

Plaque 3 - Réunion, intersection, contraire : la formule et ses pièges

Probabilités (introduction) — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Vocabulaire des événements.

Français	Écriture	Sens
A et B	$A \cap B$	les deux se produisent
A ou B	$A \cup B$	au moins l'un des deux
non A	$\bar{A}$	A ne se produit pas
A et B incompatibles	$A \cap B = \emptyset$	ils ne peuvent coexister

Les deux formules essentielles.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Si A et B sont incompatibles, $P(A \cap B) = 0$ et la formule se simplifie en $P(A) + P(B)$.

Traductions à connaître par cœur.

Énoncé	Événement
« au moins un des deux »	$A \cup B$
« aucun des deux »	$\bar{A} \cap \bar{B} = \overline{A \cup B}$
« exactement un des deux »	$A \cup B$ privé de $A \cap B$
« les deux »	$A \cap B$

D'où :

$$P(\text{aucun}) = 1 - P(A \cup B) \quad P(\text{exactement un}) = P(A \cup B) - P(A \cap B)$$

Attention au « ou » du français. En mathématiques, « A ou B » est **inclusif** : il autorise les deux. Le « ou bien » exclusif du langage courant correspond à « exactement un des deux ».

Contrôles de validité. Toute probabilité est dans $[0 ; 1]$, et l'on a toujours

$$P(A \cap B) \leq P(A) \leq P(A \cup B) \leq 1$$

Correction de l'exercice 1 - Appliquer la formule de la réunion

— **Formule de la réunion :**

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

— **Calcul :** $0,5 + 0,4 - 0,2 = 0,7$ ✓

— **Contraire de A :** $1 - 0,5 = 0,5$ ✓

— **Aucun des deux :** c'est le contraire de la réunion ✓

— **Calcul :**

$$P(\overline{A \cup B}) = 1 - 0,7 = 0,3$$

- **Contrôles d'encadrement** : $0,2 \leq 0,5 \leq 0,7 \leq 1$ ✓
 - **Exactement un des deux** : $0,7 - 0,2 = 0,5$ ✓
 - **A seul** : $P(A) - P(A \cap B) = 0,5 - 0,2 = 0,3$ ✓
 - **B seul** : $0,4 - 0,2 = 0,2$ ✓
 - **Contrôle** : $0,3 + 0,2 = 0,5$, bien égal à « exactement un » ✓
 - **Partition complète** : A seul 0,3 ; B seul 0,2 ; les deux 0,2 ; aucun 0,3 ✓
 - **Contrôle final** : $0,3 + 0,2 + 0,2 + 0,3 = 1$ ✓
 - **Erreur à éviter** : écrire $P(A \cup B) = 0,9$ en oubliant de soustraire l'intersection ✓
- Réponse.** $P(A \cup B) = 0,7$, $P(\overline{A}) = 0,5$ et $P(\text{aucun}) = 0,3$.

Correction de l'exercice 2 - Retrouver l'intersection

- **Formule de départ** : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ✓
- **Isoler l'intersection** :

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$$
- **Calcul** : $0,6 + 0,45 - 0,85 = 0,2$ ✓
- **Contrôle** : $0,6 + 0,45 - 0,2 = 0,85$ ✓
- **Contrôle d'encadrement** : $0,2 \leq 0,45$ et $0,2 \leq 0,6$ ✓
- **Aucun des deux** : $1 - 0,85 = 0,15$ ✓
- **A seul** : $0,6 - 0,2 = 0,4$ ✓
- **B seul** : $0,45 - 0,2 = 0,25$ ✓
- **Contrôle de la partition** : $0,4 + 0,25 + 0,2 + 0,15 = 1$ ✓
- **Test d'incompatibilité** : $P(A \cap B) = 0,2 \neq 0$, donc A et B **ne sont pas** incompatibles ✓
- **Test d'indépendance (hors programme mais éclairant)** : $P(A) \times P(B) = 0,27 \neq 0,2$ ✓
- **Interprétation** : A et B se produisent ensemble moins souvent que le « hasard pur » ne le voudrait ✓
- **Valeur maximale possible de l'intersection** : $\min(0,6; 0,45) = 0,45$ ✓
- **Valeur minimale possible** : $0,6 + 0,45 - 1 = 0,05$, donc 0,2 est bien dans $[0,05; 0,45]$ ✓

Réponse. $P(A \cap B) = 0,6 + 0,45 - 0,85 = 0,2$.

