

Plaquette 1 - Images, antécédents et vocabulaire

Fonctions : généralités — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire des fonctions : ce qu'il faut savoir écrire.

- **Fonction.** Une fonction f associe à chaque nombre x d'un ensemble D **un seul** nombre, noté $f(x)$. On écrit

$$f:x \mapsto f(x)$$

- **Image.** $f(a)$ est l'**image** de a par f . On la calcule en **remplaçant** x par a dans l'expression.
- **Antécédent.** a est un **antécédent** de b par f lorsque $f(a) = b$. On le trouve en **résolvant** l'équation

$$f(x) = b$$

- **La dissymétrie essentielle.** Un nombre a **au plus une** image, mais il peut avoir **plusieurs** antécédents, ou aucun. C'est ce qui distingue le sens direct du sens inverse.
- **Ensemble de définition.** C'est l'ensemble des x pour lesquels $f(x)$ peut se calculer. Deux interdits en Seconde :
pas de division par 0 pas de racine carrée d'un nombre négatif
- **Courbe représentative.** C'est l'ensemble des points de coordonnées $(x; f(x))$. Un point $A(x_A; y_A)$ appartient à la courbe **si et seulement si** $y_A = f(x_A)$.
- **Trois façons de donner une fonction :** une **formule**, un **tableau** de valeurs, une **courbe**. Les trois ne disent pas la même chose : un tableau ne donne que quelques valeurs, une courbe se lit de façon approchée, seule la formule permet un calcul exact.
- **Le mot qui trahit.** « Calculer l'image de 3 » : on substitue. « Déterminer les antécédents de 3 » : on résout. Repérer si 3 est à la place du x ou du $f(x)$ règle la question.

Correction de l'exercice 1 - Calculer des images

Calculer une image, c'est **remplacer** x par la valeur donnée dans l'expression de la fonction :

$$f(x) = 3x - 5$$

- a) $f(2) = 3 \times 2 - 5 = 6 - 5 = 1$.
- b) $f(-1) = 3 \times (-1) - 5 = -3 - 5 = -8$. Attention au signe : $3 \times (-1)$ vaut -3 , et l'on **soustrait** encore 5.
- c) $f(0) = 3 \times 0 - 5 = -5$. C'est l'**ordonnée à l'origine** : la courbe coupe l'axe des ordonnées en -5 .
- d) $f\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \times \frac{1}{3} - 5 = 1 - 5 = -4$.

Ce qu'il faut écrire au brouillon. On recopie l'expression, on met la valeur entre **parenthèses** à la place de x , puis on calcule. Les parenthèses évitent l'erreur de la question b), où l'on écrirait sinon 3×-1 et l'on risquerait un signe faux.

Le vocabulaire exact. On dit « 1 est l'image de 2 par f », et non « $f(2)$ est l'image ». L'image est le **nombre** obtenu.

Réponse. a) $f(2) = 1$ — b) $f(-1) = -8$ — c) $f(0) = -5$ — d) $f\left(\frac{1}{3}\right) = -4$.

Correction de l'exercice 2 - Chercher un antécédent

Chercher un antécédent, c'est **résoudre une équation** : on connaît le résultat, on cherche l'entrée.

$$f(x) = b$$

a) On résout $f(x) = 7$:

$$3x - 5 = 7 \Leftrightarrow 3x = 12 \Leftrightarrow x = 4$$

L'antécédent de 7 est donc 4. Contrôle : $f(4) = 12 - 5 = 7$ ✓

b) On résout $f(x) = -5$:

$$3x - 5 = -5 \Leftrightarrow 3x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

L'antécédent de -5 est 0.

c) Oui. On résout $f(x) = 0$:

$$3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

L'antécédent de 0 est $\frac{5}{3}$, soit environ 1,67. C'est l'abscisse du point où la courbe coupe l'axe des abscisses.

L'erreur à ne pas faire. Calculer $f(7)$ pour répondre à la question a) : cela donnerait 16, qui est l'**image** de 7, pas son antécédent. Il faut repérer si le nombre donné est à la place du x (image) ou à la place du $f(x)$ (antécédent).

Le contrôle systématique. Une fois l'antécédent trouvé, on calcule son image : on doit retomber sur le nombre de départ.

Réponse. a) 4 — b) 0 — c) oui, $\frac{5}{3} \approx 1,67$.

