Plaquette 2 – Courbe représentative et lectures graphiques

Fonctions : généralités — Seconde

Exercices

Méthode

Une courbe contient **toute** la fonction : chaque point a pour coordonnées $(x\,;f(x))$. Savoir la lire, c'est savoir dans quel **sens** se déplacer. Pour une **image**, on part de l'axe des abscisses et on monte : une seule réponse. Pour un **antécédent** ou une **équation** $f(x) = k$, on part de l'axe des ordonnées, on trace la droite horizontale $y = k$ et on relève **toutes** les abscisses des points d'intersection : il peut y en avoir plusieurs. Pour une **inéquation** $f(x) \geq k$, on cherche les abscisses des points **au-dessus** de cette droite. Et pour comparer deux fonctions, on regarde laquelle des deux courbes est la plus haute. Une lecture graphique donne toujours une valeur **approchée** : on l'annonce comme telle, et on la contrôle par le calcul quand la formule est connue.

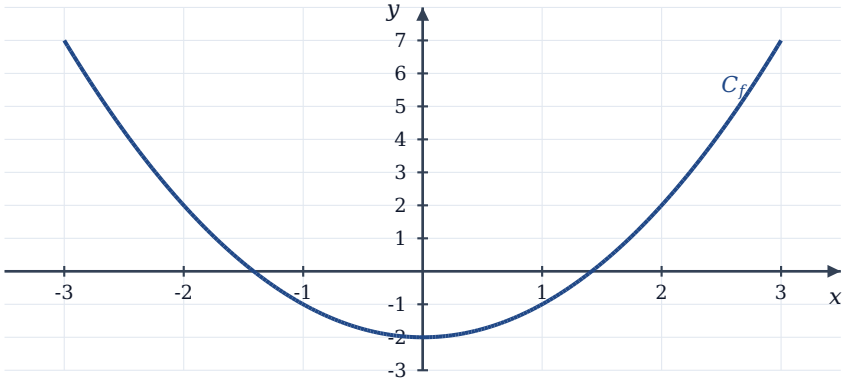
Exercice 1 – Lire des images sur une courbe

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-3\,;3]$.

a) Lire $f(-2)$, $f(0)$ et $f(2)$.

b) Quelle est l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse -1 ?

c) Le point $A(1\,;-2)$ appartient-il à la courbe ?



La courbe de f sur $[-3\,;3]$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

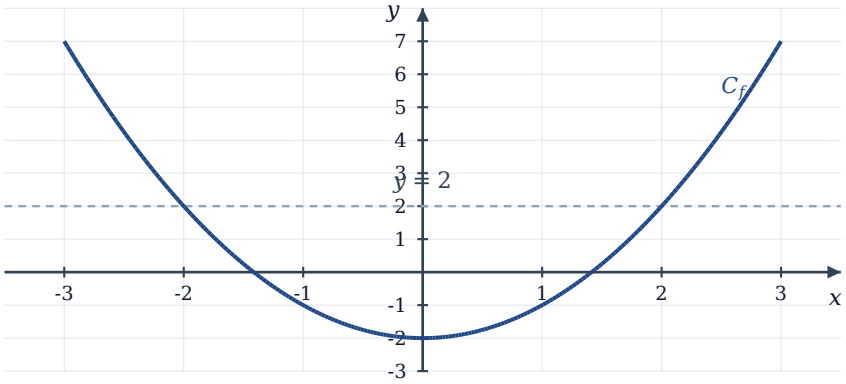
Exercice 2 – Résoudre graphiquement une équation

La courbe ci-dessous représente f sur $[-3\,;3]$, ainsi que la droite d'équation $y = 2$.

a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 2$.

b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -2$.

c) Combien de solutions l'équation $f(x) = -5$ possède-t-elle ? Justifier.



La courbe de f et la droite d'équation y = 2.

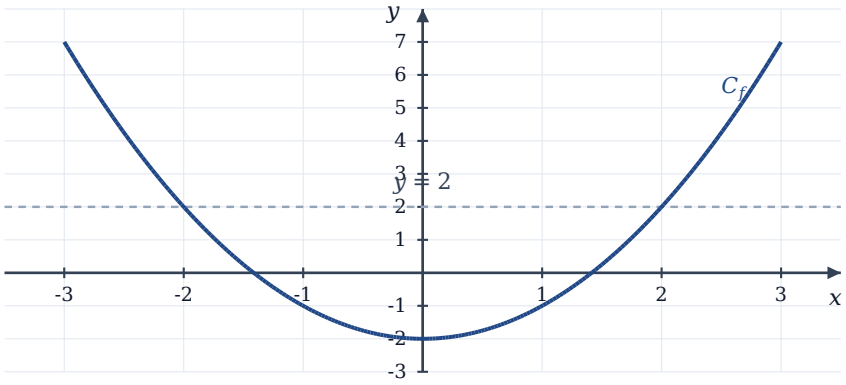
Exercice 3 – Résoudre graphiquement une inéquation

On reprend la courbe de f sur $[-3\,;3]$ et la droite $y = 2$.

a) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 2$.

