

Plaquette 5 – Problèmes de synthèse : jeux, paris et décisions

Probabilités (introduction) — Seconde

Exercices

Méthode

On mobilise tout le chapitre pour **décider** : un jeu est-il équitable ? Une stratégie est-elle meilleure qu'une autre ? Un raisonnement intuitif tient-il ? Chaque problème se termine par une conclusion argumentée, appuyée sur un **gain moyen** ou une comparaison de probabilités.

Exercice 1 – Un jeu de dé est-il équitable ?

On mise 3 €. On lance un dé : si l'on obtient 6, on reçoit 15 € ; sinon on ne reçoit rien. Le jeu est-il équitable ?

Exercice 2 – Roue de fête foraine

Une roue comporte 10 secteurs égaux : 1 secteur « 20 € », 2 secteurs « 5 € », 3 secteurs « 1 € » et 4 secteurs « rien ». La partie coûte 4 €. Calculer le gain moyen du joueur.

Exercice 3 – Deux stratégies au jeu du dé

Stratégie A : on lance un dé une fois et on gagne si l'on obtient 6. Stratégie B : on lance deux fois et on gagne si l'on obtient au moins un 6. Comparer, puis dire si B est « deux fois meilleure ».

Exercice 4 – Le joueur qui croit à la compensation

Une pièce équilibrée est tombée cinq fois de suite sur face. Un joueur affirme : « pile a maintenant plus de chances de sortir ». Analyser, puis calculer la probabilité d'obtenir face six fois de suite.

Exercice 5 – Contrôle antidopage

Sur 200 sportifs contrôlés, 12 sont positifs. Parmi ces 12, 9 pratiquent l'haltérophilie. Il y a 40 haltérophiles au total. Calculer la probabilité qu'un sportif tiré au hasard soit positif, soit haltérophile, soit les deux, puis commenter.

Exercice 6 – Trois portes

Trois coffres : un seul contient un prix. On en choisit un au hasard. Calculer la probabilité de gagner. Si l'on pouvait ouvrir deux coffres au lieu d'un, quelle serait-elle ?

Exercice 7 – Assurance et sinistres

Un assureur estime que 4 % de ses clients auront un sinistre dans l'année, coûtant en moyenne 2500 €. Il facture une prime de 150 €. Calculer son bénéfice moyen par

client, puis la prime d'équilibre.

Exercice 8 – Deux dés contre un dé

Jeu A : on lance un dé, on gagne si le résultat est au moins 5. Jeu B : on lance deux dés, on gagne si la somme est au moins 10. Lequel choisir ?

Exercice 9 – Tirage au sort d'un binôme

Dans un groupe de 6 élèves dont Léa et Tom, on tire au sort un binôme de 2. Calculer la probabilité que Léa et Tom soient ensemble, puis que Léa soit dans le binôme.

Exercice 10 – Quiz à choix multiples

Un quiz comporte 4 questions à 3 propositions, dont une seule bonne. Un élève répond au hasard. Calculer la probabilité qu'il ait tout bon, puis tout faux, puis au moins une bonne réponse.

Exercice 11 – Deux machines en série

Une chaîne comporte deux machines. La première tombe en panne un jour donné avec une probabilité de 0,05, la seconde de 0,08, indépendamment. La chaîne s'arrête si **au moins une** tombe en panne. Calculer la probabilité d'arrêt.

Exercice 12 – Pari sur deux matchs

Une équipe a 0,6 de chances de gagner son premier match et 0,5 le second, indépendamment. Calculer la probabilité qu'elle gagne les deux, exactement un, aucun.

Exercice 13 – Dé truqué à détecter

Un dé donne les faces 1 à 5 avec la probabilité 0,15 chacune, et le 6 avec la probabilité restante. Déterminer $P(6)$, puis dire si le dé favorise ou défavorise le 6.

Exercice 14 – Le paradoxe des deux enfants

Une famille a deux enfants. On apprend qu'au moins l'un des deux est une fille. Sachant cela, dénombrer les cas et dire s'il y a une chance sur deux que l'autre soit un garçon.

Exercice 15 – Choisir entre deux urnes

L'urne U_1 contient 5 boules gagnantes sur 8 ; l'urne U_2 en contient 7 sur 12. On tire une boule dans l'urne de son choix. Laquelle choisir ? Et si l'on choisissait l'urne au hasard ?

Exercice 16 – Synthèse : une tombola de club

Un club vend 500 billets à 5 € pour une tombola. Les lots sont : 1 vélo (600 €), 4 bons d'achat (50 € chacun) et 20 places de cinéma (10 € chacune).

- a) Calculer la probabilité de gagner un lot avec un billet.
- b) Calculer le gain moyen d'un acheteur d'un billet.
- c) Quel bénéfice le club réalise-t-il ?
- d) Combien de billets faudrait-il acheter pour avoir plus d'une chance sur deux de gagner un lot ?