Correction de l'exercice 3 - Compléter un tableau de valeurs

a) On remplace x par chaque valeur dans $g(x) = x^2 - 3$, sans oublier que le carré d'un nombre négatif est **positif** :

- $g(-3) = 9 - 3 = 6$ et $g(3) = 9 - 3 = 6$;
- $g(-2) = 4 - 3 = 1$ et $g(2) = 4 - 3 = 1$;
- $g(-1) = 1 - 3 = -2$ et $g(1) = 1 - 3 = -2$;
- $g(0) = 0 - 3 = -3$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	6	1	-2	-3	-2	1	6

b) Les valeurs se lisent **en miroir** autour de la colonne $x = 0$: deux nombres opposés ont la même image. C'est une conséquence de $(-x)^2 = x^2$:

$$g(-x) = (-x)^2 - 3 = x^2 - 3 = g(x)$$

c) Le nombre 1 apparaît **deux fois** dans la ligne du bas : il a donc **deux** antécédents, -2 et 2 . Contrôle : $g(-2) = 1$ ✓ et $g(2) = 1$ ✓

Ce que l'exercice montre. Un nombre a **une seule** image (chaque colonne du tableau

n'a qu'une valeur en bas), mais il peut avoir **plusieurs** antécédents. C'est toute la dissymétrie entre les deux notions.

Réponse. a) 6 ; 1 ; -2 ; -3 ; -2 ; 1 ; 6 — b) deux nombres opposés ont la même image — c) deux antécédents : -2 et 2.

Correction de l'exercice 4 – Image ou antécédent ?

Le critère est unique : le nombre donné est-il à la place du x ou à la place du $f(x)$?

a) « L'image de 5 » : le 5 est à la place du x . On **calcule une image**, en écrivant

$$f(5)$$

b) « Les antécédents de 5 » : le 5 est à la place du $f(x)$. On **résout une équation** :

$$f(x) = 5$$

c) L'équation est déjà écrite : $f(x) = 2$. On **résout**, et le 2 est bien à la place du $f(x)$. C'est la même demande que « déterminer les antécédents de 2 ».

d) « $f(2)$ » : le 2 est entre les parenthèses, donc à la place du x . On **calcule une image**.

Le tableau de traduction, à mémoriser.

Demande	Opération	Écriture
image de a	substitution	$f(a)$
antécédents de b	résolution	$f(x) = b$

Pourquoi le pluriel change de côté. On dit « l'image de 5 » (il n'y en a qu'une) mais « les antécédents de 5 » (il peut y en avoir plusieurs). Le nombre du déterminant est déjà un indice sur l'opération demandée.

Réponse. a) image, $f(5)$ — b) équation, $f(x) = 5$ — c) équation, $f(x) = 2$ — d) image, $f(2)$.

Correction de l'exercice 5 – Déterminer un ensemble de définition

Deux interdits seulement en Seconde :

on ne divise pas par 0 et on ne prend pas la racine d'un nombre négatif

a) L'expression $x^2 + 4x$ ne contient ni quotient ni racine : elle se calcule pour **tout** réel.

$$D_f = \mathbb{R}$$

b) Le dénominateur ne doit pas s'annuler : $x - 2 \neq 0$, donc $x \neq 2$.

$$D_g =]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$$

ce que l'on note aussi $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, « $\mathbb{R}$ privé de 2 ».

c) La quantité sous la racine doit être positive ou nulle : $x - 3 \geq 0$, donc $x \geq 3$.

$$D_h = [3 ; +\infty[$$

d) Le dénominateur est x : il faut $x \neq 0$, donc $D_k = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Le piège de la question c). L'ensemble n'est **pas** $x \geq 0$: c'est $x - 3$, la quantité **sous** la racine, qui doit être positive. On résout toujours l'inéquation, on ne devine pas.

La différence de crochet. Pour une racine, la borne est **incluse** ($\sqrt{0} = 0$ existe) : crochet fermé. Pour un quotient, la valeur interdite est **exclue** : crochets ouverts.

