

Plaquette 4 – Changer de représentation

Fonctions : généralités — Seconde

Exercices

Méthode

Une fonction se présente sous **trois formes** : une **formule**, un **tableau** de valeurs, une **courbe**. Elles ne disent pas la même chose — la formule permet de calculer n'importe quelle image exactement, le tableau n'en donne que quelques-unes, la courbe se lit de façon approchée mais montre l'allure d'ensemble. Savoir passer de l'une à l'autre, c'est pouvoir choisir la bonne représentation selon la question : une **valeur exacte** appelle la formule, une **allure** ou un **nombre de solutions** appelle la courbe, une **comparaison de quelques cas** appelle le tableau. Cette plaquette travaille les six passages possibles, plus les outils qui les automatisent : la table de la calculatrice et le tableur.

Exercice 1 – De la formule au tableau

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 3x$.

a) Recopier et compléter le tableau de valeurs.

x	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	?	?	?	?	?	?

b) Le tableau permet-il d'affirmer que f est croissante sur $[0 ; 3]$?

Exercice 2 – De la formule à la courbe

Soit g définie sur $[-1 ; 5]$ par $g(x) = -x^2 + 4x$.

a) Compléter le tableau de valeurs pour x entier de -1 à 5 .

b) Placer les points et tracer la courbe de g .

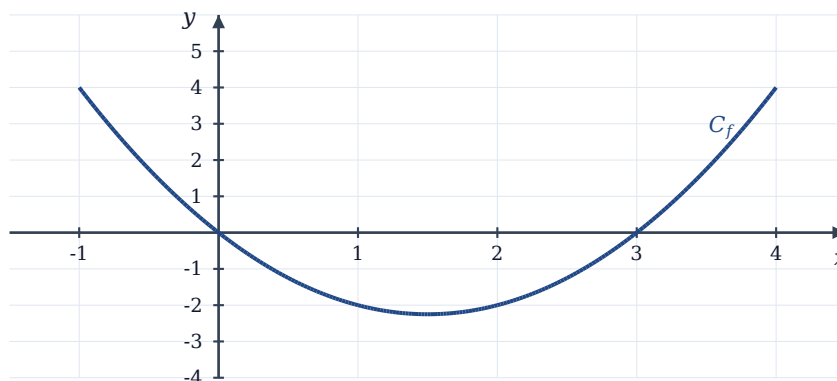
Exercice 3 – De la courbe au tableau

La courbe ci-dessous représente une fonction f définie sur $[-1 ; 4]$.

a) Compléter le tableau de valeurs par lecture graphique.

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	?	?	?	?	?	?

b) Les valeurs obtenues sont-elles exactes ou approchées ? Justifier.



La courbe de f sur $[-1 ; 4]$.

Exercice 4 – Reconnaître une formule sur une courbe

Une courbe passe par les points $(0 ; 3)$, $(1 ; 0)$ et $(2 ; -1)$, et elle remonte ensuite. Parmi les trois expressions suivantes, déterminer laquelle peut être celle de la fonction représentée.

a) $f_1(x) = x^2 - 4x + 3$

b) $f_2(x) = x^2 - 2x + 3$

c) $f_3(x) = -x^2 + 4x + 3$

Exercice 5 – Du tableau à la formule d’une fonction affine

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs d’une fonction f **affine**.

x	-1	2	5	8
$f(x)$	7	1	-5	-11

a) Vérifier que les accroissements sont réguliers.

b) Déterminer le coefficient m , puis l’ordonnée à l’origine p , de la fonction $f(x) = mx + p$.

c) Calculer $f(10)$ et déterminer l’antécédent de 0.

Exercice 6 – Écrire une formule de tableur

On souhaite obtenir dans un tableur les valeurs de $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$ pour x allant de 0 à 10. La colonne A contient les valeurs de x à partir de la cellule A2.

a) Quelle formule saisir en B2 ?

- b) Que se passe-t-il quand on étire cette formule vers le bas jusqu'en B12 ?
- c) Un élève saisit $= 3 * A2^2 - 5 * A2 + 2$ en B2 puis recopie en B3 la formule $= 3 * A2^2 - 5 * A2 + 2$. Quel est le problème ?

Exercice 7 - Balayer avec la table de la calculatrice

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 5$. On cherche une valeur approchée de la solution positive de l'équation $f(x) = 0$.

- a) À l'aide du tableau ci-dessous, obtenu avec un pas de 1, encadrer la solution par deux entiers.

x	0	1	2	3	4
f(x)	-5	-4	-1	4	11

- b) On règle la table avec un pas de 0,1 entre 2 et 3. Les valeurs obtenues sont $f(2,2) = -0,16$ et $f(2,3) = 0,29$. Affiner l'encadrement.
- c) Donner la valeur exacte de cette solution.

Exercice 8 - Repérer une erreur dans un tableau

Le tableau ci-dessous prétend donner les valeurs de $f(x) = x^2 - x$, mais il contient **une** erreur.

x	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	6	2	0	0	2	9

- a) Recalculer les six images.
- b) Identifier la valeur erronée et donner la valeur correcte.
- c) Quelle propriété du tableau permettrait de repérer l'erreur sans tout recalculer ?