Correction de l'exercice 3 - Événements incompatibles

- **Issues de A** : $\{1; 2\}$ ✓
- **Issues de B** : $\{5; 6\}$ ✓
- **Intersection** : $\{1; 2\} \cap \{5; 6\} = \emptyset$ ✓
- **Conclusion** : A et B sont **incompatibles** ✓
- **Probabilités** : $P(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ ✓
- **Formule simplifiée** :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

- **Vérification par dénombrement** : $A \cup B = \{1; 2; 5; 6\}$, soit 4 issues ✓
- **Contrôle** : $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ ✓

- **Contraire de la réunion** : $\{3; 4\}$, soit $\frac{2}{6} = \frac{1}{3} \checkmark$
- **Contrôle** : $\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 1 \checkmark$
- **Attention** : « incompatibles » ne signifie **pas** « contraires » $\checkmark$
- **Différence** : deux événements contraires partitionnent tout l'univers, ce qui n'est pas le cas ici (3 et 4 n'appartiennent à aucun des deux) $\checkmark$
- **Exemple d'événements contraires** : A et $\{3; 4; 5; 6\} \checkmark$
- **Contrôle** : $\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = 1 \checkmark$

Réponse. Oui, ils sont incompatibles, et $P(A \cup B) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 4 - Jeu de 52 cartes

- **Nombre de rois** : 4, donc $P(R) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13} \checkmark$
- **Nombre de cœurs** : 13, donc $P(C) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} \checkmark$
- **Intersection** : le roi de cœur, une seule carte $\checkmark$
- **Donc** : $P(R \cap C) = \frac{1}{52} \checkmark$
- **Formule** :

$$P(R \cup C) = \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52} = \frac{4}{13}$$
- **Valeur décimale** : $\approx 0,3077 \checkmark$
- **Vérification par dénombrement** : 13 cœurs, plus les 3 rois qui ne sont pas des cœurs, soit 16 cartes $\checkmark$
- **Erreur classique** : annoncer $\frac{17}{52}$, en comptant deux fois le roi de cœur $\checkmark$
- **Ni roi ni cœur** : $52 - 16 = 36$ cartes, soit $\frac{36}{52} = \frac{9}{13} \checkmark$
- **Contrôle** : $\frac{4}{13} + \frac{9}{13} = 1 \checkmark$
- **Exactement l'un des deux** : $\frac{16}{52} - \frac{1}{52} = \frac{15}{52} \checkmark$
- **Détail** : les 12 cœurs non rois, plus les 3 rois non cœurs $\checkmark$
- **Contrôle** : $12 + 3 = 15 \checkmark$
- **Partition complète** : $\frac{12}{52} + \frac{3}{52} + \frac{1}{52} + \frac{36}{52} = 1 \checkmark$

Réponse. $P(R \cup C) = \frac{16}{52} = \frac{4}{13} \approx 0,308$.

Correction de l'exercice 5 - Du langage courant aux événements

- **Notations** : L pour latin, G pour grec $\checkmark$
- **Au moins une** : $L \cup G \checkmark$
- **Calcul** :

$$P(L \cup G) = 0,25 + 0,15 - 0,05 = 0,35$$
- **Aucune** : $\overline{L \cup G} \checkmark$
- **Calcul** : $1 - 0,35 = 0,65 \checkmark$
- **Exactement une** : $P(L \cup G) - P(L \cap G) \checkmark$
- **Calcul** : $0,35 - 0,05 = 0,30 \checkmark$
- **Seulement le latin** : $P(L) - P(L \cap G) = 0,25 - 0,05 = 0,20 \checkmark$