Réponse. a) $\mathbb{R}$ — b) $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ — c) $[3 ; +\infty[$ — d) $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Correction de l'exercice 6 - Lire un tableau de valeurs

On lit le tableau en colonnes : la ligne du haut porte les x , celle du bas les images.

a) Sous $x = 3$, on lit 4 : l'image de 3 est 4, autrement dit $f(3) = 4$.

b) On cherche cette fois la valeur 4 dans la **ligne du bas**. Elle apparaît sous $x = -2$ et sous $x = 3$: les antécédents lisibles sont -2 et 3 .

c) De même, -1 apparaît sous $x = 0$ et sous $x = 5$: les antécédents lisibles sont 0 et 5 .

d) Non, on ne peut pas l'affirmer. Le tableau ne donne que **six** valeurs de la fonction ; entre elles, la fonction prend une infinité d'autres valeurs qui ne sont pas écrites. Il est très possible qu'un x absent du tableau ait pour image 2.

On peut seulement dire : « aucun antécédent de 2 n'est **lisible dans ce tableau** ».

La limite d'un tableau. Un tableau de valeurs prouve l'existence d'antécédents, jamais leur absence. Seule une **formule** permet d'affirmer qu'un nombre n'a aucun antécédent, en montrant que l'équation $f(x) = 2$ n'a pas de solution.

Le sens de lecture, à ne pas inverser. Une image se lit **de haut en bas** (on part du x), un antécédent **de bas en haut** (on part de l'image).

Réponse. a) $f(3) = 4$ — b) -2 et 3 — c) 0 et 5 — d) non : le tableau ne donne que six valeurs, il ne prouve aucune absence.

Correction de l'exercice 7 - Lire des images et des antécédents sur une courbe

a) Pour lire une **image**, on part de l'abscisse sur l'axe horizontal, on monte jusqu'à la courbe, puis on lit l'ordonnée :

— au-dessus de $x = -2$, la courbe est à la hauteur 4, donc $f(-2) = 4$;

— au-dessus de $x = 2$, elle est à la hauteur 0, donc $f(2) = 0$.

b) Pour lire des **antécédents**, on part de l'ordonnée et l'on cherche **tous** les points de la courbe à cette hauteur. Les antécédents de 0 sont les abscisses des points où la courbe coupe l'axe des abscisses : on lit

$$x = -1 \quad \text{et} \quad x = 2$$

c) À la hauteur 3, la courbe passe deux fois : une fois à gauche, une fois à droite. On lit environ

$$x \approx -1,8 \quad \text{et} \quad x \approx 2,8$$

La différence de méthode, en une phrase. Une image se lit **verticalement** (une seule valeur, puisqu'un x n'a qu'une image) ; un antécédent se lit **horizontalement** (il peut y en avoir plusieurs).

Le contrôle par le calcul. La fonction représentée est $f(x) = x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$. On vérifie $f(-2) = 4 + 2 - 2 = 4$ ✓ et que les antécédents de 0 sont bien -1 et 2 ✓

Réponse. a) $f(-2) = 4$ et $f(2) = 0$ — b) -1 et 2 — c) environ $-1,8$ et $2,8$.

Correction de l'exercice 8 - Plusieurs antécédents, ou aucun

a) On résout l'équation $f(x) = 9$, c'est-à-dire

$$x^2 = 9$$

Deux nombres ont pour carré 9 : 3 et -3 . Les antécédents de 9 sont donc -3 et 3 .

Contrôle : $(-3)^2 = 9$ ✓

b) On résout $x^2 = 0$. Un carré est nul uniquement si le nombre l'est, donc $x = 0$: le

nombre 0 a **un seul** antécédent.

c) Non. On résout $x^2 = -4$, mais un carré est **toujours positif ou nul** :

$$x^2 \geq 0 \quad \text{pour tout réel } x$$

L'équation n'a donc aucune solution : -4 n'a **aucun** antécédent par f .

d) Exactement **une**. C'est la définition même d'une fonction : à chaque nombre elle associe un seul résultat. Ici $f(3) = 9$, et c'est la seule image possible de 3.

Le bilan des trois cas. Selon le nombre choisi, les antécédents par la fonction carré sont **deux** (pour un nombre strictement positif), **un** (pour 0) ou **aucun** (pour un nombre négatif). Les images, elles, sont toujours au nombre de une.

L'erreur classique en a). N'écrire que $x = 3$ en oubliant -3 . Devant $x^2 = k$ avec $k > 0$, il y a **toujours** deux solutions opposées.

Réponse. a) -3 et 3 — b) 0 seulement — c) non, un carré n'est jamais négatif — d) une seule.

