = 0$ .
- b) Dresser le tableau de signes de  $P(x)$ .
- c) Résoudre  $P(x) \leq 0$ .

**Exercice 11 - Un produit avec un facteur décroissant**

Soit  $Q(x) = (x - 2)(-3x + 3)$ .

- a) Déterminer les zéros de  $Q$ .
- b) Dresser le tableau de signes de  $Q(x)$ .
- c) Résoudre  $Q(x) > 0$ .

**Exercice 12 - Encadrer une image sur un intervalle**

Soit  $f$  définie par  $f(x) = -5x + 3$ , et  $x$  un réel tel que  $-1 \leq x \leq 4$ .

- a) Calculer  $f(-1)$  et  $f(4)$ .
- b) Encadrer  $f(x)$ .
- c) Le nombre 10 peut-il être une valeur de  $f(x)$  sur cet intervalle ? Et le nombre  $-20$  ?

**Exercice 13 - Une inéquation en contexte**

Un forfait de salle de sport coûte 29 € par mois, plus 2,50 € par séance de coaching. Un adhérent ne veut pas dépasser 50 € par mois.

- a) Exprimer le coût  $C(x)$  pour  $x$  séances de coaching.
- b) Traduire la contrainte par une inéquation, puis la résoudre.
- c) Combien de séances de coaching l'adhérent peut-il s'offrir au maximum ?

**Exercice 14 - Vrai ou faux sur les variations et le signe**

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) Si  $f$  est affine croissante, alors  $f(x) > 0$  pour tout  $x$  assez grand.
- b) Une fonction affine garde toujours le même signe sur  $\mathbb{R}$ .
- c) Si  $m < 0$ , alors  $f(x) < 0$  pour tout  $x$ .
- d) Une fonction affine non constante s'annule exactement une fois.

**Exercice 15 - Synthèse : étude complète d'une fonction affine**

Soit  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -4x + 10$ .

- a) Donner le sens de variation de  $f$  en justifiant.
- b) Résoudre  $f(x) = 0$ , puis dresser le tableau de signes de  $f(x)$ .
- c) Résoudre l'inéquation  $f(x) \geq 6$ .
- d) Encadrer  $f(x)$  pour  $x \in [0 ; 3]$ .
- e) Soit  $g(x) = 2x - 8$ . Résoudre  $f(x) \leq g(x)$  et interpréter graphiquement.