- **Seulement le grec** : $0,15 - 0,05 = 0,10$ ✓
- **Contrôle** : $0,20 + 0,10 = 0,30$, bien égal à « exactement une » ✓
- **Partition complète** : latin seul 0,20 ; grec seul 0,10 ; les deux 0,05 ; aucune 0,65 ✓
- **Contrôle final** : $0,20 + 0,10 + 0,05 + 0,65 = 1$ ✓
- **Sur une classe de 40 élèves** : 8 en latin seul, 4 en grec seul, 2 dans les deux, 26 dans aucune ✓
- **Contrôle** : $8 + 4 + 2 + 26 = 40$ ✓
- **Effectif total en latin** : $8 + 2 = 10$, soit bien 25 % de 40 ✓

Réponse. Au moins une : $0,35$; aucune : $0,65$; exactement une : $0,30$; latin seul : $0,20$.

Correction de l'exercice 6 - Tableau à double entrée

- **Contrôle de l'effectif** : $18 + 42 + 92 + 48 = 200$ ✓
- **Sportifs** : $18 + 92 = 110$ ✓
- **Probabilité** : $P(S) = \frac{110}{200} = 0,55$ ✓
- **Fumeurs** : $18 + 42 = 60$ ✓
- **Probabilité** : $P(F) = \frac{60}{200} = 0,30$ ✓
- **Sportif et fumeur** : 18 personnes ✓
- **Probabilité** : $P(S \cap F) = \frac{18}{200} = 0,09$ ✓
- **Sportif ou fumeur** :

$$P(S \cup F) = 0,55 + 0,30 - 0,09 = 0,76$$
- **Vérification par dénombrement** : $18 + 42 + 92 = 152$ personnes ✓
- **Contrôle** : $\frac{152}{200} = 0,76$ ✓
- **Ni sportif ni fumeur** : les 48 derniers, soit $\frac{48}{200} = 0,24$ ✓
- **Contrôle** : $0,76 + 0,24 = 1$ ✓
- **Lecture du tableau** : les totaux de lignes et de colonnes donnent directement $P(S)$ et $P(F)$ ✓
- **Observation** : parmi les 60 fumeurs, seuls 18 sont sportifs, soit 30 %, contre 55 % dans l'ensemble ✓
- **Interprétation** : dans cet échantillon, fumer et faire du sport vont **rarement** ensemble ✓

Réponse. $P(S) = 0,55$; $P(F) = 0,30$; $P(S \cap F) = 0,09$; $P(S \cup F) = 0,76$.

Correction de l'exercice 7 - Compléter un tableau

- **Les deux** : 25 élèves ✓
- **Vélo seul** : $90 - 25 = 65$ ✓
- **Scooter seul** : $60 - 25 = 35$ ✓
- **Aucun des deux** : $150 - (65 + 35 + 25) = 150 - 125 = 25$ ✓

	Scooter	Pas de scooter	Total
Vélo	25	65	90
Pas de vélo	35	25	60
Total	60	90	150

- **Contrôle des totaux de lignes** : $25 + 65 = 90$ ✓ et $35 + 25 = 60$ ✓

- **Contrôle des totaux de colonnes** : $25 + 35 = 60$ ✓ et $65 + 25 = 90$ ✓
- **Contrôle du grand total** : $90 + 60 = 150$ ✓
- **Au moins un des deux** : $65 + 35 + 25 = 125$ ✓
- **Probabilité** :

$$P = \frac{125}{150} = \frac{5}{6} \approx 0,833$$

- **Contrôle par la formule** : $\frac{90}{150} + \frac{60}{150} - \frac{25}{150} = \frac{125}{150}$ ✓
- **Aucun des deux** : $\frac{25}{150} = \frac{1}{6} \approx 0,167$ ✓
- **Contrôle** : $\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = 1$ ✓
- **Piège du tableau** : le 60 de la ligne « pas de vélo » est un **total**, pas la case « scooter seul » ✓
- **Exactement un des deux** : $65 + 35 = 100$, soit $\frac{100}{150} = \frac{2}{3}$ ✓

Réponse. Vélo seul 65, scooter seul 35, les deux 25, aucun 25 ; $P(\text{au moins un}) = \frac{5}{6}$.

