Plaquette 4 – Calcul littéral, identités remarquables et démonstrations

Nombres et calculs — Seconde

Exercices

Méthode

On **développe** et on **factorise** avec les identités remarquables, on démontre des propriétés arithmétiques simples (parité, divisibilité), et on raisonne par **contre-exemple** ou par **disjonction de cas**.

Exercice 1 – Développer

Développer et réduire : $A = (2x+3)^2$, $B = (x-5)(x+5)$ et $C = (3x-1)(2x+4)$.

Exercice 2 – Factoriser

Factoriser : $A = 9x^2 - 16$, $B = x^2 + 6x + 9$ et $C = 4x^2 - 20x$.

Exercice 3 – Équation produit nul

Résoudre $(2x-6)(x+4) = 0$ et $x^2 - 9 = 0$.

Exercice 4 – Démontrer une identité

Démontrer que pour tout réel x : $(x+1)^2 - (x-1)^2 = 4x$.

Exercice 5 – Somme de deux impairs

Démontrer que la somme de deux nombres impairs est toujours paire.

Exercice 6 – Contre-exemple

Ces affirmations sont-elles vraies ? Justifier.

a) Pour tout réel x, $x^2 \geq x$.

b) Pour tout réel x, $x^2 \geq 0$.

c) Pour tout réel x, $\sqrt{x^2} = x$.

Exercice 7 – Factorisation avec facteur commun caché

Factoriser $A = (x-2)(x+5) + (x-2)(3x-1)$ et $B = (2x+1)^2 - (2x+1)(x-4)$.

Exercice 8 – Produit de deux entiers consécutifs

Démontrer que le produit de deux entiers consécutifs est toujours pair.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 9 – Identité à démontrer

Démontrer que pour tous réels a et b : $a^2 + b^2 \geq 2ab$. Préciser le cas d'égalité.

Exercice 10 – Calcul astucieux

Calculer sans calculatrice : $A = 101^2 - 99^2$ et $B = 1001 \times 999$.

Exercice 11 – Divisibilité

Démontrer que pour tout entier n, le nombre $n^2 + n$ est divisible par 2, et que $n^3 - n$ est divisible par 6.

Exercice 12 – Développer un carré de somme de trois termes

Développer $(a + b + c)^2$, puis l'appliquer à $(x + 2y + 3)^2$.

Exercice 13 – Résoudre par factorisation

Résoudre $x^2 = 5x$ et $4x^2 - 1 = 0$.

Exercice 14 – Réfuter une affirmation

« Si un nombre est divisible par 4 et par 6, alors il est divisible par 24. » Vrai ou faux ?

Exercice 15 – Expression à simplifier

Simplifier $A = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ pour $x \neq 2$, et $B = \dfrac{x^2 + 6x + 9}{x + 3}$ pour $x \neq -3$.

Exercice 16 – Synthèse : démonstration guidée

Soit n un entier.

a) Développer $(n + 1)^2 - n^2$.

b) En déduire que tout nombre impair est la différence de deux carrés consécutifs.

c) Écrire 2025 comme différence de deux carrés.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).