

Plaquette 5 - Problèmes de synthèse :
sport, santé et environnement
Statistiques descriptives — Seconde
 Corrections détaillées

Boîte à outils

Tous les indicateurs en une page.

$$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} \quad V = \overline{x^2} - (\bar{x})^2 \quad \sigma = \sqrt{V}$$

Question posée	Indicateur à choisir
« valeur typique », série symétrique	moyenne
« valeur typique », valeurs extrêmes présentes	médiane
« régularité d'un procédé »	écart-type
« écart entre les gros et les petits »	quartiles, écart interquartile
« comparer deux unités différentes »	coefficient de variation

Choisir moyenne ou médiane.

- $\bar{x} \approx \text{Méd}$: série à peu près symétrique, les deux se valent.
- $\bar{x} > \text{Méd}$: queue vers les grandes valeurs — la médiane décrit mieux le cas courant.
- $\bar{x} < \text{Méd}$: queue vers les petites valeurs.

Deux réflexes de rédaction.

- Toujours donner l'**unité** et préciser l'**arrondi**.
- Conclure par une phrase de contexte, pas par un nombre nu.

Moyennes pondérées et moyennes de sous-groupes.

$$\bar{x} = \frac{n_1 \bar{x}_1 + n_2 \bar{x}_2 + \dots}{n_1 + n_2 + \dots}$$

Ce n'est jamais la moyenne des moyennes, sauf si tous les effectifs sont égaux.

Contrôles systématiques.

- $\min \leq Q_1 \leq \text{Méd} \leq Q_3 \leq \max$;
- $\bar{x}$ est comprise entre le minimum et le maximum ;
- la somme des fréquences vaut 1 ;
- $V \geq 0$.

Correction de l'exercice 1 - Temps de course d'un club

- **Effectif** : $N = 11$, impair ✓
- **Médiane** : la 6^e valeur, soit 45 min ✓
- **Somme** : $38 + 39 + 41 + 42 + 43 + 45 + 46 + 48 + 50 + 53 + 71 = 516$ ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{516}{11} \approx 46,91 \text{ min}$$

- **Comparaison** : $\bar{x} \approx 46,9 > \text{Méd} = 45$ ✓
- **Cause de l'écart** : le temps de 71 min, très isolé ✓
- **Quartiles** : rang 2,75 $\rightarrow Q_1 = 41$ et rang 8,25 $\rightarrow Q_3 = 50$ ✓
- **Écart interquartile** : 9 min ✓
- **Seuils d'aberrance** : $41 - 13,5 = 27,5$ et $50 + 13,5 = 63,5$ ✓
- **Verdict** : $71 > 63,5$, le dernier temps est **aberrant** ✓
- **Sans ce coureur** : somme 445 pour 10 coureurs, soit une moyenne de 44,5 min ✓
- **Contrôle** : la moyenne chute de 2,41 min, la médiane seulement de 1 min (elle passe à 44) ✓
- **Indicateur retenu** : la **médiane** de 45 min ✓
- **Phrase de conclusion** : « la moitié du club court le 10 km en moins de 45 minutes » ✓

Réponse. La médiane, 45 min : la moyenne ($\approx 46,91$) est déformée par le temps aberrant de 71 min.

Correction de l'exercice 2 - Deux sauteurs en longueur

- **Somme pour A** : $6,10 + 6,20 + 6,15 + 6,25 + 6,10 + 6,20 = 37,00$ ✓
- **Moyenne de A** : $\frac{37}{6} \approx 6,167$ m ✓
- **Somme pour B** : $5,50 + 6,80 + 5,90 + 6,60 + 6,00 + 6,20 = 37,00$ ✓
- **Moyenne de B** : $\frac{37}{6} \approx 6,167$ m — **identique** ✓
- **Étendue de A** : $6,25 - 6,10 = 0,15$ m ✓
- **Étendue de B** : $6,80 - 5,50 = 1,30$ m ✓
- **Écart-type de A** : $\approx 0,055$ m ✓
- **Écart-type de B** : $\approx 0,435$ m ✓
- **Rapport** : environ 7,9 — B est bien plus irrégulier ✓
- **Meilleur essai** : 6,25 m pour A contre 6,80 m pour B ✓
- **Choix pour une finale au meilleur essai** : **B**, car seul un grand saut compte ✓
- **Choix pour un concours à la moyenne** : **A**, car sa régularité garantit le résultat ✓
- **Nombre de sauts au-dessus de 6,20 m** : 2 pour A (dont un à 6,25) contre 2 pour B ✓
- **Argument décisif** : à moyenne égale, c'est la **dispersion** qui dicte le choix selon la règle du concours ✓

Réponse. Même moyenne ($\approx 6,17$ m) : B pour un concours au meilleur essai, A pour un concours à la moyenne.