Correction de l'exercice 8 - Le piège du « ou »

- **Erreur commise** : additionner deux pourcentages qui se **chevauchent** ✓
- **Impossibilité immédiate** : une probabilité ne peut dépasser 1 ✓
- **Formule correcte** : $P(E \cup D) = P(E) + P(D) - P(E \cap D)$ ✓
- **Conséquence** : $P(E \cup D) = 1,1 - P(E \cap D)$ ✓
- **Contrainte** : comme $P(E \cup D) \leq 1$, on obtient $P(E \cap D) \geq 0,1$ ✓
- **Conclusion forcée** : au moins 10 % des clients prennent **les deux** ✓
- **Si 20 % prennent les deux** : $P(E \cup D) = 1,1 - 0,2 = 0,9$ ✓
- **Alors** : 10 % ne prennent ni entrée ni dessert ✓
- **Si tous prennent au moins l'un des deux** : $P(E \cup D) = 1$, donc $P(E \cap D) = 0,1$ exactement ✓
- **Détail** : $0,6 + 0,5 - 0,1 = 1$ ✓
- **Bornes de l'intersection** : $P(E \cap D) \in [0,1 ; 0,5]$ ✓
- **Borne haute expliquée** : l'intersection ne peut dépasser le plus petit des deux, soit 0,5 ✓
- **Cas extrême haut** : si tous ceux qui prennent un dessert prennent aussi une entrée, alors $P(E \cup D) = 0,6$ ✓
- **Leçon** : sans l'information sur l'intersection, on ne peut qu'**encadrer** la réponse, pas la calculer ✓

Réponse. On ne peut pas additionner : $P(E \cup D) = 1,1 - P(E \cap D)$, et l'intersection vaut nécessairement entre 0,1 et 0,5.

Correction de l'exercice 9 - Loi de probabilité et événements

- **Condition fondamentale** : la somme des probabilités vaut 1 ✓
- **Équation** : $0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,25 + p = 1$ ✓
- **Somme connue** : 0,85 ✓
- **Donc** :

$$p = 1 - 0,85 = 0,15$$

- **Contrôle** : $0,1 + 0,2 + 0,3 + 0,25 + 0,15 = 1$ ✓

- **Résultat pair** : 2 ou 4 ✓
- **Calcul** : $0,2 + 0,25 = 0,45$ ✓
- **Résultat ≥ 3** : 3, 4 ou 5 ✓
- **Calcul** : $0,3 + 0,25 + 0,15 = 0,70$ ✓
- **Contrôle par le contraire** : $1 - (0,1 + 0,2) = 0,7$ ✓
- **Pair ou ≥ 3** : les résultats 2, 3, 4, 5 ✓
- **Calcul direct** : $1 - 0,1 = 0,9$ ✓
- **Contrôle par la formule** : $0,45 + 0,70 - P(\text{pair et } \geq 3)$, avec « pair et ≥ 3 » réduit au seul 4, de probabilité 0,25 ✓
- **Détail** : $0,45 + 0,70 - 0,25 = 0,90$ ✓
- **Résultat le plus probable** : 3, avec 0,3 ✓
- **Roue truquée ?** Une roue équilibrée à 5 secteurs donnerait 0,2 partout — ce n'est pas le cas ici ✓

Réponse. $p = 0,15$; $P(\text{pair}) = 0,45$ et $P(\geq 3) = 0,70$.