Correction de l'exercice 9 - Fonction et programme de calcul

a) On suit les trois étapes dans l'ordre :

- multiplier par 4 : $5 \times 4 = 20$;
- retirer 3 : $20 - 3 = 17$;
- multiplier par 2 : $17 \times 2 = 34$.

Le programme renvoie 34.

b) On refait les mêmes étapes avec x , en gardant les parenthèses pour respecter l'ordre :

$$x \mapsto 4x \mapsto 4x - 3 \mapsto 2(4x - 3)$$

Donc $f(x) = 2(4x - 3)$, que l'on développe :

$$f(x) = 8x - 6$$

Contrôle avec la question a) : $f(5) = 40 - 6 = 34$ ✓

c) Obtenir 10, c'est chercher un **antécédent** de 10 : on résout

$$8x - 6 = 10 \Leftrightarrow 8x = 16 \Leftrightarrow x = 2$$

Il faut donc choisir 2. Contrôle par le programme : $2 \times 4 = 8$, puis $8 - 3 = 5$, puis $5 \times 2 = 10$ ✓

Le piège des parenthèses. Écrire $f(x) = 4x - 3 \times 2$ traduirait « retirer trois fois deux », et non « multiplier le tout par 2 ». La dernière étape porte sur **l'ensemble** du résultat précédent : elle exige des parenthèses.

Ce que l'exercice apprend. Un programme de calcul est une fonction. Le faire tourner, c'est calculer une image ; chercher le nombre de départ, c'est chercher un antécédent.

Réponse. a) 34 — b) $f(x) = 2(4x - 3) = 8x - 6$ — c) il faut choisir 2.

Correction de l'exercice 10 - Une fonction issue d'une figure

a) Le périmètre d'un rectangle est le double de la somme de ses deux dimensions :

$$P(x) = 2 \times (x + (x + 4)) = 2(2x + 4) = 4x + 8$$

b) L'aire est le produit des deux dimensions :

$$A(x) = x(x + 4) = x^2 + 4x$$

c) Pour $x = 3$:

- $P(3) = 4 \times 3 + 8 = 20$, soit 20 **cm** ;
- $A(3) = 9 + 12 = 21$, soit 21 **cm²**.

On peut le contrôler sur les dimensions : le rectangle mesure 3 cm sur 7 cm, d'où un périmètre de $2 \times (3 + 7) = 20$ cm et une aire de $3 \times 7 = 21$ cm² ✓

d) On cherche un **antécédent** de 28 par P , donc on résout :

$$4x + 8 = 28 \Leftrightarrow 4x = 20 \Leftrightarrow x = 5$$

La largeur doit être de 5 cm (le rectangle mesure alors 5 cm sur 9 cm).

Le point de vigilance sur les unités. Un périmètre est une longueur (cm), une aire une surface (cm²) : même valeur numérique de x , deux unités différentes. Oublier le carré est l'erreur la plus fréquente.

Deux fonctions du même x . La même largeur x donne naissance à deux fonctions distinctes, P et A : la première est affine, la seconde non. C'est pourquoi on nomme toujours la fonction avant de calculer.

Réponse. a) $P(x) = 4x + 8$ — b) $A(x) = x^2 + 4x$ — c) $P(3) = 20$ cm et $A(3) = 21$ cm² — d) $x = 5$ cm.

Correction de l'exercice 11 - Un point appartient-il à la courbe ?

Le critère est le même à chaque fois : un point appartient à la courbe **si et seulement si** son ordonnée est l'image de son abscisse.

$$A(x_A; y_A) \in C \Leftrightarrow y_A = f(x_A)$$

a) On calcule l'image de l'abscisse de A :

$$f(2) = 2 \times 4 - 6 + 1 = 8 - 5 = 3$$

On obtient 3, qui est bien l'ordonnée de A : le point A **appartient** à C .

b) On calcule l'image de -1 :

$$f(-1) = 2 \times (-1)^2 - 3 \times (-1) + 1 = 2 + 3 + 1 = 6$$

On obtient 6, l'ordonnée de B : le point B **appartient** aussi à C .

c) L'ordonnée du point d'abscisse 0,5 est l'image de 0,5 :

$$f(0,5) = 2 \times 0,25 - 1,5 + 1 = 0,5 - 0,5 = 0$$

Le point cherché est donc (0,5 ; 0) : il se trouve sur l'axe des abscisses, ce qui signifie que 0,5 est un antécédent de 0.