Correction de l'exercice 3 - Fréquences cardiaques

- **Somme** : 1420 bpm ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{1420}{20} = 71 \text{ bpm}$$

- **Médiane** : rangs 10 et 11, valeurs 70 et 70, donc 70 bpm ✓
- Q_1 : rang 5, valeur 64 bpm ✓
- Q_3 : rang 15, valeur 75 bpm ✓
- **Résumé** : 58 ; 64 ; 70 ; 75 ; 95 ✓
- **Écart interquartile** : 11 bpm ✓
- **Étendue** : 37 bpm ✓

- **Écart-type** : $\approx 8,64$ bpm ✓
- **Seuils d'aberrance** : $64 - 16,5 = 47,5$ et $75 + 16,5 = 91,5$ ✓
- **Valeur suspecte** : $95 > 91,5$ ✓
- **Interprétation médicale** : une valeur de 95 bpm au repos mérite une reprise de mesure ✓
- **Élèves dans l'intervalle** $[\bar{x} - \sigma; \bar{x} + \sigma] = [62,4; 79,6]$: 14 sur 20 ✓
- **Proportion** : 70 % ✓
- **Conclusion** : la classe a une fréquence cardiaque typique de 70 bpm, dans la norme, avec un cas isolé à surveiller ✓

Réponse. $\bar{x} = 71$ bpm, résumé 58 ; 64 ; 70 ; 75 ; 95, $\sigma \approx 8,64$; la valeur 95 est aberrante.

Correction de l'exercice 4 - Températures de deux villes

- **Somme pour A** : $3 + 4 + 7 + 10 + 14 + 18 + 20 + 20 + 16 + 12 + 7 + 4 = 135$ ✓
- **Moyenne de A** : $\frac{135}{12} = 11,25$ °C ✓
- **Somme pour B** : $10 + 10 + 12 + 13 + 15 + 17 + 18 + 18 + 16 + 14 + 12 + 10 = 165$ ✓
- **Moyenne de B** : $\frac{165}{12} = 13,75$ °C ✓
- **Amplitude annuelle de A** : $20 - 3 = 17$ °C ✓
- **Amplitude annuelle de B** : $18 - 10 = 8$ °C ✓
- **Écart-type de A** : $\approx 6,06$ °C ✓
- **Écart-type de B** : $\approx 2,92$ °C ✓
- **Rapport des écarts-types** : environ 2,1 ✓
- **Classification** : A présente un climat **continental** (fort contraste saisonnier), B un climat **océanique** ✓
- **Mois au-dessus de 15 °C pour A** : 4 (juin à septembre) ✓
- **Pour B** : 4 également ✓
- **Différence de ressenti** : B est plus douce en hiver (10 contre 3 °C) et moins chaude en été (18 contre 20 °C) ✓
- **Médianes** : 11 °C pour A et 13,5 °C pour B ✓
- **Conclusion** : B est à la fois plus chaude **en moyenne** et beaucoup plus **régulière** ✓

Réponse. A : 11,25 °C et amplitude 17 °C · B : 13,75 °C et amplitude 8 °C — B est plus douce et bien plus régulière.

Correction de l'exercice 5 - Consommation d'eau d'un immeuble

- **Contrôle de l'effectif** : $4 + 9 + 7 + 3 + 2 = 25$ ✓
- **Centres** : 25 ; 75 ; 125 ; 175 ; 225 ✓
- **Somme pondérée** :

$$4 \times 25 + 9 \times 75 + 7 \times 125 + 3 \times 175 + 2 \times 225$$
- **Détail** : $100 + 675 + 875 + 525 + 450 = 2625$ ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{2625}{25} = 105 \text{ m}^3$$
- **Effectifs cumulés** : 4 ; 13 ; 20 ; 23 ; 25 ✓
- **Rang médian** : $\frac{25}{2} = 12,5$ ✓
- **Classe médiane** : $4 < 12,5 \leq 13$, donc $[50; 100[$ ✓
- **Interpolation** :

$$\text{Méd} \approx 50 + 50 \times \frac{12,5 - 4}{9} \approx 97,22 \text{ m}^3$$