Correction de l'exercice 10 - Trois événements

- **Piques** : 8 cartes, donc $P(A) = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$ ✓
- **Rois** : 4 cartes, donc $P(B) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ ✓
- **Figures** : 3 par couleur, soit 12 cartes, donc $P(C) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ ✓
- $A \cap B$: le roi de pique, donc $\frac{1}{32}$ ✓
- **Réunion** :

$$P(A \cup B) = \frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$$

- **Vérification** : 8 piques plus 3 rois non piques, soit 11 cartes ✓
- $B \cap C$: tout roi **est** une figure, donc $B \cap C = B$ ✓
- **Donc** : $P(B \cap C) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$ ✓
- **Inclusion** : $B \subset C$ ✓
- **Conséquence** : $P(B \cup C) = P(C) = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$ ✓
- **Contraire de C** : $32 - 12 = 20$ cartes (les 7, 8, 9, 10 et as de chaque couleur) ✓
- **Calcul** : $P(\overline{C}) = \frac{20}{32} = \frac{5}{8}$ ✓
- **Contrôle** : $\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = 1$ ✓
- **Détail du comptage** : 5 valeurs non-figures par couleur, soit $5 \times 4 = 20$ ✓
- **Remarque utile** : quand un événement est **inclus** dans un autre, la formule de la réunion se simplifie ✓

Réponse. $P(A \cup B) = \frac{11}{32}$, $P(B \cap C) = \frac{1}{8}$ et $P(\overline{C}) = \frac{5}{8}$.

Correction de l'exercice 11 - Encadrer une intersection

- **Borne haute de l'intersection** : $A \cap B \subset A$ et $A \cap B \subset B$ ✓
- **Donc** : $P(A \cap B) \leq \min(0,7; 0,6) = 0,6$ ✓
- **Borne basse** : de $P(A \cup B) \leq 1$ et de la formule de la réunion,

$$P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \geq 0,7 + 0,6 - 1 = 0,3$$

- **Encadrement de l'intersection** : $0,3 \leq P(A \cap B) \leq 0,6$ ✓
- **Réunion** : $P(A \cup B) = 1,3 - P(A \cap B)$ ✓
- **Borne haute** : avec $P(A \cap B) = 0,3$, on obtient $P(A \cup B) = 1$ ✓
- **Borne basse** : avec $P(A \cap B) = 0,6$, on obtient $P(A \cup B) = 0,7$ ✓
- **Encadrement de la réunion** : $0,7 \leq P(A \cup B) \leq 1$ ✓
- **Autre lecture de la borne basse** : $P(A \cup B) \geq \max(0,7; 0,6) = 0,7$ ✓
- **Cas de la borne basse atteinte** : $B \subset A$ ✓
- **Cas de la borne haute atteinte** : $A \cup B$ recouvre tout l'univers ✓
- **Conclusion importante** : A et B **ne peuvent pas** être incompatibles ✓
- **Justification** : cela exigerait $P(A) + P(B) = 1,3 \leq 1$, ce qui est faux ✓
- **Règle générale** : deux événements de probabilités dont la somme dépasse 1 se **rencontrent nécessairement** ✓
- **Contrôle d'un cas concret** : si $P(A \cap B) = 0,45$, alors $P(A \cup B) = 0,85$ et « aucun des deux » vaut $0,15$ ✓

Réponse. $0,3 \leq P(A \cap B) \leq 0,6$ et $0,7 \leq P(A \cup B) \leq 1$: ils ne peuvent pas être incompatibles.

Correction de l'exercice 12 - Deux dés et deux événements

- **Somme paire** : les deux dés sont de même parité ✓
- **Comptage** : 3×3 couples pairs-pairs, plus 3×3 impairs-impairs, soit 18 ✓
- **Donc** : $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ ✓
- **Au moins un 6** : le contraire est « aucun 6 », soit $5 \times 5 = 25$ couples ✓
- **Donc** : $P(B) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$ ✓
- $A \cap B$: somme paire **et** au moins un 6, donc l'autre dé est pair ✓
- **Liste** : $(6; 2)$, $(6; 4)$, $(6; 6)$, $(2; 6)$, $(4; 6)$ ✓
- **Comptage** : 5 couples ✓
- **Donc** : $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ ✓
- **Réunion** :

$$P(A \cup B) = \frac{18}{36} + \frac{11}{36} - \frac{5}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$$
- **Contrôle par le contraire** : « somme impaire et aucun 6 » ✓
- **Comptage** : somme impaire signifie un pair et un impair ; avec le pair pris dans $\{2; 4\}$, on a $2 \times 3 \times 2 = 12$ couples ✓
- **Contrôle** : $1 - \frac{12}{36} = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ ✓
- **Piège du dénombrement** : ne pas compter $(6; 6)$ deux fois dans « au moins un 6 » ✓
- **Contrôle du comptage de B** : 6 couples avec le premier dé à 6, plus 6 avec le second, moins 1 pour le doublon, soit 11 ✓

Réponse. $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{11}{36}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{36}$ et $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$.

