

Plaquette 3 – Intervalles, inéquations et valeur absolue

Nombres et calculs — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Intervalles.

Notation	Condition	Bornes
$[a; b]$	$a \leq x \leq b$	incluses
$]a; b[$	$a < x < b$	exclues
$[a; b[$	$a \leq x < b$	mixte
$[a; +\infty[$	$x \geq a$	a incluse
$] - \infty; b]$	$x \leq b$	b incluse

L'infini est **toujours** du côté ouvert.

Opérations.

- **Intersection** $\cap$: les éléments communs — « **et** ».
- **Réunion** $\cup$: les éléments de l'un **ou** de l'autre.

Inéquations du premier degré. On isole x en appliquant les mêmes opérations aux deux membres. **Attention** : multiplier ou diviser par un nombre **négatif** inverse le sens de l'inégalité.

$$-3x > 6 \iff x < -2$$

Valeur absolue.

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

$|x - a|$ est la **distance** entre x et a .

Écriture	Traduction	Solution
$ x - a = r$	distance r de a	$x = a - r$ ou $x = a + r$
$ x - a \leq r$	à moins de r de a	$[a - r; a + r]$
$ x - a \geq r$	à au moins r de a	$] - \infty; a - r] \cup [a + r; +\infty[$

Encadrement d'une expression. Si $a \leq x \leq b$, alors $ka \leq kx \leq kb$ pour $k > 0$, mais l'ordre **s'inverse** pour $k < 0$.

Correction de l'exercice 1 – Traduire en intervalle

- **a)** $x > 3$ donne $x \in]3; +\infty[$ — borne **exclue** ✓
- **b)** $-1 \leq x < 4$ donne $x \in [-1; 4[$ ✓
- **c)** $x \leq 0$ donne $x \in] - \infty; 0]$ ✓
- **d)** $x \neq 2$ s'écrit comme une **réunion** :

$$x \in] - \infty; 2[\cup]2; +\infty[$$

- **Contrôles** : 3 n'est pas dans $]3; +\infty[$ ✓ ; -1 est dans $[-1; 4[$ ✓ ; 4 n'y est pas ✓

- **Règle du crochet** : tourné vers le nombre si la borne est **incluse** ✓
- **Piège du d)** : on ne peut pas écrire un seul intervalle — il faut **retirer un point**, d'où la réunion ✓
- **Notation alternative** : $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, qui se lit « $\mathbb{R}$ privé de 2 » ✓
- **Cas de $x \neq 2$ et $x \neq 5$** : trois intervalles, $] - \infty ; 2[\cup] 2 ; 5[\cup] 5 ; +\infty[$ ✓

Réponse. a) $] 3 ; +\infty[$ · b) $[-1 ; 4[$ · c) $] - \infty ; 0]$ · d) $] - \infty ; 2[\cup] 2 ; +\infty[$.

Correction de l'exercice 2 - Intersection et réunion

- **Intersection** : les x dans **les deux**, soit $0 < x \leq 2$.
$$A \cap B =] 0 ; 2]$$
- **Borne 0** : exclue, car elle l'est dans B ✓
- **Borne 2** : incluse, car elle l'est dans les deux ✓
- **Réunion** : les x dans **l'un ou l'autre**. Les intervalles se **chevauchent** (sur $] 0 ; 2]$), donc la réunion est un seul intervalle.
$$A \cup B = [-3 ; 5]$$
- **Contrôles** : 1 est dans les deux ✓ ; 0 est dans A seulement ✓ ; 3 est dans B seulement ✓ ; -4 n'est dans aucun ✓
- **Vérification de la réunion** : $-3 \in A$ ✓ et $5 \in B$ ✓, donc les deux extrémités sont bien incluses ✓
- **Cas où la réunion n'est pas un intervalle** : avec $A = [0 ; 1]$ et $B = [3 ; 4]$, la réunion reste en **deux morceaux** ✓
- **Condition de fusion** : les intervalles doivent se chevaucher ou se toucher ✓
- **Contrôle de cohérence** : on a toujours $A \cap B \subset A \subset A \cup B$ ✓

Réponse. $A \cap B =] 0 ; 2]$ et $A \cup B = [-3 ; 5]$.

