

Plaquette 3 – Variations et extremums

Fonctions : généralités — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Variations, tableau de variations et extremums.

- **Définitions.** Soit f définie sur un intervalle I , et a, b deux réels de I .

f croissante sur I : $a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b)$

f décroissante sur I : $a \leq b \Rightarrow f(a) \geq f(b)$

Une fonction croissante **conserve** l'ordre, une fonction décroissante l'**inverse**. Si $f(a) = f(b)$ pour tous a et b , la fonction est **constante**.

- **Tableau de variations.** Deux lignes : les valeurs remarquables de x (bornes et changements de sens), puis les flèches accompagnées des valeurs de f aux bornes de chaque flèche.

- **Extremums sur un intervalle.** Le **maximum** est la plus grande valeur atteinte, le **minimum** la plus petite. On donne toujours deux informations :

la valeur de l'extremum et la valeur de x où il est atteint

- **△ Les bornes comptent.** Sur un intervalle fermé, un extremum peut être atteint **au bord**, là où la courbe ne « tourne » pas. Il faut donc comparer toutes les valeurs du tableau, y compris celles des extrémités.

- **Encadrer $f(x)$.** Si m est le minimum et M le maximum de f sur I , alors

$$m \leq f(x) \leq M \quad \text{pour tout } x \in I$$

- **Comparer deux images sans calcul.** On vérifie d'abord que les deux nombres sont dans **un même intervalle** où f est monotone, puis on applique la définition. S'ils sont de part et d'autre d'un changement de sens, les variations ne permettent **rien** : il faut calculer.

- **Compter les solutions de $f(x) = k$.** Sur chaque intervalle de monotonie, l'équation a **au plus une** solution ; elle en a exactement une si k est compris entre les deux valeurs aux bornes de la flèche.

Correction de l'exercice 1 – Décrire les variations d'une courbe

On parcourt la courbe **de la gauche vers la droite**, comme on lit une phrase.

- a) De $x = -1$ jusqu'à $x = 2$, la courbe **descend** : la fonction est décroissante sur

$$[-1 ; 2]$$

- b) De $x = 2$ jusqu'à $x = 5$, la courbe **remonte** : la fonction est croissante sur

$$[2 ; 5]$$

- c) Le changement de sens se produit au point le plus bas de la courbe, d'abscisse $x = 2$. C'est le seul endroit où la fonction cesse de décroître pour croître.

Le vocabulaire exact. On dit « f est décroissante **sur** $[-1 ; 2]$ » : la monotonie se dit toujours **sur un intervalle**, jamais en un point isolé. Dire « f est décroissante en $x = 1$ » n'a pas de sens en Seconde.

Le contrôle par le calcul. La fonction représentée est $f(x) = x^2 - 4x + 1$. On peut vérifier la décroissance sur deux valeurs : $f(0) = 1$ et $f(1) = -2$, donc $f(0) > f(1)$ alors que $0 < 1$ ✓

l'ordre s'inverse bien.

Le sens de lecture. Une courbe qui « monte » de gauche à droite correspond à une fonction croissante. Décrire les variations dans l'autre sens de lecture (de droite à gauche) inverserait tous les résultats.

Réponse. a) décroissante sur $[-1 ; 2]$ — b) croissante sur $[2 ; 5]$ — c) en $x = 2$.

Correction de l'exercice 2 - Dresser un tableau de variations

a) Le tableau comporte les trois valeurs remarquables — les deux bornes et le point de changement de sens — puis les flèches et les valeurs correspondantes.

x	-1		2		5
variations de f	6	décroissante	-3	croissante	6

La première flèche descend de 6 à -3 , la seconde remonte de -3 à 6 .

b) La plus petite valeur du tableau est -3 : le **minimum** de f sur $[-1 ; 5]$ vaut -3 , atteint en $x = 2$

c) La plus grande valeur est 6 , et elle apparaît **deux fois** : aux deux bornes. Le **maximum** vaut donc 6 , atteint en $x = -1$ **et** en $x = 5$.

