

Plaquette 1 - Équiprobabilité, événements et calculs

Probabilités (introduction) — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Formules et méthodes pour les probabilités.

- Une **loi de probabilité** attribue à chaque issue un nombre entre 0 et 1, la somme de toutes les probabilités valant 1.
- Cas d'**équiprobabilité** (dé équilibré, tirage au hasard) :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre total d'issues}}$$

- Événement **contraire** : $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
- Réunion et intersection : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- Si A et B sont **incompatibles** ($A \cap B = \emptyset$), alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- $P(\emptyset) = 0$ et $P(\Omega) = 1$ où Ω est l'ensemble de toutes les issues.
- Pour deux dés, on organise les $6 \times 6 = 36$ issues dans un tableau.

Correction de l'exercice 1 - Dé équilibré

Le dé est équilibré : les 6 issues sont équiprobables, on applique

$$P(A) = \frac{\text{issues favorables}}{6}$$

- a) Une seule issue favorable : $P = \frac{1}{6}$.
- b) Les pairs sont 2, 4, 6, soit 3 issues : $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
- c) Les issues 3, 4, 5, 6 conviennent, soit 4 : $P = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Réponse. a) $\frac{1}{6}$ · b) $\frac{1}{2}$ · c) $\frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 2 - Tirage dans une urne

- Nombre total de boules : $5 + 4 + 3 = 12$. Le tirage au hasard de boules indiscernables assure l'équiprobabilité.
- $P(\text{rouge}) = \frac{5}{12}$.
- Pour « pas rouge », on utilise l'événement contraire, plus rapide que de compter vertes et bleues :

$$P(\overline{\text{rouge}}) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

- Contrôle par dénombrement direct : $4 + 3 = 7$ boules non rouges, donc $\frac{7}{12}$. Les deux méthodes concordent.

Réponse. $P(\text{rouge}) = \frac{5}{12}$ et $P(\overline{\text{rouge}}) = \frac{7}{12}$.

Correction de l'exercice 3 - Somme de deux dés

Il y a $6 \times 6 = 36$ issues équiprobables (on distingue les deux dés).

- Somme 7 : les couples (1 ; 6), (2 ; 5), (3 ; 4), (4 ; 3), (5 ; 2), (6 ; 1), soit 6 issues. Donc $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.
- Somme 12 : un seul couple, (6 ; 6) : $P = \frac{1}{36}$.
- Somme ≤ 4 : (1 ; 1) ; (1 ; 2) ; (2 ; 1) ; (1 ; 3) ; (3 ; 1) ; (2 ; 2), soit 6 issues, d'où $P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

Piège. Il faut distinguer (1 ; 2) et (2 ; 1) : sinon les issues ne sont plus équiprobables et le calcul est faux.

Réponse. $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{36}$; $\frac{1}{6}$.

Correction de l'exercice 4 - Deux lancers d'une pièce

- En notant P pour pile et F pour face, les issues sont : PP, PF, FP, FF. Elles sont au nombre de 4 et équiprobables.
- Deux fois face : une seule issue (FF), donc $P = \frac{1}{4}$.
- « Au moins une face » est le contraire de « aucune face », c'est-à-dire de PP :

$$P(\text{au moins une face}) = 1 - P(\text{PP}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

- Contrôle : les issues favorables sont PF, FP, FF, soit 3 sur 4.

Réponse. $\frac{1}{4}$ puis $\frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 5 - Jeu de 32 cartes et formule de la réunion

- Il y a 4 rois : $P(R) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$.
- Il y a 8 cœurs : $P(C) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.
- Une seule carte est à la fois roi et cœur (le roi de cœur) : $P(R \cap C) = \frac{1}{32}$.
- On applique la formule du cours :

$$P(R \cup C) = P(R) + P(C) - P(R \cap C) = \frac{4}{32} + \frac{8}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

- **Piège.** Additionner $\frac{4}{32} + \frac{8}{32}$ compterait le roi de cœur deux fois : c'est justement le rôle du terme $-P(R \cap C)$.