- **Comparaison** : $105 > 97,2$, la moyenne est tirée vers le haut par les gros consommateurs ✓
- **Consommation totale de l'immeuble** : 2625 m^3 ✓
- **Facture si l'eau coûte 3,80 € le m³** : $2625 \times 3,80 = 9975 \text{ €}$ ✓
- **Coût moyen par logement** : $\frac{9975}{25} = 399 \text{ €}$ ✓
- **Part des deux plus gros consommateurs** : $\frac{450}{2625} \approx 17,1 \%$ pour 8 % des logements ✓

Réponse. $\bar{x} = 105 \text{ m}^3$ et Méd $\approx 97,22 \text{ m}^3$ (facture totale 9975 € à 3,80 €/m³).

Correction de l'exercice 6 - Deux groupes de TP

- **Somme du premier groupe** : $14 \times 12,5 = 175$ ✓
- **Somme du second groupe** : $18 \times 10,5 = 189$ ✓
- **Somme totale** : $175 + 189 = 364$ ✓
- **Moyenne générale** :

$$\bar{x} = \frac{364}{32} = 11,375$$

- **Contrôle de vraisemblance** : $10,5 < 11,375 < 12,5$ ✓
- **Position** : plus proche de 10,5, puisque le groupe de 18 est le plus nombreux ✓
- **Piège** : la moyenne des moyennes vaudrait $11,5 \neq 11,375$ ✓
- **Objectif** : une moyenne générale de 12 exige une somme de $32 \times 12 = 384$ ✓
- **Somme manquante** : $384 - 364 = 20$ points ✓
- **Nouvelle somme pour le second groupe** : $189 + 20 = 209$ ✓
- **Nouvelle moyenne du second groupe** :

$$\frac{209}{18} \approx 11,61$$

- **Hausse nécessaire** : $11,61 - 10,5 \approx 1,11$ point ✓
- **Vérification** : $\frac{175 + 209}{32} = \frac{384}{32} = 12$ ✓
- **Autre lecture** : 20 points à répartir sur 18 élèves, soit $\frac{20}{18} \approx 1,11$ point chacun ✓
- **Contrôle de cohérence** : les deux méthodes donnent le même résultat ✓

Réponse. $\bar{x} = \frac{364}{32} = 11,375$; il faudrait environ +1,11 point au second groupe.

Correction de l'exercice 7 - Notes et coefficients au bac

- **Somme des coefficients** : $16 + 10 + 6 + 8 = 40$ ✓
 - **Somme pondérée** :
- $$16 \times 13 + 10 \times 11 + 6 \times 9 + 8 \times 15$$
- **Détail** : $208 + 110 + 54 + 120 = 492$ ✓
 - **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{492}{40} = 12,3$$

- **Contrôle de vraisemblance** : la moyenne est entre 9 et 15 ✓
- **Poids relatif des maths** : $\frac{16}{40} = 40 \%$ ✓

- **Objectif 13 de moyenne** : il faut une somme pondérée de $40 \times 13 = 520$ ✓
- **Points manquants** : $520 - 492 = 28$ ✓
- **Hausse de la note de maths** : $\frac{28}{16} = 1,75$ point ✓
- **Note de maths requise** :

$$13 + 1,75 = 14,75$$
- **Vérification** : $16 \times 14,75 = 236$, et $\frac{236 + 110 + 54 + 120}{40} = \frac{520}{40} = 13$ ✓
- **Comparaison des leviers** : les mêmes 28 points exigeraient $\frac{28}{6} \approx 4,67$ points en histoire ✓
- **Note d'histoire correspondante** : $9 + 4,67 = 13,67$ ✓
- **Conclusion stratégique** : mieux vaut progresser dans la matière au **fort coefficient** ✓

Réponse. $\bar{x} = 12,3$; il lui faudrait 14,75 en maths.

