

MATHÉMATIQUES

Information chiffrée

Seconde

Proportion • Pourcentage de pourcentage • Variation
absolue • Coefficient multiplicateur
Taux d'évolution • Évolutions successives • Évolution
réciproque • Points de pourcentage

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques de seconde générale et technologique** (arrêté du 26 février 2026, BO n°14 du 2 avril 2026, rentrée 2026), partie « Statistiques et probabilités », section « Information chiffrée et statistique descriptive ». Il couvre :

- proportions : relation entre effectifs, proportions et pourcentages ; ensembles de référence inclus les uns dans les autres, **pourcentage de pourcentage** ;
- évolution : variation absolue (additive) $V_2 - V_1$, coefficient multiplicateur (multiplicatif) $\frac{V_2}{V_1}$, variation relative ou taux d'évolution $\frac{V_2 - V_1}{V_1}$;
- évolutions successives et évolution réciproque : produit et inverse des coefficients multiplicateurs ;
- distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution.

Ces notions prolongent le travail du cycle 4 (pourcentages, coefficient de proportionnalité, taux d'évolution).

Objectif : distinguer une proportion d'une évolution, calculer des pourcentages de pourcentages, des évolutions successives et une évolution réciproque.

Table des matières

1	Proportions	3
2	Pourcentage de pourcentage	3
3	Évolution d'une grandeur	4
4	Évolutions successives	5
5	Évolution réciproque	6
6	Proportion ou évolution ? Pourcentages et points	6
7	Erreurs classiques	7
8	Fiche de synthèse	7
9	Exercices d'application	7
10	Corrigés des exercices	8

1. Proportions

Proportion

Soit E un ensemble de référence d'effectif n_E et A une partie de E d'effectif n_A . La **proportion** (ou fréquence) de A dans E est

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad \text{avec } 0 \leq p \leq 1.$$

On l'écrit sous forme décimale, fractionnaire ou en pourcentage : $p = 0,35 = \frac{35}{100} = 35 \%$.

Trois écritures d'une même relation

$$p = \frac{n_A}{n_E} \iff n_A = p \times n_E \iff n_E = \frac{n_A}{p} \quad (p \neq 0).$$

Utiliser la relation dans les trois sens

- 378 élèves sur 900 sont demi-pensionnaires : $p = \frac{378}{900} = 0,42 = 42 \%$.
- 15 % des 1 240 salariés d'une entreprise travaillent de nuit : $0,15 \times 1\,240 = 186$ salariés.
- 63 adhérents représentent 35 % d'un club : le club compte $\frac{63}{0,35} = 180$ adhérents.

2. Pourcentage de pourcentage

Ensembles emboîtés

Si $A \subset B \subset E$, que A représente une proportion p_1 de B et que B représente une proportion p_2 de E , alors A représente une proportion

$$p = p_1 \times p_2$$

de E .

Démonstration. $n_A = p_1 \times n_B$ et $n_B = p_2 \times n_E$, donc $n_A = p_1 \times p_2 \times n_E$, et $\frac{n_A}{n_E} = p_1 \times p_2$.

E : tous les élèves du lycée

B : élèves de seconde (40 % de E)

A : internes
(15 % de B)

Les internes de seconde représentent $0,15 \times 0,40 = 0,06$, soit 6 % des élèves du lycée.

Internes de seconde

Dans un lycée de 1 250 élèves, 40 % sont en seconde et 15 % des élèves de seconde sont internes. Les internes de seconde représentent $0,15 \times 0,40 = 0,06 = 6\%$ des élèves du lycée, soit $0,06 \times 1\,250 = 75$ élèves. Contrôle par les effectifs : $0,40 \times 1\,250 = 500$ élèves de seconde, dont $0,15 \times 500 = 75$ internes.

Le bon ensemble de référence

« 15 % des élèves de seconde sont internes » et « 15 % des internes sont en seconde » sont deux phrases différentes : l'ensemble de référence est celui qui suit « des ». On ne peut pas non plus **additionner** des pourcentages qui n'ont pas le même ensemble de référence.

Remonter à une proportion intermédiaire

Si 6 % des élèves sont des internes de seconde et que 40 % des élèves sont en seconde, la proportion d'internes parmi les élèves de seconde est $\frac{0,06}{0,40} = 0,15 = 15\%$.