Correction de l'exercice 3 - Inéquation simple

- **On regroupe les x à gauche** : $5x - 2x \leq 9 + 3$, soit $3x \leq 12$.
- **Division par $3 > 0$** : le sens est **conservé**.
$$x \leq 4$$
- **Solution** : $S =] - \infty ; 4]$ ✓
- **Contrôles** : $x = 0$ donne $-3 \leq 9$ ✓ ; $x = 4$ donne $17 \leq 17$ ✓ (égalité) ; $x = 5$ donne $22 \leq 19$, **faux** ✓
- **Point critique** : $x = 4$ est la **borne**, et l'inégalité large l'inclut ✓
- **Vérification graphique** : les droites $y = 5x - 3$ et $y = 2x + 9$ se coupent en $x = 4$, et la première est en dessous avant ✓
- **Ordonnée du point de croisement** : 17 ✓
- **Avec une inégalité stricte** : $5x - 3 < 2x + 9$ donnerait $] - \infty ; 4[$, sans le 4 ✓
- **Méthode alternative** : étudier le signe de $(5x - 3) - (2x + 9) = 3x - 12$, négatif pour $x < 4$ ✓

Réponse. $S =] - \infty ; 4]$.

Correction de l'exercice 4 - Inéquation avec coefficient négatif

- **Regroupement** : $-2x - 3x > -8 - 7$, soit $-5x > -15$.
- **Division par $-5 < 0$** : le sens **s'inverse** !

$$x < 3$$

- **Solution** : $S =] - \infty ; 3[$ ✓
 - **Contrôles** : $x = 0$ donne $7 > -8$ ✓ ; $x = 3$ donne $1 > 1$, **faux** (égalité, donc exclu) ✓ ; $x = 4$ donne $-1 > 4$, **faux** ✓
 - **Erreur classique** : oublier d'inverser et écrire $x > 3$ — le test avec $x = 0$ la détecte immédiatement ✓
 - **Méthode sans risque** : passer tous les x du côté où le coefficient devient **positif**.
 - $-2x + 7 > 3x - 8$ donne $7 + 8 > 3x + 2x$, soit $15 > 5x$ et $3 > x$ ✓ — même résultat, **sans** division par un négatif ✓
 - **Conseil** : cette seconde méthode évite l'erreur la plus fréquente du chapitre ✓
 - **Contrôle graphique** : les droites se coupent en $(3 ; 1)$, et la première est au-dessus avant ✓
 - **Vérification de l'intersection** : $-2 \times 3 + 7 = 1$ et $3 \times 3 - 8 = 1$ ✓
- Réponse.** $S =] - \infty ; 3[$ (le sens s'inverse à la division par -5).

Correction de l'exercice 5 - Système d'inéquations

- **Première inéquation** : $2x \geq 4$, donc $x \geq 2$, soit $x \in [2 ; +\infty[$ ✓
 - **Seconde inéquation** : $-x > -4$, donc $x < 4$ (sens inversé), soit $x \in] - \infty ; 4[$ ✓
 - **Solution du système** : l'**intersection** des deux.

$$S = [2 ; 4[$$
 - **Contrôles** : $x = 3$ donne $5 \geq 3$ ✓ et $2 > 1$ ✓
 - $x = 2$ donne $3 \geq 3$ ✓ et $3 > 1$ ✓ — la borne 2 est bien **incluse**
 - $x = 4$ donne $7 \geq 3$ ✓ mais $1 > 1$ **faux** — la borne 4 est bien **exclue** ✓
 - $x = 1$ donne $1 \geq 3$, **faux** ✓
 - **Méthode sûre pour la seconde** : $5 - x > 1$ donne $5 - 1 > x$, soit $4 > x$ — sans division négative ✓
 - **Cas d'un système impossible** : $\begin{cases} x \geq 5 \\ x < 3 \end{cases}$ donnerait $S = \emptyset$ ✓
 - **Lecture** : un système d'inéquations correspond toujours à une **intersection** ✓
- Réponse.** $S = [2 ; 4[$.