Ce que la question c) enseigne. Un extremum est une **valeur**, et elle peut être atteinte en plusieurs endroits. Ici la symétrie de la courbe autour de $x = 2$ place les deux bornes à la même hauteur.

L'erreur de remplissage. Écrire la valeur 2 (l'abscisse) sur la ligne des variations au lieu de -3 (l'image). Cette ligne porte les valeurs de la **fonction**, jamais celles de x : celles-ci sont déjà sur la première ligne.

À quoi sert ce tableau. Il remplace la courbe pour toutes les questions de comparaison, d'encadrement et de dénombrement des solutions — c'est l'objet des exercices suivants.

Réponse. a) décroissante de 6 à -3 sur $[-1 ; 2]$, puis croissante de -3 à 6 — b) minimum -3 en $x = 2$ — c) maximum 6 , atteint en $x = -1$ et $x = 5$.

Correction de l'exercice 3 - Écrire la définition avec des inégalités

On applique directement les deux définitions du cours.

$$f \text{ croissante: } a \leq b \Rightarrow f(a) \leq f(b) \quad g \text{ décroissante: } a \leq b \Rightarrow g(a) \geq g(b)$$

a) Une fonction croissante **conserve** l'ordre :

$$f(2) \leq f(7)$$

b) Une fonction décroissante **inverse** l'ordre :

$$g(2) \geq g(7)$$

c) Comme $3 \leq 8$ et que f est croissante, on a $f(3) \leq f(8)$, donc

$$f(8) \geq 5$$

On ne peut pas en dire plus : $f(8)$ peut valoir 5 , 6 ou $1\,000$, la croissance donne seulement une borne **inférieure**.

d) Comme $3 \leq 8$ et que g est décroissante, on a $g(3) \geq g(8)$, donc

$$g(8) \leq 5$$

Cette fois on obtient une borne **supérieure**.

Ce qu'une monotonie permet, et ce qu'elle ne permet pas. Elle donne toujours une

inégalité, jamais une valeur. Pour connaître $f(8)$, il faut l'expression de la fonction.

Le sens des symboles. On écrit $\leq$ (inégalité large) car les définitions du programme de Seconde l'autorisent : une fonction croissante peut être constante sur une portion. Avec « strictement croissante », les inégalités deviendraient strictes.

Réponse. a) $f(2) \leq f(7)$ — b) $g(2) \geq g(7)$ — c) $f(8) \geq 5$ — d) $g(8) \leq 5$.

Correction de l'exercice 4 - Comparer deux images sans les calculer

La règle : on ne peut comparer par les variations que si les deux nombres sont dans **un même intervalle** de monotonie.

a) -3 et 0 appartiennent tous deux à $[-4; 1]$, où f est **décroissante**. Comme $-3 \leq 0$, l'ordre s'inverse :

$$f(-3) \geq f(0)$$

b) 2 et 5 appartiennent tous deux à $[1; 6]$, où f est **croissante**. Comme $2 \leq 5$, l'ordre est conservé :

$$f(2) \leq f(5)$$

c) -1 appartient à $[-4; 1]$ et 4 à $[1; 6]$: ils sont de **part et d'autre** du changement de sens. Les variations ne permettent donc **aucune conclusion**.

On sait seulement, par le tableau, que $f(-1)$ est compris entre -2 et 8 , et $f(4)$ entre -2 et 7 : les deux plages se recouvrent largement, l'ordre peut être l'un ou l'autre selon la fonction.

La faute à éviter. Comparer $f(-1)$ et $f(4)$ « parce que $-1 < 4$ » : cela supposerait la fonction monotone sur tout l'intervalle, ce que le tableau contredit. La monotonie est une propriété **locale à un intervalle**.

Le réflexe de rédaction. On commence toujours par une phrase du type « -3 et 0 appartiennent à $[-4; 1]$, intervalle sur lequel f est décroissante » : c'est cette phrase qui justifie la comparaison, et c'est elle qui est attendue.