3. Évolution d'une grandeur

Trois façons de mesurer une évolution

Une grandeur passe d'une valeur initiale $V_1 > 0$ à une valeur finale V_2 .

- La **variation absolue** (additive) est $V_2 - V_1$, exprimée dans l'unité de la grandeur.
- Le **coefficient multiplicateur** (variation multiplicative) est $CM = \frac{V_2}{V_1}$: on a $V_2 = CM \times V_1$.
- Le **taux d'évolution** (variation relative) est $t = \frac{V_2 - V_1}{V_1}$, souvent exprimé en pourcentage.

Lien entre taux et coefficient multiplicateur

$$CM = 1 + t$$

Augmenter une grandeur de $t\%$ revient à la multiplier par $1 + \frac{t}{100}$; la diminuer de $t\%$, à la multiplier par $1 - \frac{t}{100}$. Il y a hausse si $CM > 1$ ($t > 0$), baisse si $0 < CM < 1$ ($t < 0$).

Démonstration. $t = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = \frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_1} = CM - 1.$

Calculer une évolution

Un article passe de 80 € à 92 € : variation absolue +12 €, coefficient multiplicateur $\frac{92}{80} = 1,15$, taux d'évolution +15 %.

Appliquer un taux

- Une baisse de 30 % correspond à $CM = 0,7$: 250 € deviennent $0,7 \times 250 = 175$ €.
- Une hausse de 4,5 % correspond à $CM = 1,045$.

Retrouver la valeur initiale

Comme $V_2 = CM \times V_1$, on a $V_1 = \frac{V_2}{CM}$: on **divise** par le coefficient multiplicateur, on ne retire pas le pourcentage à la valeur finale.

Prix hors taxe

Un prix TTC de 120 € comprend une TVA de 20 % calculée sur le prix hors taxe : $HT = \frac{120}{1,2} = 100$ €. Le montant de la TVA est 20 €, et non 20 % de 120 € = 24 €.

4. Évolutions successives

Coefficient global

Si une grandeur subit des évolutions successives de coefficients multiplicateurs $CM_1, CM_2, \dots, CM_n$, le coefficient multiplicateur global est le **produit**

$$CM = CM_1 \times CM_2 \times \dots \times CM_n$$

et le taux global est $t = CM - 1$.

Démonstration. Pour deux évolutions : $V_2 = CM_1 \times V_1$ puis $V_3 = CM_2 \times V_2 = CM_2 \times CM_1 \times V_1$. On recommence pour chaque évolution supplémentaire.

Les taux ne s'additionnent pas

- Une hausse de 10 % puis une hausse de 20 % : $1,1 \times 1,2 = 1,32$, soit +32 %, et non +30 %.
- Une hausse de 20 % puis une baisse de 20 % : $1,2 \times 0,8 = 0,96$, soit une **baisse** de 4 %.
- Trois hausses annuelles de 5 % : $1,05^3 = 1,157625$, soit environ +15,8 % en trois ans.

Pourquoi le produit ?

La seconde évolution s'applique à une valeur **déjà modifiée** : 20 % de baisse sur un prix qui a augmenté de 20 % portent sur une somme plus grande que la hausse ne l'a fait.

5. Évolution réciproque

Revenir à la valeur initiale

L'évolution qui ramène V_2 à V_1 est l'**évolution réciproque**. Son coefficient multiplicateur est l'**inverse** de celui de l'évolution :

$$CM' = \frac{1}{CM} \quad \text{et le taux réciproque est } t' = \frac{1}{1+t} - 1.$$

Réciproques classiques

- Après une hausse de 25 % ($CM = 1,25$), il faut $CM' = \frac{1}{1,25} = 0,8$: une baisse de 20 %.
- Après une baisse de 20 %, il faut une hausse de 25 % ; après une baisse de 50 %, une hausse de 100 %.
- Après une hausse de 10 % : $\frac{1}{1,1} \approx 0,909$, soit une baisse d'environ 9,1 %.

Le taux réciproque n'est pas l'opposé

Une hausse de t % n'est pas compensée par une baisse de t % : $1,25 \times 0,75 = 0,9375 \neq 1$.

Algorithme : doubler une population

Une population augmente de 3 % par an. La fonction suivante compte les années nécessaires pour qu'elle double :

```
def annees_doublement(t):
    cm = 1 + t / 100
    n = 0
    p = 1
    while p < 2:
        p = p * cm
        n = n + 1
    return n
```

`annees_doublement(3)` renvoie 24 : $1,03^{23} \approx 1,974$ et $1,03^{24} \approx 2,033$.

