Plaquette 1 – Équiprobabilité, événements et calculs

Probabilités (introduction) — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules et méthodes pour les probabilités.

— Une **loi de probabilité** attribue à chaque issue un nombre entre 0 et 1, la somme de toutes les probabilités valant 1.

— Cas d'**équiprobabilité** (dé équilibré, tirage au hasard) :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

— Événement **contraire** : $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.

— Réunion et intersection : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.

— Si A et B sont **incompatibles** ($A \cap B = \varnothing$), alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

— $P(\varnothing) = 0$ et $P(\Omega) = 1$ où Ω est l'ensemble de toutes les issues.

— Pour deux dés, on organise les $6 \times 6 = 36$ issues dans un tableau.

Correction de l'exercice 1 – Dé équilibré

Le dé est équilibré : les 6 issues sont équiprobables, on applique

$$P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{6}$$

a) Une seule issue favorable : $P = \frac{1}{6}$.

b) Les pairs sont 2, 4, 6, soit 3 issues : $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

c) Les issues 3, 4, 5, 6 conviennent, soit 4 : $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 2 – Tirage dans une urne

— Nombre total de boules : $5 + 4 + 3 = 12$. Le tirage au hasard de boules indiscernables assure l'équiprobabilité.

— $P(\text{rouge}) = \frac{5}{12}$.

— Pour « pas rouge », on utilise l'événement contraire, plus rapide que de compter vertes et bleues :

$$P(\overline{\text{rouge}}) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

— Contrôle par dénombrement direct : $4 + 3 = 7$ boules non rouges, donc $\frac{7}{12}$. Les deux méthodes concordent.

Réponse. $P(\text{rouge}) = \frac{5}{12}$ et $P(\overline{\text{rouge}}) = \frac{7}{12}$.

Correction de l'exercice 3 – Somme de deux dés

Il y a $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables (on distingue les deux dés).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

— Somme 7 : les couples $(1\,;6)$, $(2\,;5)$, $(3\,;4)$, $(4\,;3)$, $(5\,;2)$, $(6\,;1)$, soit 6 issues. Donc $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

— Somme 12 : un seul couple, $(6\,;6)$: $P = \frac{1}{36}$.

— Somme ≤ 4 : $(1\,;1)$; $(1\,;2)$; $(2\,;1)$; $(1\,;3)$; $(3\,;1)$; $(2\,;2)$, soit 6 issues, d'où $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Piège. Il faut distinguer $(1\,;2)$ et $(2\,;1)$: sinon les issues ne sont plus équiprobables et le calcul est faux.

Réponse. $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{36}$; $\frac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 4 – Deux lancers d'une pièce

— En notant P pour pile et F pour face, les issues sont : PP, PF, FP, FF. Elles sont au nombre de 4 et équiprobables.

— Deux fois face : une seule issue (FF), donc $P = \frac{1}{4}$.

— « Au moins une face » est le contraire de « aucune face », c'est-à-dire de PP :

$$P(\text{au moins une face}) = 1 - P(\text{PP}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

— Contrôle : les issues favorables sont PF, FP, FF, soit 3 sur 4.

Réponse. $\frac{1}{4}$ puis $\frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 5 – Jeu de 32 cartes et formule de la réunion

— Il y a 4 rois : $P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.

— Il y a 8 cœurs : $P(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

— Une seule carte est à la fois roi et cœur (le roi de cœur) : $P(R \cap C) = \frac{1}{32}$.

— On applique la formule du cours :

$$P(R \cup C) = P(R) + P(C) - P(R \cap C) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

— **Piège.** Additionner $\frac{4}{32} + \frac{8}{32}$ compterait le roi de cœur deux fois : c'est justement le rôle du terme $-P(R \cap C)$.

Réponse. $P(R) = \frac{1}{8}$; $P(C) = \frac{1}{4}$; $P(R \cap C) = \frac{1}{32}$; $P(R \cup C) = \frac{11}{32}$.

Correction de l'exercice 6 – Événement contraire

— Formule du cours : $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}35 = 0{,}65$.

— Non : une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Une « probabilité » de 1,2 n'a aucun sens ; c'est un signe d'erreur de calcul (souvent une somme faite sans retirer l'intersection).