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \leq 2$.

c) Déterminer graphiquement le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.



La courbe de f et la droite d'équation y = 2.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

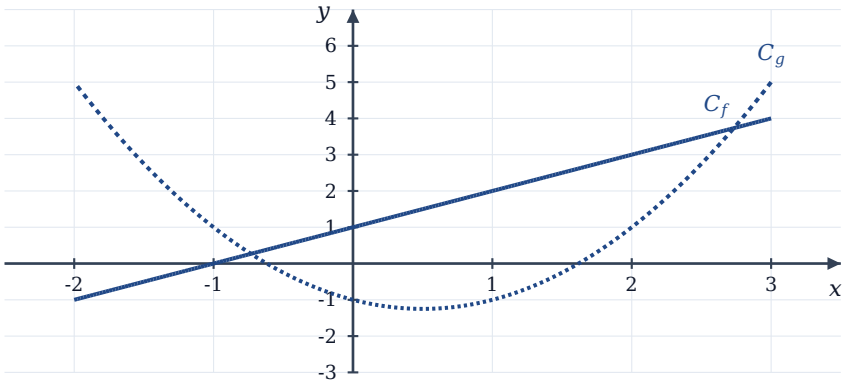
Exercice 4 – Comparer deux fonctions graphiquement

Sur le graphique ci-dessous sont tracées les courbes de deux fonctions f et g définies sur $[-2\,;3]$.

a) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.

b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

c) Comparer $f(0)$ et $g(0)$, puis $f(3)$ et $g(3)$.



Les courbes de f et de g sur $[-2\,;3]$.

Exercice 5 – Tracer une courbe à partir d'un tableau

Soit f la fonction définie sur $[-2\,;4]$ par $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	?	?	?	?	?	?	?

b) Placer les sept points dans un repère et tracer la courbe.

Exercice 6 – Est-ce la courbe d'une fonction ?

Pour chacune des descriptions suivantes, dire si le tracé peut être la courbe représentative d'une fonction, en justifiant.

a) Une droite non verticale.

b) Une droite verticale d'équation $x = 3$.

c) Un cercle de centre l'origine et de rayon 2.

d) Une parabole de sommet $(1\,;2)$, ouverte vers le haut.

Exercice 7 – Intersections avec les axes

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$ et C sa courbe.

a) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de C avec l'axe des ordonnées.

b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de C avec l'axe des abscisses, sachant que $f(x) = (x-1)(x-3)$.

c) Pourquoi une courbe de fonction coupe-t-elle l'axe des ordonnées **au plus une fois**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

?

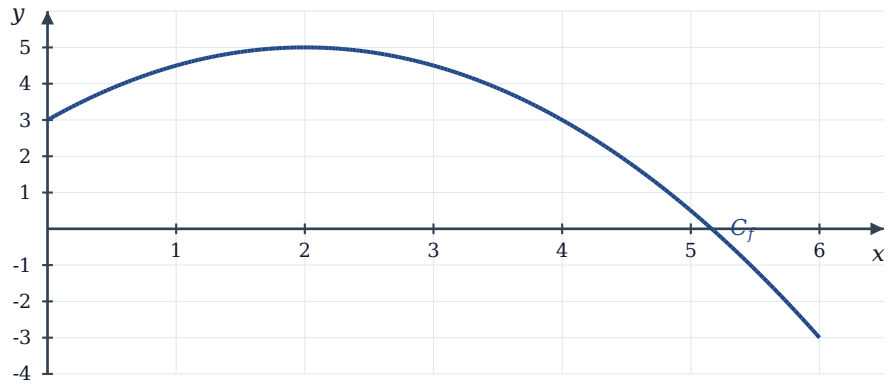
Exercice 8 – Lire un extremum

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[0\,;6]$.

a) Lire le maximum de f sur $[0\,;6]$ et la valeur en laquelle il est atteint.

b) Lire le minimum de f et la valeur en laquelle il est atteint.

c) Pour tout x de $[0\,;6]$, encadrer $f(x)$.



