

Plaquette 2 – Arbres pondérés : construire, lire, multiplier

Probabilités conditionnelles – Seconde

Exercices

Méthode

Un **arbre pondéré** décrit une expérience en plusieurs étapes. Les branches du premier niveau portent des probabilités ordinaires ; celles du second niveau portent des probabilités **conditionnelles** (on sait déjà par quel nœud on est passé). Un chemin est une intersection : on **multiplie** le long du chemin ; plusieurs chemins : on **additionne**.

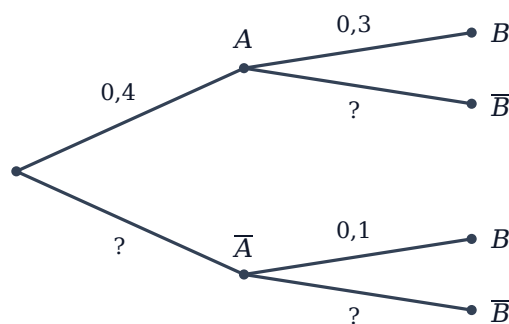
Exercice 1 – Deux machines

Une usine fabrique 60 % de ses pièces sur la machine A et le reste sur la machine B . 3 % des pièces de A et 5 % des pièces de B sont défectueuses. On choisit une pièce au hasard ; D : « la pièce est défectueuse ».

- Construire un arbre pondéré.
- Calculer $P(A \cap D)$ et $P(B \cap D)$, puis la probabilité que la pièce soit défectueuse.

Exercice 2 – Compléter un arbre

Compléter l'arbre ci-dessous, puis calculer les probabilités des quatre chemins et vérifier que leur somme vaut 1.



Arbre à compléter

Exercice 3 – Deux tirages sans remise

Un sac contient 3 boules rouges et 2 boules vertes. On tire une boule, on ne la remet pas, puis on en tire une seconde.

- Construire un arbre pondéré.
- Calculer la probabilité de tirer deux boules de la même couleur.
- Sachant que la seconde boule est rouge, quelle est la probabilité que la première l'ait été ?

Exercice 4 – Avec remise

Même sac (3 rouges, 2 vertes), mais on remet la première boule avant le second tirage.

- Construire l'arbre et calculer la probabilité de tirer deux rouges.
- Comparer $P_{R_1}(R_2)$ et $P(R_2)$. Que remarque-t-on ?

Exercice 5 – Répondre à un QCM

À une question de QCM à 4 propositions, un élève connaît la réponse avec la probabilité 0,6 ; sinon, il répond au hasard.

- Construire un arbre pondéré, avec C : « il connaît la réponse » et J : « il répond juste ».
- Calculer $P(J)$.
- L'élève a répondu juste. Quelle est la probabilité qu'il ait connu la réponse ?

Exercice 6 – Pluie et retard

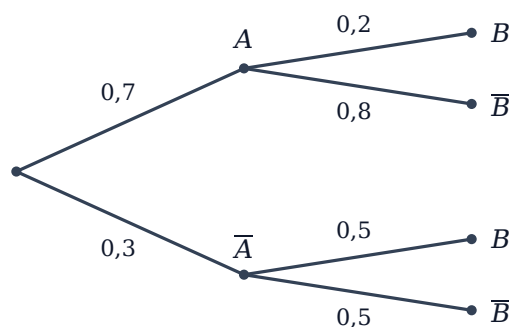
Un jour donné, il pleut avec la probabilité 0,3. S'il pleut, le bus est en retard avec la probabilité 0,4 ; s'il ne pleut pas, avec la probabilité 0,1.

- Construire un arbre pondéré.
- Calculer la probabilité que le bus soit en retard.
- Le bus est en retard. Quelle est la probabilité qu'il pleuve ?

Exercice 7 – Lire un arbre

Dans une boulangerie, on choisit un client au hasard. L'arbre ci-dessous décrit la situation.

- Que signifient les nombres 0,7 et 0,2 ? Traduire chacun par une phrase.
- Calculer $P(A \cap B)$, $P(\bar{A} \cap B)$ et $P(B)$.
- Calculer $P_B(A)$.



A : le client est un habitué ; B : il achète un dessert

Exercice 8 - Trois fournisseurs

Un magasin s'approvisionne auprès de trois fournisseurs : 50 % des articles viennent de F_1 , 30 % de F_2 , 20 % de F_3 . Les taux de défaut sont respectivement 2 %, 4 % et 5 %.

- Construire l'arbre et calculer la probabilité qu'un article choisi au hasard soit défectueux.
- Un article est défectueux. Quelle est la probabilité qu'il vienne de F_3 ?

Exercice 9 - Tirs au but

Une joueuse tire un penalty à gauche avec la probabilité 0,6, à droite sinon. Quand elle vise à gauche, elle marque avec la probabilité 0,8 ; à droite, avec la probabilité 0,7.

- Calculer la probabilité qu'elle marque.
- Elle a marqué. Quelle est la probabilité qu'elle ait visé à gauche ?

Exercice 10 - Deux feux tricolores

Sur un trajet, un automobiliste rencontre deux feux synchronisés. Le premier est vert avec la probabilité 0,5. S'il est vert, le second est vert avec la probabilité 0,8 ; sinon, avec la probabilité 0,3.

- Calculer la probabilité que les deux feux soient verts.
- Calculer la probabilité que le second feu soit vert.
- Le second feu est vert. Quelle est la probabilité que le premier l'ait été ?

Exercice 11 - Du tableau à l'arbre

Dans un lycée de 400 élèves, 210 sont des filles, dont 45 nageuses ; parmi les 190 garçons, 30 sont nageurs. On choisit un élève au hasard.

Construire l'arbre pondéré (sexe, puis natation) avec des fractions, puis retrouver $P(N)$ par l'arbre et par le tableau.

Exercice 12 - De l'arbre au tableau

Dans un club, 25 % des licenciés sont juniors. En une saison, 8 % des juniors et 3 % des seniors se blessent. On choisit un licencié au hasard.

- En raisonnant sur 10 000 licenciés, dresser le tableau croisé (catégorie, blessure).
- Un licencié s'est blessé. Quelle est la probabilité qu'il soit junior ?

Exercice 13 - Trois lancers d'une pièce

On lance trois fois une pièce équilibrée.

- Construire un arbre pondéré et calculer la probabilité d'obtenir trois fois pile.
- Calculer la probabilité d'obtenir exactement deux piles.
- Sachant que le premier lancer donne pile, quelle est la probabilité d'obtenir exactement deux piles ?

Exercice 14 – Une pièce puis une urne

On lance une pièce équilibrée. Si elle tombe sur pile, on tire une boule dans l'urne 1 (2 rouges, 3 vertes) ; sinon, dans l'urne 2 (4 rouges, 1 verte).

- a) Calculer la probabilité de tirer une boule rouge.
- b) La boule tirée est rouge. Quelle est la probabilité que la pièce soit tombée sur pile ?

Exercice 15 – Entrée et dessert

Dans un restaurant, 45 % des clients prennent une entrée. Parmi eux, 90 % prennent un dessert ; parmi les autres, 60 %.

- a) Calculer la probabilité qu'un client prenne un dessert.
- b) Un client a pris un dessert. Quelle est la probabilité qu'il ait pris une entrée ?
- c) Quelle est la probabilité qu'un client ne prenne ni entrée ni dessert ?