Exercice 9 - Trois représentations, une seule fonction

Une fonction f est décrite de trois façons.

- **Formule** : $f(x) = -2x + 6$.
- **Tableau** : $f(0) = 6$, $f(1) = 4$, $f(3) = 0$.
- **Courbe** : une droite descendante coupant l'axe des ordonnées en 6.

- a) Vérifier que les trois descriptions sont cohérentes.
- b) Quelle représentation utiliser pour calculer $f(7,5)$? Le faire.
- c) Quelle représentation utiliser pour savoir combien de solutions a l'équation $f(x) = 2$? Répondre.

Exercice 10 - Le danger du tracé entre deux points

Soit f définie sur $[0; 4]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

- a) Calculer $f(0)$, $f(2)$ et $f(4)$.
- b) Un élève ne calcule que $f(0)$ et $f(4)$, puis relie les deux points par un segment.

Quelle allure obtient-il ? En quoi se trompe-t-il ?

c) Combien de points faut-il au minimum pour deviner l'allure ?

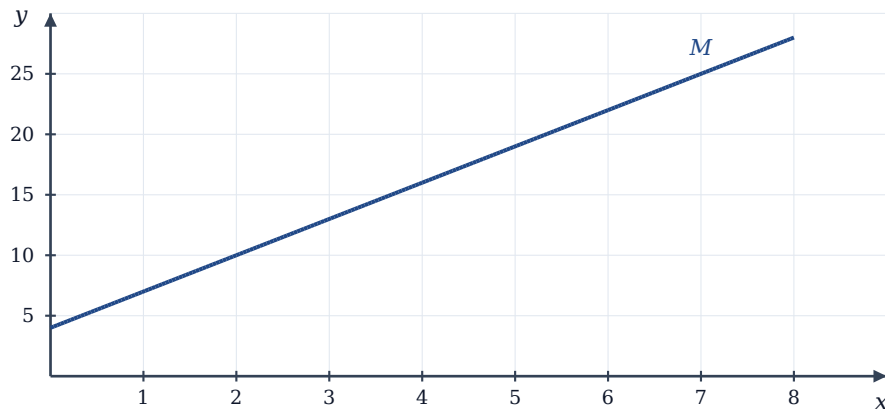
Exercice 11 – D'un graphique de contexte à une formule

Le graphique ci-dessous donne le montant M à payer (en euros) pour x heures de location d'un vélo. Le tarif est composé d'une part fixe et d'un prix horaire.

a) Quel est le montant à payer pour 0 heure ? Que représente-t-il ?

b) Déterminer le prix d'une heure supplémentaire.

c) En déduire l'expression de $M(x)$, puis calculer le montant pour 7 heures.



Montant à payer (€) en fonction de la durée (h).

Exercice 12 – Choisir la bonne représentation

Pour chacune des questions suivantes concernant une fonction f , dire quelle représentation est la plus adaptée : la **formule**, le **tableau** ou la **courbe**.

a) Calculer la valeur exacte de $f(\sqrt{2})$.

b) Déterminer combien de solutions a l'équation $f(x) = 3$.

c) Comparer $f(1)$, $f(2)$ et $f(3)$.

d) Déterminer sur quels intervalles f est croissante.

Exercice 13 – Un tableau qui cache un piège

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs d'une fonction f définie sur $[0; 6]$.

x	0	2	4	6
$f(x)$	1	3	5	7

a) Un élève affirme : « les valeurs augmentent de 2 à chaque fois, donc f est la fonction affine $x \mapsto x + 1$ ».

Expliquer pourquoi cette conclusion n'est pas justifiée.

b) Proposer une fonction non affine dont le tableau serait exactement celui-ci.

c) Quelle information supplémentaire rendrait la conclusion de l'élève correcte ?

Exercice 14 – Du tableur à la conjecture

On a obtenu au tableur les valeurs de $f(x) = x^3 - 3x$ pour x variant de -3 à 3 avec un pas de 1.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	-18	-2	2	0	-2	2	18

- a) Vérifier deux de ces valeurs par le calcul.
- b) Combien de fois la fonction semble-t-elle changer de signe sur $[-3; 3]$? En déduire un encadrement de chaque antécédent de 0.
- c) La fonction est-elle croissante sur $[-1; 1]$? Justifier avec le tableau.

Exercice 15 – Synthèse : passer d'une représentation à l'autre

Soit f définie sur $[-1; 5]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

- a) Compléter le tableau de valeurs pour x entier de -1 à 5 .
- b) Tracer la courbe de f à partir de ces points.
- c) Déterminer graphiquement les antécédents de 0, puis les retrouver par le calcul sachant que $f(x) = (x - 1)(x - 3)$.
- d) Déterminer graphiquement le minimum de f , puis le retrouver avec la forme $f(x) = (x - 2)^2 - 1$.
- e) Quelle représentation a été la plus utile à chaque question ? Conclure.