La courbe de f sur $[0\,;6]$.

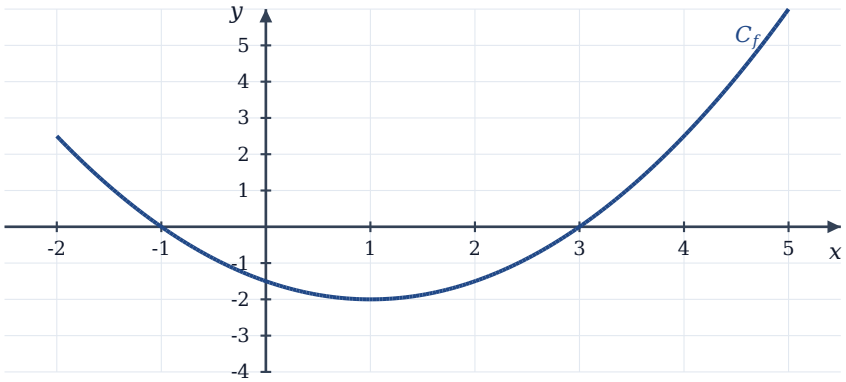
Exercice 9 – Lire le signe d'une fonction

La courbe ci-dessous représente f sur $[-2\,;5]$.

a) Déterminer graphiquement les antécédents de 0 par f.

b) Déterminer graphiquement les intervalles sur lesquels $f(x) > 0$, puis ceux sur lesquels $f(x) < 0$.

c) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $[-2\,;5]$.



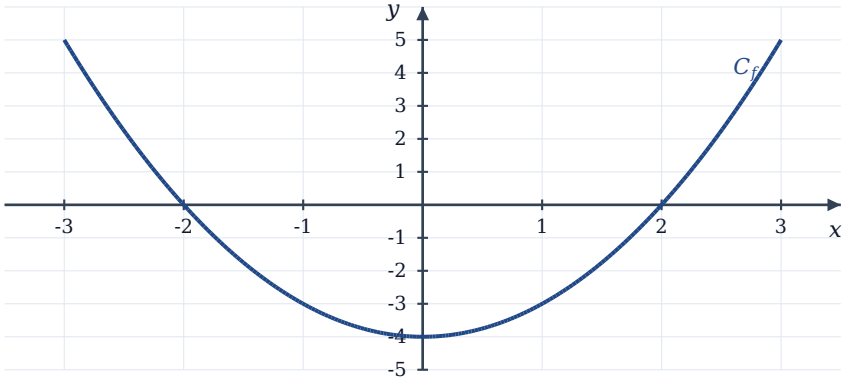
La courbe de f sur $[-2\,;5]$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 10 – Combien de solutions selon k ?

Soit f la fonction représentée ci-dessous sur $[-3\,;3]$, dont le minimum vaut -4 et est atteint en $x = 0$, et dont les valeurs aux bornes sont $f(-3) = f(3) = 5$.

Déterminer, selon les valeurs du nombre k, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = k$ sur $[-3\,;3]$.



La courbe de f sur $[-3\,;3]$, de minimum -4.

Exercice 11 – Lecture graphique en contexte

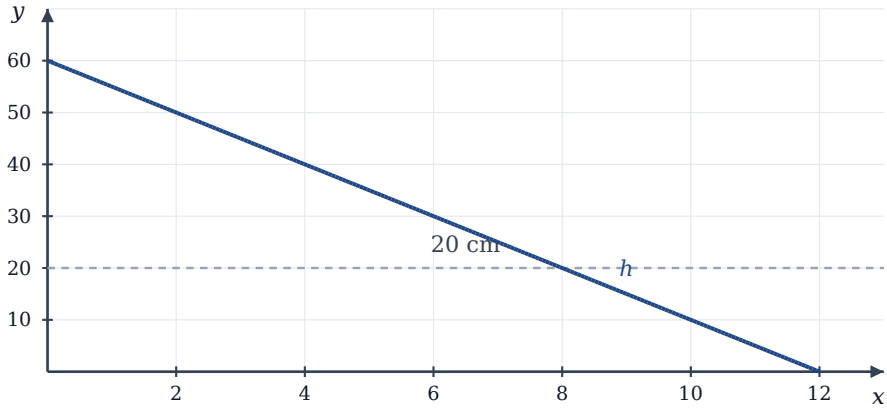
Le graphique ci-dessous donne la hauteur d'eau h (en cm) dans un bac, en fonction du temps t (en minutes) pendant une vidange.

a) Quelle est la hauteur d'eau au début de la vidange ?

b) Au bout de combien de minutes le bac est-il vide ?

c) À quel instant la hauteur d'eau vaut-elle 30 cm ?

d) Pendant combien de temps la hauteur dépasse-t-elle 20 cm ?



