

Plaquette 1 - Images, antécédents et vocabulaire

Fonctions : généralités — Seconde

Exercices

Méthode

Une fonction est une **machine à un seul sens** : on lui donne un nombre x , elle renvoie **un** nombre $f(x)$. Tout le vocabulaire du chapitre découle de là. Calculer une **image**, c'est faire tourner la machine dans le sens normal : on remplace x et on calcule. Chercher un **antécédent**, c'est la faire tourner à l'envers : on connaît le résultat et on cherche l'entrée, donc on **résout une équation**. La confusion entre les deux est l'erreur numéro un du chapitre, et elle se repère à un détail : une image se **calcule**, un antécédent se **cherche**. Deux autres points à installer : un nombre a **au plus une** image, mais il peut avoir **plusieurs** antécédents (ou aucun) ; et une fonction n'existe que sur son **ensemble de définition**.

Exercice 1 - Calculer des images

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$.

- Calculer $f(2)$.
- Calculer $f(-1)$.
- Calculer $f(0)$.
- Calculer $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

Exercice 2 - Chercher un antécédent

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x - 5$.

- Déterminer l'antécédent de 7 par f .
- Déterminer l'antécédent de -5 par f .
- Le nombre 0 a-t-il un antécédent par f ? Si oui, lequel ?

Exercice 3 - Compléter un tableau de valeurs

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 3$.

- Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	?	?	?	?	?	?	?

- Quelle régularité observe-t-on dans les valeurs obtenues ?
- Combien d'antécédents le nombre 1 possède-t-il ? Les lire dans le tableau.

Exercice 4 - Image ou antécédent ?

Soit f une fonction. Pour chacune des phrases suivantes, dire s'il faut **calculer une image** ou **résoudre une équation**, et écrire le calcul ou l'équation correspondants.

- a) Calculer l'image de 5 par f .
- b) Déterminer les antécédents de 5 par f .
- c) Déterminer x tel que $f(x) = 2$.
- d) Calculer $f(2)$.

Exercice 5 - Déterminer un ensemble de définition

Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = x^2 + 4x$
- b) $g(x) = \frac{1}{x-2}$
- c) $h(x) = \sqrt{x-3}$
- d) $k(x) = \frac{5}{x}$

Exercice 6 - Lire un tableau de valeurs

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs d'une fonction f .

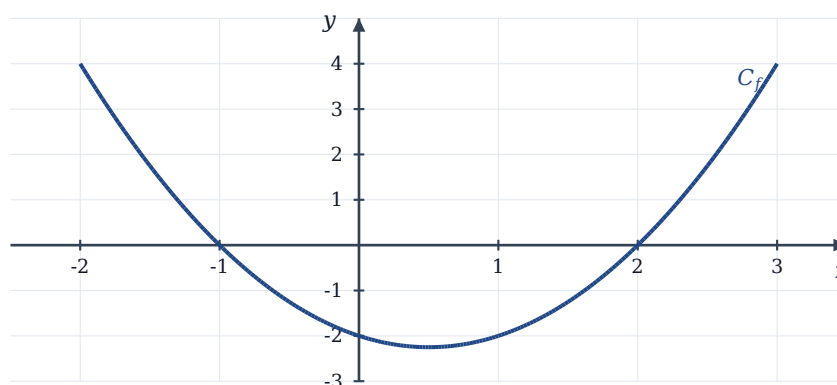
x	-2	0	1	3	5	7
$f(x)$	4	-1	0	4	-1	6

- a) Donner l'image de 3 par f .
- b) Donner tous les antécédents de 4 lisibles dans ce tableau.
- c) Donner tous les antécédents de -1 lisibles dans ce tableau.
- d) Peut-on affirmer que 2 n'a pas d'antécédent par f ?

Exercice 7 - Lire des images et des antécédents sur une courbe

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-2; 3]$.

- a) Lire $f(-2)$ et $f(2)$.
- b) Déterminer graphiquement les antécédents de 0.
- c) Déterminer graphiquement les antécédents de 3.



La courbe de f sur $[-2; 3]$.