6. Proportion ou évolution ? Pourcentages et points

Lire un pourcentage

- Un pourcentage exprime une **proportion** quand il compare une partie à un tout, au même moment : « 3 % des produits sont en promotion ».
- Il exprime une **évolution** quand il compare deux valeurs d'une même grandeur à deux moments : « les prix ont augmenté de 3 % ».

Point de pourcentage

Quand une **proportion** évolue, sa variation absolue s'exprime en **points de pourcentage** ; sa variation relative, en pourcentage.

Taux de chômage

Le taux de chômage passe de 8 % à 10 % : il augmente de **2 points**, ce qui représente une hausse de $\frac{10-8}{8} = 25\%$ du taux. Les deux affirmations sont vraies, mais ne disent pas la même chose.

7. Erreurs classiques**À éviter**

- Additionner des taux d'évolution successifs au lieu de multiplier les coefficients.
- Compenser une hausse de $t\%$ par une baisse de $t\%$.
- Retrouver une valeur initiale en retirant le pourcentage à la valeur finale (au lieu de diviser par CM).
- Additionner des pourcentages calculés sur des ensembles de référence différents.
- Confondre points de pourcentage et pourcentage.

8. Fiche de synthèse

Proportion	$p = \frac{n_A}{n_E} ; n_A = p \times n_E$
Pourcentage de pourcentage	$A \subset B \subset E : p = p_1 \times p_2$
Variation absolue	$V_2 - V_1$ (unité de la grandeur ; en points pour une proportion)
Coefficient multiplicateur	$CM = \frac{V_2}{V_1} = 1 + t$
Taux d'évolution	$t = \frac{V_2 - V_1}{V_1} = CM - 1$
Valeur initiale	$V_1 = \frac{V_2}{CM}$
Évolutions successives	$CM = CM_1 \times CM_2 \times \dots$
Évolution réciproque	$CM' = \frac{1}{CM}$

9. Exercices d'application**Exercice 1 – Proportion de proportion**

Un club compte 240 adhérents, dont 25 % de mineurs. Parmi les mineurs, 60 % sont des filles. Quelle proportion des adhérents les filles mineures représentent-elles ? Combien sont-elles ?

Exercice 2 – Évolution

La population d'une commune passe de 12 000 à 13 800 habitants.

1. Calculer la variation absolue, le coefficient multiplicateur et le taux d'évolution.
2. La population baisse ensuite de 15 %. Retrouve-t-on 12 000 habitants ?

Exercice 3 – Évolutions successives

Une action gagne 40 % une année, puis perd 30 % l'année suivante. Quelle est l'évolution globale ?

Exercice 4 – Évolution réciproque

Une action a perdu 60 % de sa valeur. De quel pourcentage doit-elle augmenter pour retrouver sa valeur initiale ?

Exercice 5 – Points ou pourcentage

Le taux de réussite à un examen passe de 80 % à 88 %. Exprimer cette évolution en points, puis en pourcentage.

10. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. $0,60 \times 0,25 = 0,15$: les filles mineures représentent 15 % des adhérents, soit $0,15 \times 240 = 36$ personnes. Contrôle : 60 mineurs, dont $0,6 \times 60 = 36$ filles.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé.

1. Variation absolue : +1 800 habitants. $CM = \frac{13\,800}{12\,000} = 1,15$, soit $t = +15\%$.
2. $13\,800 \times 0,85 = 11\,730$ habitants : on ne retrouve pas 12 000, car $1,15 \times 0,85 = 0,9775$ (baisse globale de 2,25 %). Il aurait fallu une baisse d'environ 13 % ($\frac{1}{1,15} \approx 0,87$).

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. $1,4 \times 0,7 = 0,98$: l'action a perdu 2 % sur les deux ans, alors que +40 et -30 « feraient » +10.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé. $CM = 0,4$, donc $CM' = \frac{1}{0,4} = 2,5$: il faut une hausse de 150 %.

Corrigé de l'exercice 5

Corrigé. Hausse de $88 - 80 = 8$ points. En pourcentage : $\frac{88 - 80}{80} = 0,1$, soit une hausse de 10 % du taux de réussite.