Correction de l'exercice 13 - Sondage sur trois langues

- **Notations** : A pour anglais, E pour espagnol ✓
- **Probabilités** : $P(A) = \frac{320}{500} = 0,64$ et $P(E) = \frac{180}{500} = 0,36$ ✓
- **Intersection** : $P(A \cap E) = \frac{110}{500} = 0,22$ ✓

— **Réunion :**

$$P(A \cup E) = 0,64 + 0,36 - 0,22 = 0,78$$

- **Aucune des deux :** $1 - 0,78 = 0,22$ ✓
- **Effectif correspondant :** $0,22 \times 500 = 110$ élèves ✓
- **Coïncidence :** autant d'élèves font les deux langues que n'en font aucune ✓
- **Exactement une :** $0,78 - 0,22 = 0,56$ ✓
- **Effectif :** 280 élèves ✓
- **Anglais seul :** $320 - 110 = 210$ élèves, soit 0,42 ✓
- **Espagnol seul :** $180 - 110 = 70$ élèves, soit 0,14 ✓
- **Contrôle :** $210 + 70 = 280$ ✓
- **Partition complète des 500 élèves :** 210 ; 70 ; 110 ; 110 ✓
- **Contrôle final :** $210 + 70 + 110 + 110 = 500$ ✓
- **Lecture :** près de quatre élèves sur cinq apprennent au moins une de ces deux langues ✓

Réponse. Aucune : 0,22 (110 élèves) · exactement une : 0,56 (280 élèves).

Correction de l'exercice 14 - Événement contraire et « au moins »

- **Nombre d'issues :** $2^4 = 16$ ✓
- **Au moins un pile :** le contraire est « aucun pile », soit *FFFF* ✓
- **Calcul :**

$$P(\text{au moins un pile}) = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16} = 0,9375$$

- **Au moins deux piles :** le contraire est « zéro ou un pile » ✓
- **Zéro pile :** 1 issue ✓
- **Un pile :** 4 issues (le pile peut occuper l'une des quatre positions) ✓
- **Total du contraire :** 5 issues ✓
- **Calcul :**

$$P(\text{au moins deux piles}) = 1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16} = 0,6875$$

- **Loi complète :** $\frac{1}{16} ; \frac{4}{16} ; \frac{6}{16} ; \frac{4}{16} ; \frac{1}{16}$ ✓
- **Contrôle :** $1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$ ✓
- **Vérification directe :** $\frac{6 + 4 + 1}{16} = \frac{11}{16}$ ✓
- **Structure remarquable :** ce sont les coefficients de la 4^e ligne du triangle de Pascal ✓
- **Exactement deux piles :** $\frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0,375$ ✓
- **Cas le plus probable :** exactement deux piles ✓
- **Règle de méthode :** « au moins » appelle presque toujours le passage par le contraire ✓

Réponse. $P(\text{au moins un pile}) = \frac{15}{16}$ et $P(\text{au moins deux piles}) = \frac{11}{16}$.

