

Plaqueette 2 - Évolutions : variation absolue, coefficient multiplicateur, taux

Information chiffrée — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Mesurer une évolution de V_1 (valeur initiale, $V_1 > 0$) à V_2 (valeur finale).

- Variation absolue (additive) : $V_2 - V_1$, dans l'unité de la grandeur.
- Coefficient multiplicateur (variation multiplicative) et taux d'évolution (variation relative) :

$$CM = \frac{V_2}{V_1} \quad t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

- Lien entre les deux :

$$CM = 1 + t$$

- Hausse de $t\%$: $\times \left(1 + \frac{t}{100}\right)$; baisse de $t\%$: $\times \left(1 - \frac{t}{100}\right)$.
- $CM > 1$: hausse ; $0 < CM < 1$: baisse ; $CM = 2$: doublement (+100 %).
- Valeur initiale : $V_1 = \frac{V_2}{CM}$ (on **divise**, on ne retire pas le pourcentage).

Correction de l'exercice 1 - Les trois mesures d'une hausse

On note $V_1 = 80$ (valeur initiale) et $V_2 = 92$ (valeur finale).

- Variation absolue : $V_2 - V_1 = 92 - 80 = 12$ €.
- Coefficient multiplicateur :

$$CM = \frac{V_2}{V_1} = \frac{92}{80} = 1,15$$

- Taux d'évolution : $t = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{12}{80} = 0,15$, soit +15 %.

Contrôle. $CM = 1 + t$: $1 + 0,15 = 1,15$. Le prix a augmenté de 12 €, c'est-à-dire de 15 % : il a été multiplié par 1,15.

Réponse. +12 € ; $CM = 1,15$; $t = +15\%$.

Correction de l'exercice 2 - Les trois mesures d'une baisse

$V_1 = 250$ et $V_2 = 210$.

- Variation absolue : $210 - 250 = -40$ € (le signe moins indique une baisse).
- Coefficient multiplicateur :

$$CM = \frac{210}{250} = 0,84$$

- Taux : $t = CM - 1 = 0,84 - 1 = -0,16$, soit une baisse de 16 %.

Contrôle. $\frac{-40}{250} = -0,16$: on retrouve le taux directement par sa définition. Un coefficient multiplicateur compris entre 0 et 1 correspond toujours à une baisse.

Réponse. -40 € ; $CM = 0,84$; $t = -16\%$.

Correction de l'exercice 3 - Du taux au coefficient

On utilise le lien entre taux et coefficient multiplicateur, en écrivant le taux sous forme décimale (positif pour une hausse, négatif pour une baisse) :

$$CM = 1 + t$$

- a) $t = 0,03$: $CM = 1,03$.
- b) $t = -0,12$: $CM = 0,88$.
- c) $t = 1,5$: $CM = 2,5$ (la valeur est multipliée par 2,5).
- d) $t = -0,005$: $CM = 0,995$.
- e) $t = 0,008$: $CM = 1,008$.

Piège. Une hausse de 150 % ne multiplie pas par 1,5 mais par 2,5 : on ajoute 150 % de la valeur à la valeur elle-même.

Réponse. a) $1,03$ · b) $0,88$ · c) $2,5$ · d) $0,995$ · e) $1,008$.

Correction de l'exercice 4 - Du coefficient au taux

On calcule le taux à partir du coefficient :

$$t = CM - 1$$

- a) $1,072 - 1 = 0,072$: hausse de 7,2 %.
- b) $0,93 - 1 = -0,07$: baisse de 7 %.
- c) $2,4 - 1 = 1,4$: hausse de 140 % (la valeur est plus que doublée).
- d) $0,355 - 1 = -0,645$: baisse de 64,5 %.

Repère. $CM > 1$ signale une hausse, $CM < 1$ une baisse. Le taux de baisse ne peut pas dépasser 100 % (on ne peut pas perdre plus que tout), alors qu'un taux de hausse peut dépasser 100 %.