Correction de l'exercice 8 - Pollution de l'air

- **Somme** : $390 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{390}{15} = 26 \mu\text{g}/\text{m}^3$$
- **Médiane** : $N = 15$ impair, c'est la 8^e valeur, soit $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ✓
- **Comparaison** : $26 > 22$, série étalée vers le haut ✓
- **Dépassement de la recommandation** : $\frac{26 - 20}{20} = 30\%$ au-dessus ✓
- **Jours au-dessus de 20** : 8 sur 15, soit environ $53,3\%$ ✓
- **Jours au-dessus du seuil d'alerte 50** : un seul (62) ✓
- **Proportion** : $\frac{1}{15} \approx 6,7\%$ ✓
- **Quartiles** : rang 3,75 $\rightarrow Q_1 = 16$ et rang 11,25 $\rightarrow Q_3 = 32$ ✓
- **Écart interquartile** : 16 ✓
- **Seuil d'aberrance haut** : $32 + 24 = 56$ ✓
- **Verdict** : la valeur 62 est **aberrante** au sens statistique, mais c'est une **vraie** mesure — elle ne doit surtout pas être écartée ✓
- **Sans ce jour** : moyenne $\frac{328}{14} \approx 23,43 \mu\text{g}/\text{m}^3$, toujours au-dessus de 20 ✓
- **Conclusion** : le dépassement de la recommandation ne tient **pas** au seul pic — il est structurel ✓
- **Phrase de rapport** : « sur 15 jours, la concentration médiane est de $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$, la moyenne de 26, et un jour a dépassé le seuil d'alerte » ✓

Réponse. $\bar{x} = 26$ et Méd = $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$; un jour au-dessus du seuil, et le dépassement de la recommandation subsiste sans lui ($\approx 23,43$).

Correction de l'exercice 9 - Durée de vie d'ampoules

- **Durée moyenne** : F_2 l'emporte, $1500 > 1200$ h ✓
- **Régularité** : F_1 l'emporte, $100 < 400$ h ✓
- **Coefficient de variation de F_1** : $\frac{100}{1200} \approx 8,3\%$ ✓
- **Coefficient de variation de F_2** : $\frac{400}{1500} \approx 26,7\%$ ✓

- **Rapport** : F_2 est plus de trois fois plus irrégulier en relatif ✓
- **Intervalle** $\bar{x} \pm 2\sigma$ pour F_1 : [1000 ; 1400] h ✓
- **Intervalle** $\bar{x} \pm 2\sigma$ pour F_2 : [700 ; 2300] h ✓
- **Lecture** : avec F_2 , certaines ampoules peuvent lâcher avant 700 h ✓
- **Conseil à l'hôpital** : F_1 , car la maintenance se planifie sur la borne **basse** ✓
- **Borne basse comparée** : 1000 h garanties en pratique avec F_1 contre 700 h avec F_2 ✓
- **Conseil au particulier** : F_2 , dont l'espérance de durée est supérieure de 300 h ✓
- **Gain relatif** : $\frac{300}{1200} = 25\%$ ✓
- **Compromis idéal** : une moyenne de 1500 h avec un écart-type de 100 h — possible techniquement, mais plus cher ✓
- **Leçon générale** : le bon choix dépend du **critère de décision**, pas de la seule moyenne ✓

Réponse. F_1 pour l'hôpital ($CV \approx 8,3\%$, plancher 1000 h) et F_2 pour le particulier (+25 % de durée moyenne).

Correction de l'exercice 10 - Retards de train

- **Contrôle de l'effectif** : $12 + 6 + 5 + 4 + 2 + 1 = 30$ ✓
- **Somme pondérée** :

$$0 \times 12 + 2 \times 6 + 5 \times 5 + 10 \times 4 + 30 \times 2 + 90 \times 1$$
- **Détail** : $0 + 12 + 25 + 40 + 60 + 90 = 227$ ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{227}{30} \approx 7,57 \text{ min}$$
- **Effectifs cumulés** : 12 ; 18 ; 23 ; 27 ; 29 ; 30 ✓
- **Médiane** : $N = 30$, on prend les rangs 15 et 16, tous deux dans la valeur 2 ✓
- **Donc** : Méd = 2 min ✓
- **Trains à l'heure** : $\frac{12}{30} = 40\%$ ✓
- **Trains avec moins de 5 min de retard** : $\frac{18}{30} = 60\%$ ✓
- **Trains avec au plus 10 min** : $\frac{27}{30} = 90\%$ ✓
- **Écart moyenne-médiane** : 7,57 contre 2, un rapport de près de 4 ✓
- **Poids du seul train à 90 min** : $\frac{90}{227} \approx 39,6\%$ de la somme des retards pour 3,3 % des trains ✓
- **Sans ce train** : moyenne $\frac{137}{29} \approx 4,72$ min ✓
- **Communication de la compagnie** : elle annoncera « 90 % des trains arrivent avec moins de 10 minutes de retard » ✓
- **Communication des usagers** : ils retiendront le retard **moyen** de 7,6 min, ou le train de 90 min ✓
- **Indicateur le plus informatif** : la répartition complète, et non un seul nombre ✓