La méthode, en une phrase. On ne « regarde » pas si un point est sur la courbe : on calcule l'image de son abscisse et on compare à son ordonnée.

Le piège des signes en b). $(-1)^2 = +1$ et $-3 \times (-1) = +3$: les deux termes deviennent positifs. Une erreur de signe donnerait 0 au lieu de 6 et la conclusion serait inversée.

Réponse. a) oui, $f(2) = 3$ — b) oui, $f(-1) = 6$ — c) l'ordonnée est 0, le point est (0,5 ; 0).

Correction de l'exercice 12 - Notations : f , $f(x)$ et $x \mapsto f(x)$

a) **Correct.** C'est la notation « fonctionnelle » : elle se lit « f est la fonction qui, à x , associe $5x - 1$ ». La flèche $\mapsto$ désigne l'association, et f désigne la fonction elle-même.

b) **Correct.** C'est l'écriture par une égalité d'expressions, qui donne l'**image** de x . La précision « pour tout réel x » est utile : elle indique l'ensemble de définition.

c) **Incorrect.** À gauche, f est une **fonction** ; à droite, $5x - 1$ est un **nombre** (celui qu'on obtient pour une valeur de x). On ne peut pas les évaluer. Les deux écritures correctes

sont celles des questions a) et b) :

$$f: x \mapsto 5x - 1 \quad \text{ou} \quad f(x) = 5x - 1$$

d) **Correct**, dans l'écriture comme dans le calcul : on remplace x par 3, puis on calcule $5 \times 3 - 1 = 15 - 1 = 14$. On a bien $f(3) = 14$ ✓ C'est exactement la présentation attendue d'un calcul d'image : l'expression, la substitution, le résultat.

La distinction à tenir. f est la machine, $f(x)$ est le nombre qu'elle renvoie. On dit « la fonction f », et « l'image $f(3)$ ». Écrire « la fonction $f(x)$ » est un abus très répandu, toléré à l'oral mais à éviter dans une copie.

Pourquoi c'est utile. Cette distinction devient indispensable dès qu'on compare deux fonctions ou qu'on parle de la courbe de f : c'est la fonction qui a une courbe, pas le nombre $f(x)$.

Réponse. a) correct — b) correct — c) incorrect : f est une fonction, $5x - 1$ un nombre — d) correct, $f(3) = 14$.

Correction de l'exercice 13 - Une fonction sans formule

a) Sous $h = 12$, on lit 24 : l'image de 12 par T est 24, autrement dit

$$T(12) = 24$$

Interprétation : à 12 heures, la température dans la serre est de 24 °C.

b) On cherche la valeur 15 dans la ligne des températures : elle apparaît une seule fois, sous $h = 21$. L'unique antécédent lisible de 15 est donc 21 — il était 21 heures quand la serre affichait 15 °C.

c) On ne peut pas **calculer** $T(10)$: il n'existe aucune formule, la fonction n'est connue que par ces six relevés. En revanche, on peut l'**estimer** : 10 heures se situe entre 9 h (17 °C) et 12 h (24 °C), donc la température était vraisemblablement comprise entre 17 °C et 24 °C, autour de 19 ou 20 °C si la montée est régulière.

C'est une estimation, pas une valeur : rien ne garantit que la température ait monté de façon régulière (un passage nuageux suffit à tout changer).

Ce que l'exercice enseigne. Une fonction n'a pas besoin de formule pour exister : un tableau ou une courbe suffit à la définir sur les valeurs relevées. Mais sans formule, on ne peut rien calculer **entre** les relevés — seulement estimer.

Le vocabulaire conservé. Image et antécédent gardent exactement le même sens que pour une formule : l'image se lit de haut en bas, l'antécédent de bas en haut.

Réponse. a) $T(12) = 24$: il fait 24 °C à midi — b) 21 seulement — c) on ne peut pas la calculer, seulement l'estimer entre 17 et 24 °C.