Correction de l'exercice 6 - Valeur absolue et distance

- **a)** « à moins de 3 de 7 » s'écrit $|x - 7| \leq 3$.
 - **Résolution** : $-3 \leq x - 7 \leq 3$, donc

$$4 \leq x \leq 10 \quad \text{soit} \quad S = [4 ; 10]$$
 - **Contrôles** : $|7 - 7| = 0 \leq 3$ ✓ ; $|4 - 7| = 3$ ✓ ; $|11 - 7| = 4 > 3$ ✓
 - **b)** « à plus de 2 de -1 » s'écrit $|x + 1| \geq 2$.
 - **Résolution** : $x + 1 \geq 2$ ou $x + 1 \leq -2$, donc $x \geq 1$ ou $x \leq -3$.

$$S =] - \infty ; -3] \cup [1 ; +\infty[$$
 - **Contrôles** : $|1 + 1| = 2$ ✓ ; $|-3 + 1| = 2$ ✓ ; $|0 + 1| = 1 < 2$ ✓ (exclu)
 - **Attention à l'écriture** : la distance à -1 s'écrit $|x - (-1)| = |x + 1|$ ✓
 - **Règle mnémonique** : un intervalle **centré** pour $\leq$, deux demi-droites pour $\geq$ ✓
 - **Centre et rayon** : pour $|x - a| \leq r$, l'intervalle est $[a - r ; a + r]$, de **centre** a et de **rayon** r ✓
 - **Contrôle du a)** : le centre est $\frac{4 + 10}{2} = 7$ ✓ et le rayon $\frac{10 - 4}{2} = 3$ ✓
- Réponse.** a) $|x - 7| \leq 3$, soit $[4 ; 10]$ · b) $|x + 1| \geq 2$, soit $] - \infty ; -3] \cup [1 ; +\infty[$.

Correction de l'exercice 7 - Encadrement

- **Pour** $3x + 1$: on multiplie par $3 > 0$ (sens conservé), puis on ajoute 1.
- $6 \leq 3x \leq 15$, donc

$$7 \leq 3x + 1 \leq 16$$

- **Pour** $-2x$: on multiplie par $-2 < 0$, donc le sens **s'inverse**.
- $-10 \leq -2x \leq -4$

- **Contrôle** : $x = 2$ donne -4 et $x = 5$ donne -10 — les bornes sont bien **échangées** ✓
- **Pour** $\frac{1}{x}$: la fonction inverse est **décroissante** sur $]0; +\infty[$, donc le sens s'inverse.

$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$$

- **Contrôle** : $\frac{1}{2} = 0,5$ pour $x = 2$ et $\frac{1}{5} = 0,2$ pour $x = 5$ ✓
- **Vérification intermédiaire** : $x = 3$ donne $3x + 1 = 10 \in [7; 16]$ ✓,
 $-2x = -6 \in [-10; -4]$ ✓, $\frac{1}{3} \approx 0,333 \in [0,2; 0,5]$ ✓
- **Attention** : l'encadrement de $\frac{1}{x}$ n'est valable que si x garde un **signe constant** ✓
- **Contre-exemple** : pour $-1 \leq x \leq 1$, l'expression $\frac{1}{x}$ n'est même pas définie partout, et son encadrement est **impossible** ✓
- **Somme d'encadrements** : si $2 \leq x \leq 5$ et $1 \leq y \leq 3$, alors $3 \leq x + y \leq 8$ ✓

Réponse. $7 \leq 3x + 1 \leq 16 \cdot -10 \leq -2x \leq -4 \cdot \frac{1}{5} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{2}$.

Correction de l'exercice 8 - Inéquation avec fractions

- **Dénominateur commun** : 6. On multiplie tout par $6 > 0$ (sens conservé).
- $2x - 3(x - 1) \leq 6$

- **Développement** : $2x - 3x + 3 \leq 6$, soit $-x \leq 3$.
- **Multiplication par -1** : le sens **s'inverse**.

$$x \geq -3$$

- **Solution** : $S = [-3; +\infty[$ ✓
- **Contrôles** : $x = 0$ donne $0 - \left(-\frac{1}{2}\right) = 0,5 \leq 1$ ✓
- $x = -3$ donne $-1 - \frac{-4}{2} = -1 + 2 = 1 \leq 1$ ✓ (égalité, borne incluse)
- $x = -6$ donne $-2 - \frac{-7}{2} = -2 + 3,5 = 1,5 \leq 1$, **faux** ✓
- **Piège du signe** : $-3(x - 1) = -3x + 3$, et **non** $-3x - 3$ ✓
- **Méthode sans division négative** : de $-x \leq 3$, on passe à $0 \leq 3 + x$, soit $x \geq -3$ ✓
- **Contrôle du coefficient** : l'expression $\frac{x}{3} - \frac{x-1}{2} = \frac{2x-3x+3}{6} = \frac{3-x}{6}$ est **décroissante**, d'où une solution en demi-droite **droite** ✓
- **Vérification** : $\frac{3-x}{6} \leq 1$ donne $3 - x \leq 6$, soit $x \geq -3$ ✓

Réponse. $S = [-3; +\infty[$.