Réponse. $\bar{x} \approx 7,57$ min, Méd = 2 min, 40 % de trains à l'heure et 90 % sous 10 min.

Correction de l'exercice 11 - Poids de paquets de café

- **Somme** : $248 + 249 + 250 + 251 + 252 + 248 + 250 + 253 + 247 + 252 = 2500$ ✓

— **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{2500}{10} = 250 \text{ g}$$

- **Première condition** : moyenne $\geq 250 \text{ g}$ — **respectée** (égalité) ✓
 - **Écarts à 250** : $-2 ; -1 ; 0 ; +1 ; +2 ; -2 ; 0 ; +3 ; -3 ; +2$ ✓
 - **Contrôle** : la somme des écarts vaut 0 ✓
 - **Écart le plus grand en valeur absolue** : 3 g ✓
 - **Seconde condition** : tous les écarts sont dans $[-5 ; 5]$ — **respectée** ✓
 - **Conclusion** : le lot est **conforme** ✓
 - **Carrés des écarts** : 4 ; 1 ; 0 ; 1 ; 4 ; 4 ; 0 ; 9 ; 9 ; 4, de somme 36 ✓
 - **Variance** : $\frac{36}{10} = 3,6 \text{ g}^2$ ✓
 - **Écart-type** : $\sigma = \sqrt{3,6} \approx 1,90 \text{ g}$ ✓
 - **Marge de sécurité** : la tolérance de 5 g représente $\frac{5}{1,897} \approx 2,6$ écarts-types ✓
 - **Lecture** : le procédé est confortablement dans les limites ✓
 - **Médiane** : rangs 5 et 6 de la série ordonnée 247 ; 248 ; 248 ; 249 ; 250 ; 250 ; 251 ; 252 ; 252 ; 253, soit 250 g ✓
 - **Risque résiduel** : la moyenne est **exactement** à la limite ; un léger dérèglement à la baisse rendrait le lot non conforme, d'où l'usage industriel de viser 251 g ✓
- Réponse.** Oui : $\bar{x} = 250 \text{ g}$ et l'écart maximal est de 3 g (< 5), avec $\sigma \approx 1,90 \text{ g}$.

Correction de l'exercice 12 - Évolution d'une moyenne de classe

- **Somme actuelle** : $3 \times 11 = 33$ ✓
- **Pour une moyenne de 12 sur 4 devoirs** : somme requise $4 \times 12 = 48$ ✓
- **Note nécessaire** :

$$48 - 33 = 15$$
- **Vérification** : $\frac{33 + 15}{4} = \frac{48}{4} = 12$ ✓
- **Pour une moyenne de 13** : somme requise $4 \times 13 = 52$ ✓
- **Note nécessaire** :

$$52 - 33 = 19$$
- **Vérification** : $\frac{33 + 19}{4} = \frac{52}{4} = 13$ ✓
- **Lecture du mécanisme** : gagner 1 point de moyenne sur 4 devoirs exige 4 points sur le dernier ✓
- **Contrôle** : $19 - 15 = 4$ ✓
- **Formule générale** : pour passer de $\bar{x}$ à m en $N + 1$ devoirs, la note requise est $v = (N + 1)m - N\bar{x}$ ✓
- **Contrôle avec la formule** : $4 \times 12 - 3 \times 11 = 48 - 33 = 15$ ✓
- **Limite** : atteindre 14 exigerait $4 \times 14 - 33 = 23 > 20$, donc **impossible** ✓
- **Moyenne maximale atteignable** : avec 20 au dernier devoir, $\frac{53}{4} = 13,25$ ✓
- **Conclusion** : viser 13 est jouable, viser 14 ne l'est pas ✓

Réponse. 15 pour atteindre 12, 19 pour atteindre 13 ; 14 est hors d'atteinte (maximum 13,25).