Réponse. a) $f(-3) \geq f(0)$ — b) $f(2) \leq f(5)$ — c) impossible de conclure : les deux nombres sont de part et d'autre du changement de sens.

Correction de l'exercice 5 - Encadrer une image

Sur un intervalle où f est monotone, les valeurs de f sont comprises entre celles des **deux bornes** de la flèche.

a) Sur $[-4; 1]$, f décroît de 8 à -2 : elle prend donc toutes ses valeurs entre -2 et 8 .

$$-2 \leq f(x) \leq 8$$

b) Sur $[1; 6]$, f croît de -2 à 7 :

$$-2 \leq f(x) \leq 7$$

c) Sur l'intervalle entier, il faut prendre la plus petite des valeurs basses et la plus grande des valeurs hautes du tableau. Les valeurs présentes sont 8 , -2 et 7 , donc le minimum est -2 et le maximum 8 :

$$-2 \leq f(x) \leq 8 \quad \text{pour tout } x \in [-4; 6]$$

Le piège de la question c). Additionner ou « moyenner » les encadrements de a) et b) n'aurait aucun sens. On relit le tableau **en entier** et on repère la plus petite et la plus grande valeur écrites : ici -2 et 8 .

L'usage de l'encadrement. Il permet de répondre sans calcul à des questions du type « l'équation $f(x) = 10$ a-t-elle des solutions ? » — non, puisque $f(x) \leq 8$ pour tout x .

Réponse. a) $-2 \leq f(x) \leq 8$ — b) $-2 \leq f(x) \leq 7$ — c) $-2 \leq f(x) \leq 8$.

Correction de l'exercice 6 - Maximum, minimum et point d'atteinte

On relève **toutes** les valeurs du tableau : 2, 9, 1 et 4.

a) La plus grande est 9 : le maximum de h sur $[0; 8]$ vaut

9, atteint en $x = 3$

b) La plus petite est 1 : le minimum vaut

1, atteint en $x = 6$

On remarque que la valeur 2 à la borne gauche n'est **pas** le minimum, et que la valeur 4 à la borne droite n'est pas le maximum : ici les deux extremums sont atteints à l'intérieur de l'intervalle.

c) L'élève a donné l'**abscisse** au lieu de la **valeur**. Le nombre 3 est la valeur de x **en laquelle** le maximum est atteint ; le maximum, lui, est la valeur de la fonction, soit 9.

La formulation correcte tient en une phrase : « le maximum de h sur $[0; 8]$ est 9, atteint en $x = 3$ ».

La distinction, en une image. Si h donne l'altitude d'un chemin de randonnée, le maximum est l'**altitude** du sommet (9), et 3 est la **distance** parcourue pour l'atteindre. Les deux nombres n'ont ni le même sens ni la même unité.

Ce que le tableau montre ici. Une fonction peut changer de sens **plusieurs** fois : trois flèches, donc deux changements. Il faut lire le tableau en entier avant de conclure.

Réponse. a) maximum 9, atteint en $x = 3$ — b) minimum 1, atteint en $x = 6$ — c) il a donné l'abscisse au lieu de la valeur de la fonction.

Correction de l'exercice 7 - Un extremum atteint à une borne

Les valeurs du tableau sont 1, 4 et -6 .

a) La plus grande est 4 : le maximum vaut 4, atteint en $x = 2$ — au point où la fonction change de sens.

b) La plus petite est -6 : le minimum vaut

-6 , atteint en $x = 5$

c) On lit directement $f(0) = 1$ et $f(5) = -6$, donc

$$f(0) > f(5)$$

Le minimum est atteint à la **borne droite** de l'intervalle, et non en un point où la courbe « tourne » : la fonction décroît jusqu'au bout, et c'est donc la dernière valeur qui est la plus petite.

La règle de méthode. Sur un intervalle fermé, il faut toujours comparer les extremums **locaux** (aux changements de sens) **et** les valeurs aux **bornes**. Ne regarder que les changements de sens conduirait ici à annoncer 1 comme minimum, ce qui est faux.