Correction de l'exercice 9 - Appartenance à un intervalle

- $\sqrt{2} \approx 1,41421$: compris entre $-1,5$ et $3,14$, donc **oui** ✓

- $\frac{22}{7} \approx 3,142857$: c'est **supérieur** à 3,14, donc **non** ✓
- **Écart** : $3,142857 - 3,14 = 0,002857$ — la différence est faible mais réelle ✓
- $-\frac{3}{2} = -1,5$: c'est exactement la **borne**, qui est **incluse** (crochet fermé), donc **oui** ✓
- **Vigilance sur les bornes** : avec $] - 1,5 ; 3,14]$, le nombre $-1,5$ serait **exclu** ✓
- **Piège du $\frac{22}{7}$** : c'est une approximation classique de $\pi \approx 3,14159$, mais **par excès** ✓
- **Comparaison** : $\frac{22}{7} \approx 3,142857 > \pi > 3,14$ ✓
- **Meilleure approximation** : $\frac{355}{113} \approx 3,1415929$, exacte à $2,7 \times 10^{-7}$ près ✓
- **Leçon** : pour décider d'une appartenance, il faut **assez de décimales** — deux ne suffisent pas ici ✓
- **Contrôle** : $22 = 7 \times 3,14 + 0,02$, donc $\frac{22}{7} > 3,14$ ✓

Réponse. $\sqrt{2}$ oui · $\frac{22}{7} \approx 3,1429$ non · $-\frac{3}{2}$ oui (borne incluse).

Correction de l'exercice 10 - Inéquation produit simple

- **Racines** : $x = 2$ et $x = -3$.
- **Tableau de signes** :

x	-3	2
$x - 2$	$-$	0
$x + 3$	0	$+$
produit	0	0

- **Analyse intervalle par intervalle** :
 - sur $] - \infty ; -3[$: $(-) \times (-) = +$;
 - sur $] - 3 ; 2[$: $(-) \times (+) = -$;
 - sur $] 2 ; +\infty[$: $(+) \times (+) = +$.
 - **Solution** :
- $$S =] - \infty ; -3] \cup [2 ; +\infty[$$
- **Contrôles** : $x = -4$ donne $(-6)(-1) = 6 \geq 0$ ✓ ; $x = 0$ donne $(-2)(3) = -6 < 0$ ✓ ; $x = 3$ donne $(1)(6) = 6 \geq 0$ ✓
 - **Bornes incluses** : les racines annulent le produit, donc vérifient l'inégalité **large** ✓
 - **Règle du produit** : un produit de deux facteurs est **positif** quand les facteurs ont le **même signe** ✓
 - **Forme développée** : $x^2 + x - 6 \geq 0$ — la forme **factorisée** est bien plus commode ✓
 - **Lecture graphique** : la parabole $y = x^2 + x - 6$ est au-dessus de l'axe **à l'extérieur** de ses racines ✓

Réponse. $S =] - \infty ; -3] \cup [2 ; +\infty[$.

Correction de l'exercice 11 - Problème d'encadrement

- **Périmètre** : $P = 2(L + \ell)$.
- **Encadrement de la somme** : $8 + 3 \leq L + \ell \leq 12 + 5$, soit $11 \leq L + \ell \leq 17$.
- **Périmètre** :

$$22 \leq P \leq 34 \text{ cm}$$

- **Aire** : $A = L\ell$, avec tous les facteurs **positifs**.

$$8 \times 3 \leq L\ell \leq 12 \times 5 \quad \text{soit} \quad 24 \leq A \leq 60 \text{ cm}^2$$