Réponse. $P(\overline{A}) = 0{,}65$; et non, car $0 \leq P(B) \leq 1$.

Correction de l'exercice 7 – Tableau croisé

a) On organise les effectifs :

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Effectifs	Club de sport	Pas de club	Total
Garçons	45	25	70
Filles	20	30	50
Total	65	55	120

— Les cases manquantes s'obtiennent par différence : $70 - 45 = 25$ et $50 - 20 = 30$.

b) L'élève est choisi au hasard parmi 120 : il y a équiprobabilité.

$$P(\text{club}) = \frac{65}{120} = \frac{13}{24} \approx 0{,}54$$

c) Les filles inscrites sont 20 :

$$P(\text{fille et club}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0{,}17$$

Réponse. b) $\frac{13}{24} \approx 0{,}54$ · c) $\frac{1}{6} \approx 0{,}17$.

Correction de l'exercice 8 – Loi de probabilité d'un dé truqué

a) Propriété du cours : la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

— Somme des cinq premières : $0{,}1 + 0{,}15 + 0{,}2 + 0{,}1 + 0{,}25 = 0{,}8$.

— Donc $P(6) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$.

b) Les issues impaires sont 1, 3 et 5. Elles sont incompatibles, on additionne :

$$P(\text{impair}) = 0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}25 = 0{,}55$$

— Le dé est bien truqué : avec un dé équilibré on aurait 0,5.

Réponse. a) $P(6) = 0{,}2$ · b) $P(\text{impair}) = 0{,}55$.

Correction de l'exercice 9 – Roue de loterie

a) Un tour complet mesure 360°, donc le secteur jaune mesure $360 - 120 - 90 = 150°$.

b) La probabilité d'un secteur est **proportionnelle à son angle** : c'est le rapport de son angle au tour complet.

— Vert : $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.

— Rouge : $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

— Jaune : $\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$.

— Contrôle : $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{4+3+5}{12} = 1$.

Réponse. a) 150° · b) vert $\frac{1}{3}$, rouge $\frac{1}{4}$, jaune $\frac{5}{12}$.

Correction de l'exercice 10 – Deux événements incompatibles

a) Une carte ne peut pas être à la fois un as et un 10 : $A \cap B = \varnothing$, les événements sont **incompatibles**.

b) Dans ce cas la formule se simplifie : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Il y a 4 as et 4 dix, donc

$$P(A \cup B) = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

c) « Ni as ni 10 » est l'événement contraire de $A \cup B$:

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

$$P\left(\overline{A \cup B}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Réponse. a) oui · b) $\frac{1}{4}$ · c) $\frac{3}{4}$.

Correction de l’exercice 11 – Vrai ou faux, avec justification

a) **Faux.** Une probabilité ne dépasse jamais 1. La formule correcte est $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: ici A et B ont nécessairement une intersection de probabilité au moins 0,1.

b) **Vrai.** C’est le cas d’un événement impossible : obtenir 7 avec un dé à six faces a une probabilité nulle.

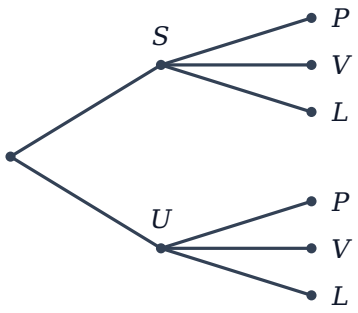
c) **Vrai.** Les multiples de 3 sont 3 et 6, soit 2 issues sur 6 : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

d) **Faux.** Les quatre issues PP, PF, FP, FF sont équiprobables ; « une de chaque » en regroupe **deux**, sa probabilité est donc $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, contre $\frac{1}{4}$ pour chacune des deux autres.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) faux.

Correction de l’exercice 12 – Menu tiré au sort

a) Chaque chemin de l’arbre est un menu : 2 entrées, puis 3 plats au bout de chacune.