La différence avec l'exercice précédent. Là, les deux extremums étaient intérieurs ; ici le minimum est au bord. Rien dans la forme du tableau ne le signale : seule la comparaison des valeurs le révèle.

Réponse. a) maximum 4 en $x = 2$ — b) minimum -6 en $x = 5$ — c) $f(0) = 1 > -6 = f(5)$; le minimum est atteint à la borne droite.

Correction de l'exercice 8 - Compléter un tableau de variations

a) On remplace x par chaque valeur dans $f(x) = x^2 - 2x - 3$:

$$f(-3) = 9 + 6 - 3 = 12 \quad f(1) = 1 - 2 - 3 = -4 \quad f(4) = 16 - 8 - 3 = 5$$

Attention au signe en $x = -3$: $-2 \times (-3) = +6$.

b) On place les trois valeurs de x sur la première ligne, puis les flèches et les images :

x	-3		1		4
variations de f	12	décroissante	-4	croissante	5

c) La plus petite valeur du tableau est -4 : le **minimum** de f sur $[-3; 4]$ vaut -4 , atteint en $x = 1$. La plus grande est 12 , atteinte en $x = -3$. D'où l'encadrement

$$-4 \leq f(x) \leq 12 \quad \text{pour tout } x \in [-3; 4]$$

Le contrôle de cohérence. Les flèches doivent être compatibles avec les valeurs : la première descend de 12 à -4 ✓ et la seconde remonte de -4 à 5 ✓ Si une flèche « descendait » vers une valeur plus grande, il y aurait une erreur de calcul.

Une vérification supplémentaire. La forme $f(x) = (x - 1)^2 - 4$ confirme le minimum : un carré étant positif ou nul, on a bien $f(x) \geq -4$, avec égalité pour $x = 1$ ✓

Réponse. a) $f(-3) = 12$, $f(1) = -4$, $f(4) = 5$ — b) décroissante de 12 à -4 , puis croissante jusqu'à 5 — c) minimum -4 en $x = 1$, et $-4 \leq f(x) \leq 12$.

Correction de l'exercice 9 - Compter les solutions avec le tableau

Sur chaque flèche, la fonction est monotone : elle prend **une seule fois** chaque valeur comprise entre les deux bornes de la flèche. On compte donc flèche par flèche.

— Première flèche : f croît de -1 à 7 , donc elle prend une fois chaque valeur de $[-1; 7]$.

— Seconde flèche : f décroît de 7 à 2 , donc elle prend une fois chaque valeur de $[2; 7]$.

a) $k = 5$ appartient à $[-1; 7]$ **et** à $[2; 7]$: une solution sur chaque flèche, soit **deux** solutions.

b) $k = 0$ appartient à $[-1; 7]$ mais **pas** à $[2; 7]$ (car $0 < 2$) : **une** solution, sur la première flèche.

c) $k = 8$ n'appartient à aucun des deux intervalles, car le maximum de f est 7 :

$$f(x) \leq 7 < 8 \quad \text{donc} \quad \textbf{aucune} \text{ solution}$$

d) $k = 7$ est la valeur du **maximum**, atteinte uniquement en $x = 4$: c'est le point commun aux deux flèches. Il y a donc **une** seule solution, $x = 4$.

La méthode, en une phrase. On compare k aux valeurs écrites aux extrémités de chaque flèche : si k est entre les deux, il y a une solution sur cette flèche, sinon aucune. Puis on additionne.

Le cas particulier d). Au sommet, les deux flèches se rejoignent : la valeur 7 n'est atteinte qu'une fois, et non deux. C'est le seul k pour lequel on ne compte pas deux solutions dans la zone commune.

Réponse. a) deux solutions — b) une solution — c) aucune — d) une seule ($x = 4$).