- **Contrôles** : $L = 10$ et $\ell = 4$ donnent $P = 28 \text{ cm}$ ✓ et $A = 40 \text{ cm}^2$ ✓ — bien dans les deux encadrements
- **Bornes atteignables** : $P = 22$ pour $(8; 3)$ ✓ et $A = 60$ pour $(12; 5)$ ✓
- **Condition de validité du produit** : les encadrements se multiplient **seulement** si les bornes sont positives ✓
- **Contre-exemple** : pour $-2 \leq x \leq 3$, on n'a **pas** $4 \leq x^2 \leq 9$ — en effet x^2 peut valoir 0 ✓
- **Amplitude relative** : le périmètre varie de $\pm 21,4\%$ autour de 28, l'aire de $\pm 42,9\%$ autour de 42 — l'imprécision se **cumule** dans un produit ✓
- **Règle pratique** : les erreurs **relatives** s'additionnent dans un produit — $\pm 20\%$ sur L et $\pm 25\%$ sur ℓ donnent environ $\pm 45\%$ sur l'aire ✓

Réponse. $22 \leq P \leq 34 \text{ cm}$ et $24 \leq A \leq 60 \text{ cm}^2$.

Correction de l'exercice 12 - Valeur absolue dans une équation

- **Première équation** : $2x - 6 = 4$ ou $2x - 6 = -4$.
 - **Premier cas** : $2x = 10$, donc $x = 5$.
 - **Second cas** : $2x = 2$, donc $x = 1$.
- $$S = \{1; 5\}$$
- **Contrôles** : $|10 - 6| = 4$ ✓ et $|2 - 6| = |-4| = 4$ ✓
 - **Interprétation** : $|2x - 6| = 2|x - 3|$, donc l'équation est $|x - 3| = 2$ — les points à distance 2 de 3 ✓
 - **Cohérence** : 1 et 5 sont bien symétriques autour de 3 ✓
 - **Seconde équation** : $|3x + 1| = -2$.
 - **Conclusion** : **aucune solution**, car une valeur absolue est toujours **positive ou nulle** ✓

$$S = \emptyset$$

- **Réflexe à acquérir** : devant $|A| = k$, vérifier d'abord le **signe de k** ✓
- **Cas $k = 0$** : $|3x + 1| = 0$ donne une **unique** solution, $x = -\frac{1}{3}$ ✓
- **Résumé** : $k < 0 \rightarrow$ aucune solution ; $k = 0 \rightarrow$ une solution ; $k > 0 \rightarrow$ deux solutions ✓

Réponse. $S = \{1; 5\}$ pour la première ; $S = \emptyset$ pour la seconde.

Correction de l'exercice 13 - Inéquation et pourcentage

- **Coût du premier** : $12 + 0,05m$ pour m minutes.
- **Condition** : le second est plus avantageux si

$$12 + 0,05m > 20$$
- **Résolution** : $0,05m > 8$, donc

$$m > 160 \text{ minutes}$$
- **Réponse** : à partir de 161 minutes (ou au-delà de 2 h 40) ✓
- **Contrôles** : $m = 160$ donne $12 + 8 = 20 \text{ €}$ — **égalité**, les deux forfaits se valent ✓
- $m = 200$ donne $12 + 10 = 22 \text{ €} > 20 \text{ €}$ ✓ — le second gagne
- $m = 100$ donne $12 + 5 = 17 \text{ €} < 20 \text{ €}$ ✓ — le premier gagne
- **Seuil d'indifférence** : exactement 160 minutes ✓
- **Lecture pratique** : moins de 2 h 40 par mois, on prend le premier ; au-delà, le second ✓

- **Économie maximale du premier** : 8 € (si l'on ne téléphone pas du tout) ✓
- **Économie du second pour 500 minutes** : $12 + 25 - 20 = 17$ € ✓
- **Généralisation** : le seuil vaut $\frac{20 - 12}{0,05} = 160$ — c'est la différence de coût fixe divisée par le coût variable ✓

Réponse. À partir de 161 minutes (seuil d'indifférence à 160 minutes).

Correction de l'exercice 14 - Réunion et intersection multiples

- **Première étape — intersection** : $[-2; 4] \cap [1; 7]$.
- Les x dans les deux vérifient $1 \leq x \leq 4$.