S : salade, U : soupe ; P : poisson, V : poulet, L : légumes

On lit $2 \times 3 = 6$ menus, équiprobables d’après l’énoncé.

b) Le poisson apparaît sur 2 chemins (SP et UP) :

$$P(\text{poisson}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

c) Un seul chemin, UV, correspond à « soupe et poulet » :

$$P = \frac{1}{6}$$

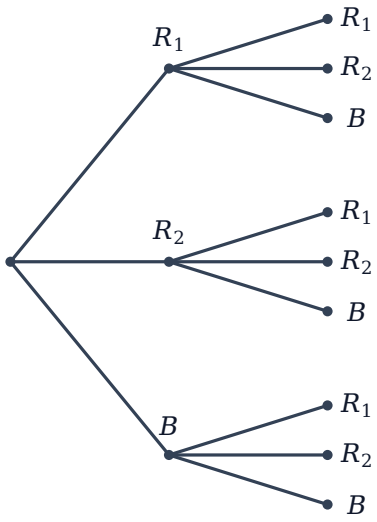
Contrôle. Chacun des trois plats apparaît sur 2 chemins : $\frac{2}{6} + \frac{2}{6} + \frac{2}{6} = 1$.

Réponse. a) 6 menus — b) $\frac{1}{3}$ — c) $\frac{1}{6}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 13 – Deux tirages avec remise

a) On distingue les deux boules rouges pour que les issues soient équiprobables. Avec remise, il y a 3 boules à chaque tirage.



Avec remise : 3 boules à chaque tirage

L’arbre compte $3 \times 3 = 9$ chemins équiprobables.

b) **Deux rouges** : R_1R_1, R_1R_2, R_2R_1, R_2R_2 (4 chemins). **Deux bleues** : BB (1 chemin).

$$P(\text{même couleur}) = \frac{4+1}{9} = \frac{5}{9}$$

c) Le contraire de « au moins une bleue » est « deux rouges », soit 4 chemins :

$$P(\text{au moins une bleue}) = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$$

Piège. Lister seulement « RR, RB, BR, BB » et compter $\frac{1}{4}$ chacun : ces quatre cas ne sont pas équiprobables.

Réponse. a) 9 issues — b) $\frac{5}{9}$ — c) $\frac{5}{9}$.

Correction de l’exercice 14 – Fréquence et probabilité

a) Fréquence observée :

$$f = \frac{620}{1000} = 0{,}62$$

b) **Non** : les deux positions de la punaise ne sont pas équiprobables (elle n’est pas symétrique), on ne peut pas compter des « cas favorables ». On estime la probabilité par la fréquence observée sur un grand nombre de lancers :

$$p \approx 0{,}62$$

c) Sur 250 lancers, on attend environ

$$250 \times 0{,}62 = 155$$

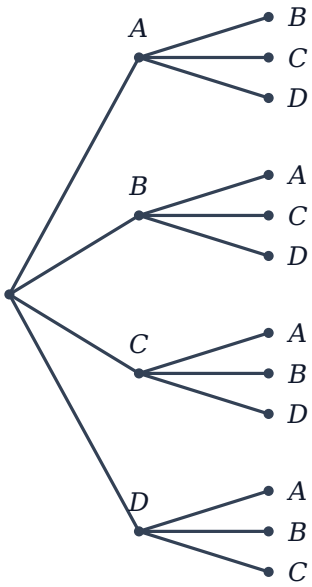
lancers pointe en haut. Le nombre réel fluctuera autour de cette valeur.

Réponse. a) 0,62 — b) non ; $p \approx 0{,}62$ — c) environ 155.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Correction de l’exercice 15 – Délégué et suppléant

a) Le délégué est l’un des 4 élèves ; le suppléant est l’un des 3 autres : l’arbre a $4 \times 3 = 12$ chemins équiprobables.



Délégué, puis suppléant — A : Anna, B : Bea, C : Carl, D : Dan

b) **Deux filles** : AB et BA, soit 2 chemins :

$$P = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

c) **Une fille et un garçon** : une fille puis un garçon ($2 \times 2 = 4$ chemins) ou un garçon puis une fille (4 chemins), soit 8 chemins :

$$P = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Contrôle. Deux garçons : 2 chemins ; et $2 + 8 + 2 = 12$.

Réponse. a) 12 issues — b) $\frac{1}{6}$ — c) $\frac{2}{3}$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s’expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).