Correction de l'exercice 14 - Comparer deux fonctions en un point

a) On calcule les deux images séparément :

$$f(1) = 2 + 3 = 5 \quad g(1) = 1 + 1 = 2$$

Donc $f(1) > g(1)$: en $x = 1$, la courbe de f est **au-dessus** de celle de g .

b) De même en $x = 3$:

$$f(3) = 6 + 3 = 9 \quad g(3) = 9 + 1 = 10$$

Cette fois $f(3) < g(3)$: l'ordre s'est inversé, la courbe de g est passée au-dessus.

c) Les deux fonctions prennent la même valeur quand

$$2x + 3 = x^2 + 1 \Leftrightarrow 0 = x^2 - 2x - 2$$

Cette équation n'est pas du premier degré, mais on peut la résoudre en faisant apparaître un carré :

$$x^2 - 2x - 2 = (x - 1)^2 - 1 - 2 = (x - 1)^2 - 3$$

L'équation devient $(x - 1)^2 = 3$, donc $x - 1 = \sqrt{3}$ ou $x - 1 = -\sqrt{3}$:

$$x = 1 + \sqrt{3} \approx 2,73 \quad \text{ou} \quad x = 1 - \sqrt{3} \approx -0,73$$

La cohérence avec a) et b). Les deux valeurs trouvées encadrent 1 et 3 : entre $-0,73$ et $2,73$ la courbe de f est au-dessus, à l'extérieur c'est celle de g . Cela explique l'inversion observée entre $x = 1$ et $x = 3$ ✓

Le vocabulaire graphique. Les deux valeurs de la question c) sont les **abscisses des points d'intersection** des deux courbes. Comparer deux fonctions, c'est toujours comparer les hauteurs de leurs courbes.

Réponse. a) $f(1) = 5 > 2 = g(1)$ — b) $f(3) = 9 < 10 = g(3)$ — c) $x = 1 - \sqrt{3} \approx -0,73$ et $x = 1 + \sqrt{3} \approx 2,73$.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : une fonction sous trois formes

a) On remplace x par chaque valeur dans $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

$$- f(-2) = 4 + 4 - 3 = 5 ; f(-1) = 1 + 2 - 3 = 0 ; f(0) = -3 ;$$

$$- f(1) = 1 - 2 - 3 = -4 ; f(2) = 4 - 4 - 3 = -3 ;$$

$$- f(3) = 9 - 6 - 3 = 0 ; f(4) = 16 - 8 - 3 = 5.$$

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5

b) L'image de -1 est 0, et l'image de 3 est 0 également : **deux nombres différents ont la même image**. C'est permis — ce qui est interdit, c'est qu'un même nombre ait deux images.

On remarque plus généralement que le tableau est symétrique autour de $x = 1$: $f(0) = f(2)$, $f(-1) = f(3)$, $f(-2) = f(4)$.

c) Dans le tableau, la valeur -3 apparaît sous $x = 0$ et sous $x = 2$: les antécédents lisibles sont 0 et 2.

Par le calcul, on résout $f(x) = -3$:

$$x^2 - 2x - 3 = -3 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x(x - 2) = 0$$

Un produit est nul si l'un des facteurs l'est, donc $x = 0$ ou $x = 2$. Le calcul confirme la lecture, et prouve qu'il n'y a **pas d'autre** antécédent ✓

d) On calcule l'image de 2,5 :

$$f(2,5) = 6,25 - 5 - 3 = -1,75$$

On obtient $-1,75$, alors que l'ordonnée de A est $-2,75$: le point A **n'appartient pas** à la courbe de f .

e) D'après le tableau, la plus petite valeur atteinte est -4 , en $x = 1$. On peut le démontrer en faisant apparaître un carré :

$$f(x) = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 1 - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

Comme $(x - 1)^2 \geq 0$, on a $f(x) \geq -4$ pour tout x . Or $-5 < -4$: le nombre -5 n'a donc **aucun** antécédent par f .

Le bilan de la plaquette. Une image se calcule par substitution, un antécédent se

cherche en résolvant une équation ; un nombre a au plus une image mais peut avoir plusieurs antécédents ; et un tableau se lit dans les deux sens, à condition de savoir qu'il ne prouve jamais une absence — seul le calcul le fait, comme à la question e).

Réponse. a) 5 ; 0 ; -3 ; -4 ; -3 ; 0 ; 5 — b) $f(-1) = f(3) = 0$: deux nombres peuvent avoir la même image — c) 0 et 2 — d) non, $f(2,5) = -1,75$ — e) non, car $f(x) = (x - 1)^2 - 4 \geq -4 > -5$.