Exercice 8 – Plusieurs antécédents, ou aucun

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$.

- Déterminer les antécédents de 9 par f .
- Déterminer les antécédents de 0 par f .
- Le nombre -4 a-t-il des antécédents par f ? Justifier.
- Combien d'images le nombre 3 possède-t-il ?

Exercice 9 – Fonction et programme de calcul

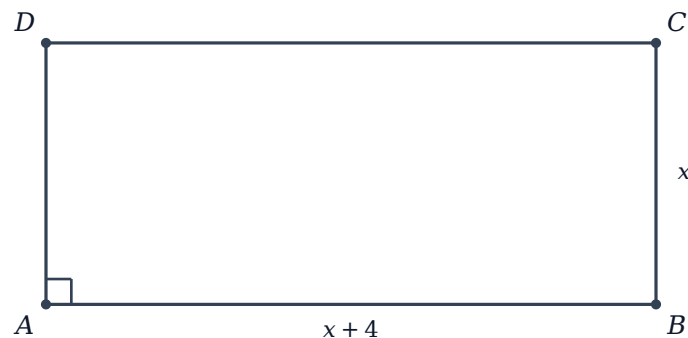
On considère le programme de calcul suivant : « choisir un nombre, le multiplier par 4, retirer 3 au résultat, puis multiplier le tout par 2 ».

- Appliquer ce programme au nombre 5.
- Exprimer en fonction de x le résultat $f(x)$ obtenu en partant du nombre x , puis développer.
- Quel nombre faut-il choisir pour obtenir 10 ?

Exercice 10 – Une fonction issue d'une figure

Un rectangle a une largeur de x centimètres et une longueur de $x + 4$ centimètres, avec $x > 0$.

- Exprimer son périmètre $P(x)$ en fonction de x , puis le réduire.
- Exprimer son aire $A(x)$ en fonction de x , puis la développer.
- Calculer $P(3)$ et $A(3)$, en précisant les unités.
- Pour quelle largeur le périmètre vaut-il 28 cm ?



Le rectangle de largeur x et de longueur $x + 4$, dessiné pour $x = 3$.

Exercice 11 – Un point appartient-il à la courbe ?

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ et C sa courbe représentative.

- Le point $A(2 ; 3)$ appartient-il à C ?
- Le point $B(-1 ; 6)$ appartient-il à C ?
- Déterminer l'ordonnée du point de C d'abscisse 0,5.

Exercice 12 - Notations : f , $f(x)$ et $x \mapsto f(x)$

Dire si chaque écriture est correcte, et corriger celles qui ne le sont pas.

- a) $f: x \mapsto 5x - 1$
- b) $f(x) = 5x - 1$ pour tout réel x
- c) $f = 5x - 1$
- d) $f(3) = 5 \times 3 - 1 = 14$

Exercice 13 - Une fonction sans formule

Le tableau donne la température relevée dans une serre au cours d'une journée, en fonction de l'heure.

Heure h	6	9	12	15	18	21
Température $T(h)$ (°C)	12	17	24	26	21	15

- a) Quelle est l'image de 12 par T ? Interpréter.
- b) Déterminer les antécédents de 15 lisibles dans ce tableau.
- c) Peut-on calculer $T(10)$? Peut-on l'estimer ?

Exercice 14 - Comparer deux fonctions en un point

Soit f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + 3$ et $g(x) = x^2 + 1$.

- a) Calculer $f(1)$ et $g(1)$, puis comparer.
- b) Calculer $f(3)$ et $g(3)$, puis comparer.
- c) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = g(x)$.

Exercice 15 - Synthèse : une fonction sous trois formes

Soit f la fonction définie sur $[-2; 4]$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- a) Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	?	?	?	?	?	?	?

- b) Déterminer l'image de -1 et celle de 3. Que remarque-t-on ?
- c) Déterminer les antécédents de -3 par f , d'abord dans le tableau, puis par le calcul.
- d) Le point $A(2,5; -2,75)$ appartient-il à la courbe de f ?
- e) Le nombre -5 a-t-il un antécédent par f ? Justifier à l'aide du tableau.