Correction de l'exercice 15 - Vrai ou faux

a) **Faux** ✓

- **Raison :** la formule exige de retirer $P(A \cap B)$, qui n'est pas donnée ✓

- **Contre-exemple** : si $A \subset B$, alors $P(A \cup B) = 0,5$ ✓
- **Encadrement correct** : $0,5 \leq P(A \cup B) \leq 0,9$ ✓
- **Égalité à 0,9** : seulement si A et B sont incompatibles ✓

b) **Vrai** ✓

- **Raison** : si $A \cap B = \emptyset$, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ ✓
- **Conclusion** : comme toute probabilité est ≤ 1 , on a bien $P(A) + P(B) \leq 1$ ✓
- **Conséquence pratique** : deux événements de probabilités 0,7 et 0,6 ne peuvent pas être incompatibles ✓

c) **Vrai** ✓

- **Raison** : de la formule générale, $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0$ ✓
- **Interprétation** : un événement de probabilité nulle ✓
- **Nuance importante** : cela n'impose pas littéralement $A \cap B = \emptyset$, mais en probabilités finies équiprobables, une intersection de probabilité nulle est bien vide ✓

d) **Vrai** ✓

- **Raison** : A et $\bar{A}$ ne peuvent pas se produire ensemble ✓
- **Donc** : $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ✓
- **Propriété supplémentaire** : ils vérifient aussi $P(A) + P(\bar{A}) = 1$ ✓
- **Réciproque fausse** : deux événements incompatibles ne sont pas nécessairement contraires ✓
- **Contre-exemple** : avec un dé, $\{1\}$ et $\{2\}$ sont incompatibles sans être contraires ✓
- **Contrôle** : $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{3} \neq 1$ ✓

Réponse. a) faux · b) vrai · c) vrai · d) vrai (mais la réciproque est fausse).

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : contrôle qualité de deux défauts

a) **Notations** : E pour défaut d'écran, B pour défaut de batterie ✓

- **Données** : $P(E) = 0,06$, $P(B) = 0,04$, $P(E \cap B) = 0,015$ ✓
- **Formule de la réunion** :

$$P(E \cup B) = 0,06 + 0,04 - 0,015 = 0,085$$

- **Lecture** : 8,5 % des tablettes ont au moins un défaut ✓
- **Erreur à éviter** : annoncer 10 % en oubliant l'intersection ✓

b) **Tablette parfaite** : c'est le contraire de la réunion ✓

— **Calcul** :

$$P(\overline{E \cup B}) = 1 - 0,085 = 0,915$$

- **Lecture** : 91,5 % de la production est conforme ✓

c) **Exactement un défaut** : $P(E \cup B) - P(E \cap B)$ ✓

- **Calcul** : $0,085 - 0,015 = 0,070$ ✓
- **Écran seul** : $0,06 - 0,015 = 0,045$ ✓
- **Batterie seule** : $0,04 - 0,015 = 0,025$ ✓
- **Contrôle** : $0,045 + 0,025 = 0,070$ ✓
- **Partition complète** : $0,045 + 0,025 + 0,015 + 0,915 = 1$ ✓

d) **Retours pour deux défauts** : $0,015 \times 8000 = 120$ tablettes ✓

- **Retours pour tout défaut** : $0,085 \times 8000 = 680$ tablettes ✓

- **Rapport** : $\frac{680}{120} \approx 5,67$ ✓
 - **Détail du second cas** : 360 écrans seuls, 200 batteries seules, 120 doubles ✓
 - **Contrôle** : $360 + 200 + 120 = 680$ ✓
 - **Coût si un retour coûte 45 €** : $120 \times 45 = 5400$ € contre $680 \times 45 = 30\,600$ € ✓
 - **Écart** : 25 200 € ✓
 - **Tablettes conformes** : $0,915 \times 8000 = 7320$ ✓
 - **Contrôle** : $7320 + 680 = 8000$ ✓
 - **Lecture industrielle** : la politique de retour pèse cinq fois plus lourd si tout défaut est pris en charge — d'où l'enjeu de réduire d'abord le défaut d'écran, le plus fréquent ✓
 - **Gain potentiel** : diviser par deux le défaut d'écran (et l'intersection avec lui) ramènerait $P(E \cup B)$ à $0,03 + 0,04 - 0,0075 = 0,0625$, soit 500 retours ✓
- Réponse.** a) $0,085$ · b) $0,915$ · c) $0,070$ · d) 120 retours contre 680 sur 8000 tablettes.