Correction de l'exercice 10 - Tracer une courbe compatible avec un tableau

On place d'abord les **trois points** imposés par le tableau :

$$(-2; 3) \quad (1; -2) \quad (4; 4)$$

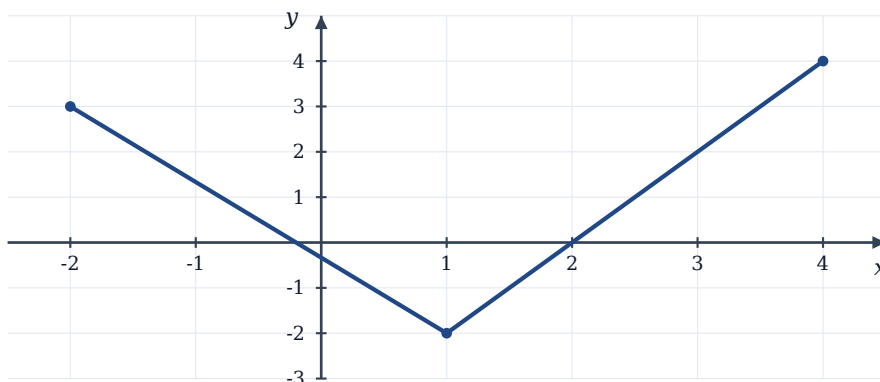
Puis on relie : une branche qui **descend** régulièrement de $(-2; 3)$ à $(1; -2)$, puis une branche qui **remonte** de $(1; -2)$ à $(4; 4)$. Une courbe possible est tracée ci-dessous.

Pourquoi « une » courbe et non « la » courbe. Le tableau impose le sens de variation

et les valeurs aux trois abscisses, mais pas l'allure exacte entre elles : la branche descendante peut être droite, creuse ou bombée. Il y a donc une infinité de courbes compatibles, et toute réponse respectant les trois points et les deux sens est correcte. La plus simple est la **ligne brisée** formée de deux segments, tracée ci-dessous.

Le contrôle avant de rendre. Aucun « rebond » ne doit apparaître à l'intérieur d'une flèche : entre -2 et 1 , la courbe descend **sans jamais remonter**.

Réponse. Une courbe descendant de $(-2 ; 3)$ à $(1 ; -2)$ puis remontant jusqu'à $(4 ; 4)$.



La réponse la plus simple : deux segments joignant les trois points imposés.

Correction de l'exercice 11 - Variations en contexte

a) On lit la courbe de gauche à droite. La température **baisse** légèrement en début de nuit jusque vers 6 heures, puis **monte** régulièrement jusqu'en milieu d'après-midi, aux alentours de 14 heures, avant de **redescendre** jusqu'à minuit.

La fonction T est donc décroissante sur $[0 ; 6]$, croissante sur $[6 ; 14]$ et décroissante sur $[14 ; 24]$.

b) Le point le plus haut de la courbe se situe vers $h = 14$, à la hauteur $22\text{ }^{\circ}\text{C}$. La température maximale de la journée est donc d'environ

$22\text{ }^{\circ}\text{C}$, atteinte vers 14 heures

c) La température baisse sur les deux intervalles où la courbe descend : de 0 h à 6 h environ, puis de 14 h à 24 h.

d) On lit les deux ordonnées : $T(8) \approx 16\text{ }^{\circ}\text{C}$ et $T(20) \approx 18\text{ }^{\circ}\text{C}$, donc

$$T(8) < T(20)$$

Il faisait plus chaud à 20 heures qu'à 8 heures. On ne pouvait pas le deviner par les variations : 8 h et 20 h sont dans **deux intervalles de monotonie différents**, la lecture était indispensable.

L'intérêt de la question d). C'est exactement la situation où les variations ne suffisent pas. Devant deux abscisses séparées par un changement de sens, on lit ou on calcule — on ne déduit pas.

Le vocabulaire du contexte. « Le maximum est $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ » et « il est atteint à 14 h » : la première phrase donne une température, la seconde une heure. Les deux ensemble répondent à la question.

Réponse. a) décroissante puis croissante puis décroissante — b) environ $22\text{ }^{\circ}\text{C}$ vers 14 h — c) de 0 h à 6 h et de 14 h à 24 h — d) $T(8) < T(20)$.