Correction de l'exercice 13 - Rendements agricoles

- **Somme pour P_1** : $6,0 + 6,4 + 5,8 + 6,2 + 6,1 = 30,5$ ✓
- **Moyenne de P_1** : $\frac{30,5}{5} = 6,1$ t/ha ✓
- **Somme pour P_2** : $7,5 + 4,0 + 8,0 + 5,5 + 6,5 = 31,5$ ✓
- **Moyenne de P_2** : $\frac{31,5}{5} = 6,3$ t/ha ✓
- **Premier constat** : P_2 a la meilleure moyenne ✓
- **Écart-type de P_1** : $\approx 0,2$ t/ha ✓
- **Écart-type de P_2** : $\approx 1,43$ t/ha ✓
- **Minimum de P_1** : $5,8$ t/ha ✓
- **Minimum de P_2** : $4,0$ t/ha ✓
- **Critère du prêt** : au moins $5,5$ t/ha **chaque** année ✓
- **Pour P_1** : les 5 années sont au-dessus de $5,5$ ✓
- **Pour P_2** : une année à $4,0$ t/ha, donc **échec** ✓
- **Contrôle** : $\frac{1}{5} = 20\%$ des années en défaut pour P_2 ✓
- **Conseil** : choisir P_1 , malgré sa moyenne inférieure de $0,2$ t/ha ✓
- **Argument décisif** : le prêt impose une **contrainte annuelle**, pas une contrainte de moyenne — c'est donc la **borne basse** qui décide ✓
- **Perte moyenne acceptée** : $\frac{0,2}{6,3} \approx 3,2\%$ de rendement pour supprimer tout risque de défaut ✓

Réponse. P_1 : moyenne un peu plus faible ($6,1$ contre $6,3$) mais minimum $5,8 > 5,5$, alors que P_2 tombe à $4,0$.

Correction de l'exercice 14 - Sondage et échantillons de tailles inégales

- **Taux en ville** : $\frac{72}{150} = 0,48 = 48\%$ ✓
- **Taux à la campagne** : $\frac{30}{50} = 0,6 = 60\%$ ✓
- **Total des favorables** : $72 + 30 = 102$ ✓
- **Total des interrogés** : $150 + 50 = 200$ ✓
- **Taux global** :

$$\frac{102}{200} = 0,51 = 51\%$$
- **Moyenne simple des deux taux** : $\frac{48 + 60}{2} = 54\% \neq 51\%$ ✓
- **Explication** : la ville pèse $\frac{150}{200} = 75\%$ de l'échantillon ✓
- **Calcul pondéré** : $0,75 \times 48 + 0,25 \times 60 = 36 + 15 = 51\%$ ✓
- **Cohérence** : on retrouve bien 51% ✓
- **Règle** : un taux global est une moyenne **pondérée** par les effectifs ✓
- **Position** : $48 < 51 < 60$, plus proche du taux de la ville ✓
- **Si les deux échantillons étaient de 100** : le taux global serait exactement 54% ✓
- **Risque de représentativité** : si la population réelle est à 50% urbaine, l'échantillon **surreprésente** la ville ✓
- **Redressement** : en pondérant à parts égales, l'estimation remonterait à 54% ✓
- **Leçon** : la pondération d'un sondage change le résultat de 3 points — d'où l'importance des méthodes de redressement ✓

Réponse. 51 % au global, contre 54 % pour la moyenne des deux taux : la ville pèse 75 % de l'échantillon.

Correction de l'exercice 15 - Choisir entre trois logements

- **Médianes** : 650 ; 700 ; 660 € ✓
- **Écarts interquartiles** : 100 ; 360 ; 40 € ✓
- **Étendues** : 400 ; 750 ; 120 € ✓
- **Quartier A** : la médiane vaut exactement 650 €, donc environ 50 % des logements sont dans le budget ✓
- **Quartier B** : $Q_1 = 520$ et Méd = 700, donc entre 25 % et 50 % des logements sont sous 650 € ✓
- **Quartier C** : $Q_1 = 640$ et Méd = 660, donc entre 25 % et 50 % sont sous 650 € — mais très serrés autour ✓
- **Minimum par quartier** : 500 ; 450 ; 600 € ✓
- **Meilleure aubaine possible** : B, avec 450 € ✓
- **Risque de B** : la moitié des loyers dépasse 700 €, et le quart supérieur va jusqu'à 1200 € ✓
- **Nombre de visites nécessaires** : en A, une annonce sur deux convient ✓
- **En C** : les loyers sont tous entre 600 et 720 €, la recherche est donc **prévisible** mais l'offre sous 650 € reste mince ✓
- **Conseil principal** : chercher en A, où la moitié du marché est dans le budget avec une dispersion modérée ✓
- **Conseil secondaire** : surveiller B pour une bonne affaire, en acceptant beaucoup de visites ✓
- **À écarter** : C, dont le Q_1 à 640 € laisse très peu de marge ✓
- **Contrôle de cohérence des trois résumés** : dans chacun,
 $\min \leq Q_1 \leq \text{Méd} \leq Q_3 \leq \max$ ✓