Réponse. a) +7,2 % · b) -7 % · c) +140 % · d) -64,5 %.

Correction de l'exercice 5 - Augmentation de loyer

Méthode 1 : par l'augmentation. L'augmentation est 3,5 % de 640 € :

$$0,035 \times 640 = 22,40 \text{ €}$$

Nouveau loyer : $640 + 22,40 = 662,40 \text{ €}$.

Méthode 2 : par le coefficient multiplicateur. Une hausse de 3,5 % correspond à

$$CM = 1 + 0,035 = 1,035$$

Nouveau loyer : $640 \times 1,035 = 662,40 \text{ €}$.

La seconde méthode tient en un seul calcul : c'est elle qu'on utilisera pour enchaîner plusieurs évolutions.

Réponse. 662,40 € par mois.

Correction de l'exercice 6 - Prix soldé

Une baisse de 35 % correspond au coefficient multiplicateur

$$CM = 1 - 0,35 = 0,65$$

- Prix soldé : $V_2 = 89 \times 0,65 = 57,85 \text{ €}$.
- Réduction : $89 - 57,85 = 31,15 \text{ €}$.

Contrôle. 35 % de 89 € : $0,35 \times 89 = 31,15 \text{ €}$. Le client paie 65 % du prix initial : il est normal que le prix soldé soit un peu moins des deux tiers de 89 €.

Réponse. 57,85 € ; réduction de 31,15 €.

Correction de l'exercice 7 - Retrouver le prix avant une hausse

On note V_1 le prix avant la hausse. Une hausse de 8 % correspond à $CM = 1,08$, donc $V_2 = 1,08 \times V_1$. On divise par le coefficient :

$$V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{54}{1,08} = 50$$

Le prix était de 50 €.

Piège. Retirer 8 % de 54 € donne $54 \times 0,92 = 49,68$ €, ce qui est faux : les 8 % ont été calculés sur l'**ancien** prix, pas sur le nouveau. **Contrôle** : $50 \times 1,08 = 54$.

Réponse. 50 €.

Correction de l'exercice 8 - Retrouver le prix avant une remise

Une remise de 20 % correspond à $CM = 0,8$: le prix remisé vaut 0,8 fois le prix initial. On revient au prix initial en divisant :

$$V_1 = \frac{V_2}{CM} = \frac{68}{0,8} = 85$$

Le prix initial était de 85 €.

Contrôle. $85 \times 0,8 = 68$ €. Ajouter 20 % à 68 € donnerait 81,60 € : faux, car la remise de 20 % portait sur 85 €, pas sur 68 €.

Réponse. 85 €.

Correction de l'exercice 9 - Prix hors taxe

a) Le prix TTC s'obtient en augmentant le prix HT de 20 % : $TTC = 1,2 \times HT$. Donc

$$HT = \frac{TTC}{1,2} = \frac{120}{1,2} = 100 \text{ €}$$

b) TVA : $120 - 100 = 20$ €, qui représente bien 20 % du prix **HT** ($0,2 \times 100 = 20$).

En revanche, 20 % de 120 € vaut 24 € : ce n'est **pas** le montant de la TVA. Rapportée au prix TTC, la TVA ne représente que $\frac{20}{120} \approx 16,7$ %.

Réponse. a) 100 € HT · b) 20 € de TVA, et non 24 €.

Correction de l'exercice 10 - Comparer deux croissances

a) On compare les variations absolues :

- ville A : $13\,200 - 12\,000 = 1\,200$ habitants ;
- ville B : $3\,900 - 3\,000 = 900$ habitants.

La ville A a gagné le plus d'habitants.

b) On compare les taux d'évolution :

$$t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$$

- ville A : $\frac{1\,200}{12\,000} = 0,1$, soit +10 % ;
- ville B : $\frac{900}{3\,000} = 0,3$, soit +30 %.