Correction de l'exercice 12 – Fonction croissante mais pas strictement

a) On lit le tarif de la tranche correspondant à chaque durée :

$$P(0,5) = 2 \text{ €} \quad P(1,5) = 3,50 \text{ €} \quad P(3) = 5 \text{ €}$$

b) Les durées 2,5 h et 3,5 h appartiennent à la **même tranche** (de 2 à 4 heures) : le tarif est identique.

$$P(2,5) = P(3,5) = 5 \text{ €}$$

c) Oui, P est **croissante** : si $t_1 \leq t_2$, alors $P(t_1) \leq P(t_2)$ — stationner plus longtemps ne coûte jamais moins cher. L'inégalité large est bien vérifiée.

En revanche, P n'est **pas strictement croissante** : la question b) fournit un contre-exemple, avec $2,5 < 3,5$ mais $P(2,5) = P(3,5)$. La fonction est **constante par morceaux**, donc elle « stagne » à l'intérieur de chaque tranche.

La nuance de vocabulaire. « Croissante » autorise les plateaux ($\leq$) ; « strictement croissante » les interdit ($<$). Le programme de Seconde utilise la première définition, plus souple — et c'est elle qui permet de décrire ce genre de tarif.

L'allure de la courbe. Elle ressemble à un escalier : des segments horizontaux, puis des sauts verticaux aux changements de tranche. Une fonction n'a aucune obligation d'avoir une courbe « lisse ».

Réponse. a) 2 €, 3,50 € et 5 € — b) $P(2,5) = P(3,5) = 5 \text{ €}$ — c) croissante oui, strictement croissante non.

Correction de l'exercice 13 – Deux fonctions, deux tableaux

a) f est croissante sur $[0 ; 6]$, qui contient 1 et 5. Comme $1 \leq 5$:

$$f(1) \leq f(5)$$

g est décroissante sur le même intervalle, donc l'ordre s'inverse :

$$g(1) \geq g(5)$$

b) Les valeurs aux bornes se lisent directement dans les énoncés des variations :

$$f(0) = 0 \text{ et } g(0) = 10 \text{ donc } f(0) < g(0)$$

$$f(6) = 12 \text{ et } g(6) = -2 \text{ donc } f(6) > g(6)$$

c) Oui, **nécessairement**. En $x = 0$, la courbe de f est **en dessous** de celle de g ; en $x = 6$, elle est **au-dessus**. Pour passer d'une position à l'autre, les deux courbes doivent forcément se croiser au moins une fois entre 0 et 6.

Autrement dit, la différence $f(x) - g(x)$ passe de $0 - 10 = -10$ à $12 - (-2) = 14$: elle change de signe, donc elle s'annule quelque part.

Le raisonnement à retenir. Un changement de position relative impose un point d'intersection. C'est une idée qu'on retrouvera en Terminale sous le nom de théorème des valeurs intermédiaires, mais elle se comprend dès la Seconde sur un dessin.

La limite de la conclusion. On sait qu'il y a **au moins** un point d'intersection, mais on ne sait ni où, ni combien : les deux fonctions pourraient se croiser trois fois. Sans les expressions, on ne peut pas en dire plus.

Réponse. a) $f(1) \leq f(5)$ et $g(1) \geq g(5)$ — b) $f(0) < g(0)$ et $f(6) > g(6)$ — c) oui, les positions relatives s'inversent, donc les courbes se croisent.