Réponse. $P(R) = \frac{1}{8}$; $P(C) = \frac{1}{4}$; $P(R \cap C) = \frac{1}{32}$; $P(R \cup C) = \frac{11}{32}$.

Correction de l'exercice 6 - Événement contraire

- Formule du cours : $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,35 = 0,65$.
- Non : une probabilité est toujours comprise entre 0 et 1. Une « probabilité » de 1,2 n'a aucun sens ; c'est un signe d'erreur de calcul (souvent une somme faite sans retirer l'intersection).

Réponse. $P(\bar{A}) = 0,65$; et non, car $0 \leq P(B) \leq 1$.

Correction de l'exercice 7 - Tableau croisé

- a) On organise les effectifs :

Effectifs	Club de sport	Pas de club	Total
Garçons	45	25	70
Filles	20	30	50
Total	65	55	120

— Les cases manquantes s'obtiennent par différence : $70 - 45 = 25$ et $50 - 20 = 30$.

b) L'élève est choisi au hasard parmi 120 : il y a équiprobabilité.

$$P(\text{club}) = \frac{65}{120} = \frac{13}{24} \approx 0,54$$

c) Les filles inscrites sont 20 :

$$P(\text{filles et club}) = \frac{20}{120} = \frac{1}{6} \approx 0,17$$

Réponse. b) $\frac{13}{24} \approx 0,54$ · c) $\frac{1}{6} \approx 0,17$.

Correction de l'exercice 8 – Loi de probabilité d'un dé truqué

a) Propriété du cours : la somme des probabilités de toutes les issues vaut 1.

— Somme des cinq premières : $0,1 + 0,15 + 0,2 + 0,1 + 0,25 = 0,8$.

— Donc $P(6) = 1 - 0,8 = 0,2$.

b) Les issues impaires sont 1, 3 et 5. Elles sont incompatibles, on additionne :

$$P(\text{impair}) = 0,1 + 0,2 + 0,25 = 0,55$$

— Le dé est bien truqué : avec un dé équilibré on aurait 0,5.

Réponse. a) $P(6) = 0,2$ · b) $P(\text{impair}) = 0,55$.

Correction de l'exercice 9 – Roue de loterie

a) Un tour complet mesure 360° , donc le secteur jaune mesure $360 - 120 - 90 = 150^\circ$.

b) La probabilité d'un secteur est **proportionnelle à son angle** : c'est le rapport de son angle au tour complet.

— Vert : $\frac{120}{360} = \frac{1}{3}$.

— Rouge : $\frac{90}{360} = \frac{1}{4}$.

— Jaune : $\frac{150}{360} = \frac{5}{12}$.

— Contrôle : $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{12} = \frac{4+3+5}{12} = 1$.

Réponse. a) 150° · b) vert $\frac{1}{3}$, rouge $\frac{1}{4}$, jaune $\frac{5}{12}$.

Correction de l'exercice 10 – Deux événements incompatibles

a) Une carte ne peut pas être à la fois un as et un 10 : $A \cap B = \emptyset$, les événements sont **incompatibles**.

b) Dans ce cas la formule se simplifie : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$. Il y a 4 as et 4 dix, donc

$$P(A \cup B) = \frac{4}{32} + \frac{4}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

c) « Ni as ni 10 » est l'événement contraire de $A \cup B$:

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

Réponse. a) oui · b) $\frac{1}{4}$ · c) $\frac{3}{4}$.

Correction de l'exercice 11 – Vrai ou faux, avec justification

- a) **Faux.** Une probabilité ne dépasse jamais 1. La formule correcte est $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$: ici A et B ont nécessairement une intersection de probabilité au moins 0,1.
- b) **Vrai.** C'est le cas d'un événement impossible : obtenir 7 avec un dé à six faces a une probabilité nulle.
- c) **Vrai.** Les multiples de 3 sont 3 et 6, soit 2 issues sur 6 : $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
- d) **Faux.** Les quatre issues PP, PF, FP, FF sont équiprobables ; « une de chaque » en regroupe **deux**, sa probabilité est donc $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, contre $\frac{1}{4}$ pour chacune des deux autres.

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) faux.