$$[-2; 4] \cap [1; 7] = [1; 4]$$
- **Seconde étape — réunion** : $[1; 4] \cup [-5; 0]$.
- Ces deux intervalles **ne se chevauchent pas** (il y a un « trou » entre 0 et 1) ✓

$$\text{Résultat} = [-5; 0] \cup [1; 4]$$
- **Contrôles** : 2 est dans $[1; 4]$ ✓ ; -3 est dans $[-5; 0]$ ✓ ; 0,5 n'est dans **aucun** des deux ✓
- **Importance des parenthèses** : sans elles, l'ordre changerait tout ✓
- **Autre ordre** : $[-2; 4] \cap ([1; 7] \cup [-5; 0]) = [-2; 4] \cap ([-5; 0] \cup [1; 7]) = [-2; 0] \cup [1; 4]$ — **différent** ✓
- **Leçon** : intersection et réunion ne sont **pas** associatives entre elles, il faut respecter les parenthèses ✓
- **Vérification du trou** : $]0; 1[$ est exclu du résultat, ce qui se vérifie avec $x = 0,5$ ✓
- **Longueur totale** : $5 + 3 = 8$ unités ✓

Réponse. $[-5; 0] \cup [1; 4]$ (les deux morceaux ne se rejoignent pas).

Correction de l'exercice 15 - Inéquation à paramètre

- **Division par m** : le sens est conservé si et seulement si $m > 0$.
- **Réponse** :

$$m > 0$$
- **Cas $m > 0$** : $x > \frac{6}{m}$, soit $S =]\frac{6}{m}; +\infty[$ ✓
- **Cas $m < 0$** : le sens **s'inverse**, donc $x < \frac{6}{m}$ et $S =]-\infty; \frac{6}{m}[$ ✓
- **Cas $m = 0$** : l'inéquation devient $0 > 6$, **toujours fausse**, donc $S = \emptyset$ ✓
- **Contrôles** : pour $m = 2$, on a $x > 3$ ✓
- Pour $m = -2$, on a $-2x > 6$, soit $x < -3$ — et $\frac{6}{-2} = -3$ ✓, avec le sens **inversé**
- Pour $m = 3$, $x > 2$ ✓
- **Résumé complet** :

m	Solution
$m > 0$	$] \frac{6}{m}; +\infty [$
$m = 0$	$\emptyset$
$m < 0$	$] -\infty; \frac{6}{m} [$

- **Leçon** : on ne divise **jamais** par un paramètre sans discuter son signe ✓

— **Erreur type au bac** : oublier le cas $m = 0$, où l'expression $\frac{6}{m}$ n'existe même pas ✓

Réponse. $m > 0$; pour $m < 0$ le sens s'inverse, et pour $m = 0$ il n'y a aucune solution.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : problème complet

a) **Tarif** : la première heure coûte 2 €, les $h - 1$ suivantes 1,50 € chacune.

$$P(h) = 2 + 1,5(h - 1) = 1,5h + 0,5$$

— **Contrôles** : $P(1) = 2$ € ✓ ; $P(2) = 3,50$ € ✓ ; $P(4) = 6,50$ € ✓

b) **Condition** : $1,5h + 0,5 \leq 12$, soit $1,5h \leq 11,5$ et

$$h \leq \frac{11,5}{1,5} \approx 7,667$$

— **Réponse** : 7 heures au maximum ✓

— **Vérifications** : $P(7) = 10,5 + 0,5 = 11$ € ≤ 12 € ✓ et $P(8) = 12,5$ € > 12 € ✓

— **Reste** : 1 € non utilisé, insuffisant pour une heure de plus ✓

c) **Coût moyen de l'abonnement** : $\frac{60}{20} = 3$ € par stationnement.

— **Condition de rentabilité** : $P(h) > 3$, soit $1,5h + 0,5 > 3$ et

$$h > \frac{2,5}{1,5} \approx 1,667$$

— **Réponse** : l'abonnement est rentable dès que la durée moyenne dépasse 2 heures ✓

— **Contrôles** : pour $h = 2$, $P = 3,50$ € > 3 € ✓ — l'abonnement gagne

— Pour $h = 1$, $P = 2$ € < 3 € ✓ — le paiement à l'unité gagne

— **Économie pour $h = 4$** : $20 \times (6,50 - 3) = 70$ € par mois ✓

— **Limite du raisonnement** : il faut réellement effectuer les 20 stationnements. Avec seulement 10 stationnements de 4 heures, l'abonnement coûte 60 € contre $10 \times 6,50 = 65$ € — encore rentable, mais de peu ✓

— **Seuil en nombre de stationnements** : pour $h = 4$, il faut $n \times 6,5 > 60$, soit $n > 9,23$, donc **10** stationnements ✓

Réponse. a) $P(h) = 1,5h + 0,5$ · b) 7 heures · c) rentable à partir de 2 heures de moyenne.