

Plaquette 1 – Probabilité conditionnelle : définition et tableaux croisés

Probabilités conditionnelles — Seconde

Exercices

Méthode

La probabilité de B **sachant** A est la probabilité de B quand on sait que A est réalisé : on se place **à l'intérieur de** A . Dans un tirage au hasard, c'est la fréquence conditionnelle du tableau croisé. Avant de calculer, on identifie l'événement **connu** (il est au dénominateur).

Exercice 1 – Un dé et une information

On lance un dé équilibré à six faces.

- On sait que le résultat est pair. Quelle est la probabilité qu'il soit égal à 6 ?
- On sait que le résultat est au moins égal à 4. Quelle est la probabilité qu'il soit pair ?
- Comparer avec les probabilités sans information.

Exercice 2 – Rois et cœurs

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes (4 couleurs de 8 cartes, dont un roi par couleur). On note R : « la carte est un roi » et C : « la carte est un cœur ».

- Calculer $P(R)$, $P_C(R)$ et $P_R(C)$.
- Savoir que la carte est un cœur change-t-il la probabilité qu'elle soit un roi ?

Exercice 3 – Tirer un élève au sort

On choisit au hasard un élève parmi les 400 du tableau suivant.

Sport	Filles	Garçons	Total
Football	30	70	100
Basket	40	35	75
Natation	45	30	75
Aucun	95	55	150
Total	210	190	400

On note F : « l'élève est une fille » et N : « l'élève pratique la natation ». Calculer $P(N)$, $P(F \cap N)$, $P_F(N)$ et $P_N(F)$.

Exercice 4 – Appliquer la définition

A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,1$.

- Calculer $P_A(B)$.
- En déduire $P_A(\overline{B})$.

c) Interpréter $P_A(B)$ par une phrase si A est « le client a moins de 25 ans » et B « le client paie par téléphone ».

Exercice 5 - Probabilité d'une intersection

Dans une ville, 30 % des habitants ont un vélo. Parmi les habitants qui ont un vélo, 60 % l'utilisent pour aller travailler. On choisit un habitant au hasard.

- Traduire les données en notations, avec V : « l'habitant a un vélo » et T : « il l'utilise pour aller travailler ».
- Calculer la probabilité que l'habitant ait un vélo et l'utilise pour aller travailler.

Exercice 6 - Retrouver une probabilité

On sait que $P(A \cap B) = 0,12$ et $P_A(B) = 0,4$. Calculer $P(A)$, puis $P(A \cap \bar{B})$.

Exercice 7 - Boules rouges et numéros pairs

Une urne contient 5 boules numérotées de 1 à 5 : les boules 1, 2 et 3 sont rouges, les boules 4 et 5 sont vertes. On tire une boule au hasard.

- Sachant que la boule est rouge, quelle est la probabilité que son numéro soit pair ?
- Sachant que le numéro est pair, quelle est la probabilité que la boule soit rouge ?

Exercice 8 - Deux dés

On lance deux dés équilibrés, un rouge et un bleu. On note S : « la somme est au moins 10 » et R : « le dé rouge donne 6 ».

- Calculer $P(S)$.
- Calculer $P_R(S)$ et $P_S(R)$.

Exercice 9 - Satisfaction des clients

On choisit au hasard un client parmi 300 :

Mode	Satisfait	Peu satisfait	Mécontent	Total
Livraison	120	36	24	180
Magasin	96	18	6	120
Total	216	54	30	300

On note L : « le client a été livré » et M : « il est mécontent ». Calculer $P(M)$, $P_L(M)$, $P_{\bar{L}}(M)$ et $P_M(L)$, puis interpréter.

Exercice 10 - Une classe

Une classe de 30 élèves compte 18 filles. 12 élèves sont demi-pensionnaires, dont 8 filles. On choisit un élève au hasard ; F : « c'est une fille », D : « il est demi-pensionnaire ».

- Calculer $P_F(D)$ et $P_D(F)$.

b) Calculer $P_F(D)$. Les garçons sont-ils plus souvent demi-pensionnaires que les filles ?

Exercice 11 - L'événement contraire

Dans une entreprise, on choisit un salarié au hasard. On note C : « il est cadre » et T : « il pratique le télétravail ». On sait que $P(C) = 0,25$, $P_C(T) = 0,7$ et $P_{\bar{C}}(T) = 0,2$.

- Calculer $P_C(\bar{T})$ et $P_{\bar{C}}(\bar{T})$.
- Calculer $P(C \cap T)$ et $P(\bar{C} \cap T)$.

Exercice 12 - Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie pour tous les événements A et B (avec $P(A) \neq 0$ et $P(B) \neq 0$). Justifier par une propriété ou un contre-exemple (on pourra utiliser le lancer d'un dé).

- $P_A(B) = P_B(A)$.
- $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$.
- $P(A \cap B) \leq P_A(B)$.

Exercice 13 - Transport des élèves

On choisit au hasard un élève d'un lycée de 500 élèves :

Transport	Seconde	Première	Terminale	Total
Bus	90	70	60	220
Autre	90	100	90	280
Total	180	170	150	500

On note S : « l'élève est en seconde », B : « il prend le bus », T : « il est en terminale ». Calculer $P_S(B)$, $P_T(B)$, $P_B(S)$ et $P_B(\bar{S})$.

Exercice 14 - Utilisateurs d'une application

Sur 1 000 personnes interrogées, 600 ont un smartphone récent, 450 utilisent une application bancaire, et 400 ont les deux. On choisit une personne au hasard ; S : « smartphone récent », A : « utilise l'application ».

- Calculer $P_S(A)$ et $P_A(S)$.
- Calculer $P(S \cup A)$.

Exercice 15 - Toutes les probabilités

A et B sont deux événements tels que $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,4$ et $P(A \cap B) = 0,15$.

Calculer $P_A(B)$, $P_B(A)$, $P_A(\bar{B})$ et $P(A \cup B)$. Dresser ensuite le tableau des probabilités ($A, \bar{A}$ en colonnes ; $B, \bar{B}$ en lignes).