Réponse. En A : sa médiane vaut exactement 650 €, donc la moitié du marché tient dans le budget, avec une dispersion modérée.

Correction de l'exercice 16 - Synthèse : bilan d'une saison sportive

a) **Somme** : 1480 points ✓

- **Détail par paquets de cinq** : $(52 + 58 + 61 + 63 + 65) = 299$;
 $(67 + 68 + 70 + 71 + 72) = 348$; $(74 + 75 + 77 + 78 + 80) = 384$;
 $(82 + 85 + 88 + 92 + 102) = 449$ ✓
- **Contrôle** : $299 + 348 + 384 + 449 = 1480$ ✓
- **Moyenne** :

$$\bar{x} = \frac{1480}{20} = 74 \text{ points}$$

- **Médiane** : rangs 10 et 11, valeurs 72 et 74, donc Méd = 73 ✓
- Q_1 : rang 5, valeur 65 ✓
- Q_3 : rang 15, valeur 80 ✓
- **Résumé** : 52 ; 65 ; 73 ; 80 ; 102 ✓
- **Écart interquartile** : 15 points ✓

b) **Somme des carrés** : 112 296 ✓

- **Moyenne des carrés** : $\frac{112\,296}{20} = 5614,8$ ✓

— **Variance par König-Huygens :**

$$V = 5614,8 - 74^2 = 5614,8 - 5476 = 138,8$$

— **Écart-type :**

$$\sigma = \sqrt{138,8} \approx 11,78 \text{ points}$$

— **Contrôle de signe :** $V > 0$ ✓— **Contrôle de vraisemblance :** $\sigma \approx 11,8$ est bien inférieur à l'étendue 50 ✓c) **Matches à au moins 75 points :** 75 ; 77 ; 78 ; 80 ; 82 ; 85 ; 88 ; 92 ; 102 ✓— **Comptage :** 9 matches ✓— **Bilan :** 9 victoires et 11 défaites ✓— **Taux de victoire :** $\frac{9}{20} = 45\%$ ✓— **Lien avec la médiane :** Méd = 73 < 75, ce qui confirme moins d'une victoire sur deux ✓— **Marge d'amélioration :** 3 matches perdus l'ont été à 72, 74 et 74 — soit à 1 à 3 points près ✓— **Portée :** gagner ces trois matches porterait le bilan à 12 victoires, soit 60% ✓d) **Objectif :** 76 points de moyenne ✓— **Progression en points :** $76 - 74 = 2$ points par match ✓— **Progression en pourcentage :**

$$\frac{76 - 74}{74} \approx 0,027 = 2,7\%$$

— **Total de points sur la saison :** $20 \times 76 = 1520$ contre 1480, soit 40 points de plus ✓— **Contrôle :** $\frac{40}{1480} \approx 2,7\%$ ✓— **Lecture encourageante :** une progression de 2,7% est modeste ✓— **Effet sur le bilan :** avec +2 points à chaque match, les rencontres perdues à 74 et 74 basculeraient, portant le bilan à 11 victoires ✓— **Conclusion :** 2 points par match valent près de 2 victoires supplémentaires, tant les matchs sont serrés autour du seuil ✓— **Recommandation complémentaire :** réduire l'écart-type (11,78) serait aussi payant, les défaites venant surtout des matchs à faible score ✓

Réponse. a) $\bar{x} = 74$, Méd = 73, résumé 52 ; 65 ; 73 ; 80 ; 102 · b) $\sigma \approx 11,78$ · c) 9 victoires sur 20 (45%) · d) +2,7%.