

Plaquette 3 - Évolutions successives

Information chiffrée — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Évolutions successives.

— Chaque évolution de taux t_i correspond au coefficient $CM_i = 1 + t_i$.

— Le coefficient global est le **produit** des coefficients :

$$CM = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$$

— Taux global : $t = CM - 1$.

— n évolutions identiques de taux t : $CM = (1 + t)^n$.

— Une évolution inconnue se retrouve en divisant : $CM_2 = \frac{CM}{CM_1}$.

— L'ordre des évolutions ne change pas le résultat (le produit est commutatif).

— **Piège classique** : +20 % puis -20 % donne $1,2 \times 0,8 = 0,96$, soit -4 %, et non 0 %.

Correction de l'exercice 1 - Deux hausses

On traduit chaque évolution en coefficient multiplicateur : $CM_1 = 1,1$ et $CM_2 = 1,2$. Le coefficient global est leur produit :

$$CM = CM_1 \times CM_2 = 1,1 \times 1,2 = 1,32$$

Taux global : $t = 1,32 - 1 = 0,32$, soit +32 %, et non +30 %.

Explication sur 100 €. Après la première hausse : 110 €. La seconde hausse porte sur 110 € : 20 % de 110 font 22 €, d'où 132 €. Les 2 € « en plus » viennent de ce que la seconde hausse s'applique aussi à la première.

Réponse. +32 %.

Correction de l'exercice 2 - Une hausse puis une baisse de même taux

Coefficients : $CM_1 = 1,2$ (hausse de 20 %) et $CM_2 = 0,8$ (baisse de 20 %).

$$CM = 1,2 \times 0,8 = 0,96$$

Taux global : $0,96 - 1 = -0,04$. L'article ne revient pas à son prix : il a **baissé de 4 %**.

Explication sur 50 €. $50 \times 1,2 = 60$ €, puis $60 \times 0,8 = 48$ €. La baisse de 20 % porte sur 60 € (elle retire 12 €), alors que la hausse portait sur 50 € (elle ajoutait 10 €).

Réponse. Non : -4 %.

Correction de l'exercice 3 - L'ordre compte-t-il ?

Coefficients dans cet ordre : 0,8 puis 1,2.

$$CM = 0,8 \times 1,2 = 0,96$$

On obtient encore une baisse de 4 %, comme pour « hausse puis baisse ».

Conclusion. Le coefficient global est un **produit**, et un produit ne dépend pas de l'ordre des facteurs : l'ordre des évolutions ne change pas le résultat final. Il change en revanche les valeurs intermédiaires : avec 100 €, on passe par 80 € dans un cas et par 120 € dans l'autre.

Réponse. Même résultat, -4% : l'ordre n'a pas d'importance sur le résultat final.

Correction de l'exercice 4 - Trois hausses identiques

Chaque année, le prix est multiplié par 1,05. Pour trois évolutions identiques, le coefficient global est une puissance :

$$CM = 1,05^3$$

$$- 1,05^2 = 1,1025 ;$$

$$- 1,05^3 = 1,1025 \times 1,05 = 1,157625.$$

Taux global : $1,157625 - 1 = 0,157625$, soit environ $+15,8\%$.

Piège. Trois hausses de 5% ne font pas $+15\%$: chaque hausse porte sur un prix déjà augmenté, d'où un peu plus de 15% .

Réponse. $CM = 1,157625$, soit environ $+15,8\%$.

Correction de l'exercice 5 - Démarque supplémentaire

Deux baisses successives : $CM_1 = 0,7$ et $CM_2 = 0,8$.

$$CM = 0,7 \times 0,8 = 0,56$$

Le client paie 56% du prix initial : la remise globale est de 44% , pas de 50% .

L'offre concurrente correspond à $CM = 0,55$ (on paie 55% du prix) : elle est **meilleure d'un point**.

Contrôle sur 200 €. $200 \times 0,7 = 140$ €, puis $140 \times 0,8 = 112$ € ; chez le concurrent, $200 \times 0,55 = 110$ €.

Réponse. La remise directe de 45% (l'autre ne fait que 44%).

Correction de l'exercice 6 - Inflation sur quatre ans

On multiplie les quatre coefficients multiplicateurs :

$$CM = 1,02 \times 1,052 \times 1,049 \times 1,02$$

$$- 1,02 \times 1,052 = 1,07304 ;$$

$$- 1,07304 \times 1,049 \approx 1,12562 ;$$

$$- 1,12562 \times 1,02 \approx 1,14813.$$

Taux global : environ $+14,8\%$. Un panier qui coûtait 100 € début 2021 coûte environ 114,80 € fin 2024.

Remarque. La somme des taux, $2 + 5,2 + 4,9 + 2 = 14,1$, sous-estime l'augmentation réelle.

Réponse. Environ $+14,8\%$.

Correction de l'exercice 7 - Retrouver la seconde évolution

On note CM_2 le coefficient de la seconde année. Le coefficient global est le produit :

$$CM_1 \times CM_2 = CM$$

donc

$$CM_2 = \frac{CM}{CM_1} = \frac{1,26}{1,05} = 1,2$$

La seconde année, le chiffre d'affaires a augmenté de 20% .