Correction de l'exercice 14 - Vrai ou faux sur les variations

a) **Faux**, ou du moins pas garanti. La croissance donne $f(4) \geq f(2) = 3$, avec une inégalité **large** : $f(4)$ pourrait valoir exactement 3 si la fonction est constante entre 2 et 4. L'affirmation serait vraie avec « strictement croissante ».

b) **Vrai**. Si f décroît, alors pour tout x de $[0; 5]$ on a $0 \leq x$, donc $f(0) \geq f(x)$: aucune valeur ne dépasse $f(0)$, qui est donc le maximum.

c) **Faux**. Le maximum peut être atteint en **plusieurs** points. Par exemple, une fonction qui monte de 0 à 7, reste constante à 7 sur tout un intervalle, puis redescend, prend la valeur 7 une infinité de fois. Le maximum est une valeur unique, pas son point d'atteinte.

d) **Vrai**, à condition que les deux intervalles se **recollent** en 2, ce qui est le cas ici. Prenons $a \leq b$ dans $[0; 4]$:

- si les deux sont dans $[0; 2]$ ou tous deux dans $[2; 4]$, la croissance s'applique directement ;
- s'ils sont de part et d'autre, alors $a \leq 2 \leq b$, donc $f(a) \leq f(2) \leq f(b)$ en appliquant la croissance sur chaque morceau.

Dans tous les cas $f(a) \leq f(b)$: la fonction est croissante sur $[0; 4]$.

Le contraste avec la décroissance. Attention, l'affirmation d) devient **fausse** si l'on remplace « croissante » par « décroissante » sur l'un des deux morceaux : la fonction n'est alors monotone sur aucun des deux intervalles réunis. C'est le fameux « on ne réunit pas deux intervalles de monotonie de sens contraires ».

Réponse. a) faux (inégalité large) — b) vrai — c) faux, le maximum peut être atteint plusieurs fois — d) vrai, les deux intervalles se recollent en 2.

Correction de l'exercice 15 - Synthèse : étude d'une fonction sur un intervalle

a) On remplace x par chaque valeur dans $f(x) = -x^2 + 4x + 1$, en soignant les signes :
 $f(-2) = -4 - 8 + 1 = -11$ $f(2) = -4 + 8 + 1 = 5$ $f(5) = -25 + 20 + 1 = -4$

b) Le tableau reprend les trois abscisses et les trois valeurs :

x	-2		2		5
variations de f	-11	croissante	5	décroissante	-4

c) Les valeurs du tableau sont -11, 5 et -4.

Le **maximum** vaut 5, atteint en $x = 2$. Le **minimum** vaut -11, atteint en $x = -2$, donc à la **borne gauche** de l'intervalle.

d) Toutes les valeurs de f sont comprises entre le minimum et le maximum :

$$-11 \leq f(x) \leq 5 \quad \text{pour tout } x \in [-2; 5]$$

e) On raisonne flèche par flèche. La première flèche couvre les valeurs de $[-11; 5]$, la seconde celles de $[-4; 5]$.

- **Si** $k < -11$ **ou** $k > 5$: aucune flèche ne couvre k , donc **aucune** solution.
- **Si** $-11 \leq k < -4$: seule la première flèche couvre k , donc **une** solution.
- **Si** $-4 \leq k < 5$: les deux flèches couvrent k , donc **deux** solutions.
- **Si** $k = 5$: c'est le maximum, atteint uniquement en $x = 2$, donc **une** solution.

valeur de k	$k < -11$	$-11 \leq k < -4$	$-4 \leq k < 5$	$k = 5$	$k > 5$
solutions	0	1	2	1	0

Le contrôle par la forme canonique. On peut écrire $f(x) = -(x - 2)^2 + 5$, ce qui confirme le maximum 5 en $x = 2$: un carré étant positif, $-(x - 2)^2 \leq 0$ donc $f(x) \leq 5$ ✓

Le bilan de la plaquette. Le tableau de variations est l'outil central : il donne les extremums (en comparant **toutes** les valeurs, bornes comprises), l'encadrement de $f(x)$, les comparaisons d'images (à condition de rester dans un même intervalle de monotonie) et le nombre de solutions d'une équation. Tout cela **sans tracer la courbe**.

Réponse. a) $-11 ; 5 ; -4$ — b) croissante de -11 à 5 , puis décroissante jusqu'à -4 — c) maximum 5 en $x = 2$, minimum -11 en $x = -2$ — d) $-11 \leq f(x) \leq 5$ — e) 0, 1, 2, 1 ou 0 solutions selon k .