La ville B a crû trois fois plus vite **en proportion**. Les deux réponses ne se contredisent

pas : la variation absolue dépend de la taille de départ, le taux non.

Réponse. a) La ville A (+1 200) · b) La ville B (+30 % contre +10 %).

Correction de l'exercice 11 - Prix du carburant

On calcule d'abord le coefficient multiplicateur :

$$CM = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1,74}{1,92} = 0,90625$$

puis le taux :

$$t = CM - 1 = -0,09375$$

Le prix a baissé d'environ 9,4 %.

Contrôle par la variation absolue. $1,74 - 1,92 = -0,18$ € et $\frac{-0,18}{1,92} = -0,09375$. Une baisse de 18 centimes sur un prix proche de 2 € représente bien un peu moins de 10 %.

Réponse. $t = -9,375 \% \approx -9,4 \%$.

Correction de l'exercice 12 - Multiplié par ou augmenté de

a) Coefficient multiplicateur :

$$CM = \frac{8\,000}{2\,500} = 3,2$$

Le nombre d'abonnés a été multiplié par 3,2.

b) Taux d'évolution : $t = CM - 1 = 3,2 - 1 = 2,2$, soit une hausse de 220 %.

c) L'article confond « multiplié par 3,2 » et « augmenté de 320 % ». Le nombre final représente 320 % du nombre initial, mais l'**augmentation** n'est que de 220 % : on gagne 5 500 abonnés, et $\frac{5\,500}{2\,500} = 2,2$.

Réponse. a) $\times 3,2$ · b) +220 % · c) « augmenté de 220 % » ou « multiplié par 3,2 ».

Correction de l'exercice 13 - Population mondiale

$V_1 = 2,5$ et $V_2 = 8,1$ (en milliards).

— Variation absolue : $8,1 - 2,5 = 5,6$ milliards d'habitants.

— Coefficient multiplicateur :

$$CM = \frac{8,1}{2,5} = 3,24$$

— Taux : $t = 3,24 - 1 = 2,24$, soit +224 %.

Arrondis. Les données étant arrondies au dixième de milliard, on annonce : la population a été multipliée par environ 3,2 en 74 ans, soit une hausse d'environ 220 %.

Réponse. +5,6 milliards ; $CM \approx 3,24$; $t \approx +224 \%$.

Correction de l'exercice 14 - Proportion ou évolution ?

Un pourcentage exprime :

- une **proportion** quand il compare une partie à un tout **au même moment** : $p = \frac{n_A}{n_E}$;
- une **évolution** quand il compare deux valeurs d'une même grandeur **à deux moments** : $t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$.

Ici :

- a) Proportion : la partie « produits en promotion » dans le tout « produits du magasin ».
- b) Évolution : les prix de cette année comparés à ceux de l'an dernier.
- c) Évolution : $CM = 1,2$, soit une hausse de 20 % des ventes de février à mars.
- d) Proportion : les internes parmi les élèves de seconde.

Réponse. a) proportion · b) évolution · c) évolution (+20 %) · d) proportion.

Correction de l'exercice 15 - Salaire brut et salaire net

- a) Le net s'obtient en retirant 22 % du brut, soit en multipliant par $CM = 0,78$:

$$\text{net} = 0,78 \times 2\,000 = 1\,560 \text{ €}$$

- b) Nouveau brut : $2\,000 \times 1,04 = 2\,080 \text{ €}$. Nouveau net : $0,78 \times 2\,080 = 1\,622,40 \text{ €}$.

Taux d'évolution du net :

$$CM = \frac{1\,622,40}{1\,560} = 1,04$$

Le net augmente aussi de 4 % : multiplier le brut par 1,04 multiplie le net, qui en est une proportion fixe, par 1,04. En revanche, la variation absolue diffère : +80 € de brut, mais +62,40 € de net.

Réponse. a) 1 560 € · b) 1 622,40 €, soit +4 %.