Piège. Soustraire les taux ($26 - 5 = 21\%$) est faux. **Contrôle** : $1,05 \times 1,2 = 1,26$.

Réponse. $+20\%$ la seconde année.

Correction de l'exercice 8 - Dix ans de hausses

Dix évolutions identiques de coefficient 1,03 :

$$CM = 1,03^{10}$$

À la calculatrice : $1,03^{10} \approx 1,3439$.

Taux global : $1,3439 - 1 \approx 0,344$, soit environ $+34\%$.

Comparaison. Dix fois 3% ferait 30% : l'écart de 4 points vient de ce que chaque hausse s'applique à un loyer déjà augmenté. Plus la durée est longue, plus cet écart grandit.

Réponse. Environ $+34\%$.

Correction de l'exercice 9 - Placement à intérêts composés

Chaque année, le capital est multiplié par 1,025. Au bout de 6 ans :

$$C_6 = 5\,000 \times 1,025^6$$

À la calculatrice : $1,025^6 \approx 1,159693$, d'où

$$C_6 \approx 5\,000 \times 1,159693 \approx 5\,798,47 \text{ €}$$

Les intérêts totaux s'élèvent à environ 798,47 €, soit environ 16% du capital, un peu plus que $6 \times 2,5 = 15\%$.

Réponse. Environ 5 798,47 €.

Correction de l'exercice 10 - Décote d'une voiture

Une baisse de 15% correspond à $CM = 0,85$.

a) Valeurs successives :

- $25\,000 \times 0,85 = 21\,250 \text{ €}$ au bout d'un an ;
- $21\,250 \times 0,85 = 18\,062,50 \text{ €}$ au bout de deux ans ;
- $18\,062,50 \times 0,85 \approx 15\,353,13 \text{ €}$ au bout de trois ans.

b) Coefficient global :

$$CM = 0,85^3 = 0,614125$$

Taux : $0,614125 - 1 = -0,385875$: la voiture a perdu environ $38,6\%$ de sa valeur, moins que $3 \times 15 = 45\%$.

Réponse. a) 21 250 € ; 18 062,50 € ; $\approx 15\,353,13 \text{ €}$ · b) environ $-38,6\%$.

Correction de l'exercice 11 - Algorithme de doublement

a) cm est le coefficient multiplicateur annuel $1 + \frac{t}{100}$. La variable p contient le coefficient global depuis le départ, cm^n ; n compte les années. La boucle s'arrête dès que $p \geq 2$, c'est-à-dire dès que la population a doublé.

b) Avec $t = 3$, on cherche le plus petit entier n tel que

$$1,03^n \geq 2$$

À la calculatrice : $1,03^{23} \approx 1,974 < 2$ et $1,03^{24} \approx 2,033 \geq 2$. La fonction renvoie 24 : la population double en 24 ans.

Remarque. Avec $t = 7$, elle renvoie 11 ($1,07^{10} \approx 1,967$ et $1,07^{11} \approx 2,105$).

Réponse. b) 24.

Correction de l'exercice 12 - Hausse et baisse qui se compensent

Coefficients : 1,25 puis 0,8.

$$CM = 1,25 \times 0,8 = 1$$

Le coefficient global vaut 1 : le prix revient **exactement** à sa valeur de départ.

Explication. $0,8 = \frac{1}{1,25}$: la baisse de 20 % est l'**évolution réciproque** de la hausse de 25 %. Sur 80 € : $80 \times 1,25 = 100$ €, puis $100 \times 0,8 = 80$ €. Une hausse de t % est compensée par une baisse d'un pourcentage plus petit que t .

Réponse. $CM = 1$: aucune évolution globale.

Correction de l'exercice 13 - Deux placements

On compare les coefficients globaux.

Placement A, deux hausses de 4 % :

$$CM_A = 1,04^2 = 1,0816$$

soit +8,16 %.

Placement B : $CM_B = 1,08 \times 1 = 1,08$, soit +8 %.

Le placement A rapporte un peu plus : +8,16 % contre +8 %. Sur 10 000 €, la différence est de 16 € : les intérêts de la première année du placement A rapportent à leur tour des intérêts la seconde année.

Réponse. Le placement A (+8,16 % contre +8 %).

Correction de l'exercice 14 - Du mensuel à l'annuel

Douze hausses mensuelles de 1 % :

$$CM = 1,01^{12}$$

À la calculatrice : $1,01^{12} \approx 1,1268$.

Taux annuel : environ +12,7 %, et non 12 %.

L'écart est faible ici parce que le taux mensuel est petit, mais il existe : le journaliste a additionné des taux successifs, alors qu'il faut multiplier les coefficients.

Réponse. Environ +12,7 % sur l'année.

Correction de l'exercice 15 - Trois séances de Bourse

a) Coefficient global :

$$CM = 1,12 \times 0,92 \times 1,05$$

— $1,12 \times 0,92 = 1,0304$;

— $1,0304 \times 1,05 = 1,08192$.

Évolution globale : environ +8,2 %.

b) On cherche CM_4 tel que $1,08192 \times CM_4 = 1$:

$$CM_4 = \frac{1}{1,08192} \approx 0,9243$$

Il faudrait une baisse d'environ 7,6 % lors de la quatrième séance.

Réponse. a) environ +8,2 % · b) une baisse d'environ 7,6 %.