Hauteur d'eau (cm) en fonction du temps (min).

Exercice 12 – Précision d'une lecture graphique

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3$. Un élève lit sur la courbe que l'équation $f(x) = 0$ a pour solutions $x \approx -1{,}7$ et $x \approx 1{,}7$.

a) Vérifier par le calcul si ces valeurs sont exactes.

b) Donner les valeurs exactes des solutions, puis une valeur approchée au centième.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

c) La lecture de l'élève est-elle acceptable ? Comment doit-il rédiger sa réponse ?

Exercice 13 – Reconstituer une courbe par symétrie

Soit f la fonction définie sur $[-3\,;3]$ par $f(x) = x^2 - 1$.

a) Montrer que $f(-x) = f(x)$ pour tout x de $[-3\,;3]$.

b) Quelle propriété géométrique de la courbe en découle ?

c) On connaît le tableau de valeurs pour $x \in \{0\,;1\,;2\,;3\}$: -1, 0, 3, 8. En déduire les images de -1, -2 et -3 sans calcul.

Exercice 14 – D'une courbe à un tableau de valeurs

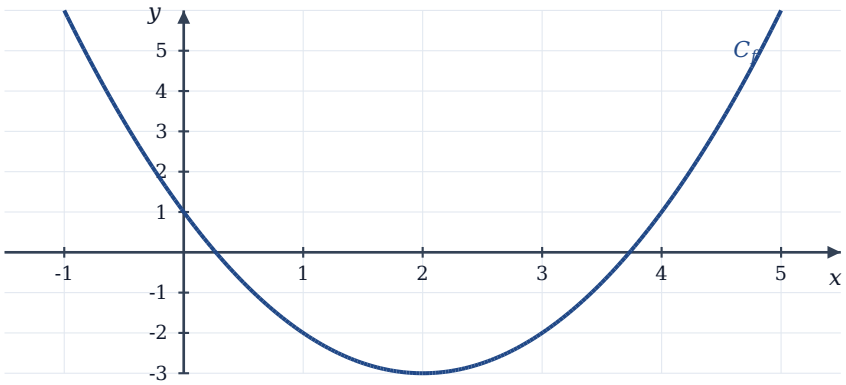
La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-1\,;5]$.

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs par lecture graphique.

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	?	?	?	?	?	?	?

b) Combien de solutions l'équation $f(x) = 1$ semble-t-elle avoir ?

c) Donner un encadrement du minimum de f sur $[-1\,;5]$.



La courbe de f sur $[-1\,;5]$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 15 – Synthèse : tout lire sur une courbe

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-1\,;3]$, ainsi que la droite d'équation $y = 2$.

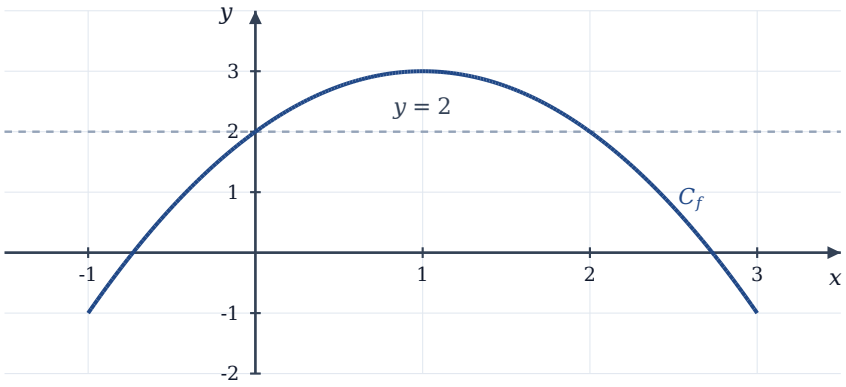
a) Lire $f(-1)$, $f(0)$ et $f(3)$.

b) Résoudre graphiquement $f(x) = 2$, puis $f(x) = 0$.

c) Résoudre graphiquement $f(x) \leq 2$.

d) Donner le maximum et le minimum de f sur $[-1\,;3]$, et les valeurs où ils sont atteints.

e) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $[-1\,;3]$.



La courbe de f sur $[-1\,;3]$ et la droite $y = 2$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).