MATHÉMATIQUES

Statistiques descriptives

Seconde

Moyenne • Linéarité • Médiane • Quartiles • Écart type • Écart interquartile
Classes • Histogramme • Fréquences
cumulées • Classe médiane • Comparer deux séries

Repères du programme

Ce cours suit le **programme de mathématiques de seconde générale et technologique** (arrêté du 26 février 2026, BO n°14 du 2 avril 2026, rentrée 2026), partie « Statistiques et probabilités », section « Information chiffrée et statistique descriptive », sous-parties « Statistiques à une variable » et « Regroupement par classes ». Il couvre :

- rappels du cycle 4 : moyenne, médiane, quartiles, étendue, diagrammes ;
- linéarité de la moyenne ; influence sur la moyenne et la médiane de l'ajout ou de la suppression d'une valeur ;
- indicateur de dispersion : l'**écart type** ;
- série continue regroupée en classes de même amplitude : histogramme, polygone des fréquences cumulées, moyenne pondérée (centres de classes), classe médiane et estimation de la médiane ;
- décrire les différences entre deux séries à l'aide des couples (moyenne ; écart type) et (médiane ; écart interquartile).

Proportions et évolutions sont traitées dans le chapitre « Information chiffrée », le croisement de deux variables dans le chapitre « Tableaux croisés ».

Objectif : calculer et interpréter les indicateurs d'une série statistique, y compris regroupée en classes, et comparer deux séries à l'aide d'un couple d'indicateurs.

Document pédagogique – mathlvl.fr

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Table des matières

1 Vocabulaire et rappels **3**

2 Propriétés de la moyenne et de la médiane **3**

3 L'écart type **4**

4 Séries regroupées en classes **6**

5 Comparer deux séries **7**

6 Erreurs classiques **8**

7 Fiche de synthèse **8**

8 Exercices d'application **8**

9 Corrigés des exercices **9**

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite.
Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

1. Vocabulaire et rappels

Série statistique

On étudie un **caractère** (ou **variable**) sur une **population** d'individus. Le caractère est **qualitatif** (couleur, profession) ou **quantitatif** : **discret** s'il prend des valeurs isolées (nombre de frères et sœurs), **continu** s'il peut prendre toutes les valeurs d'un intervalle (taille, durée). L'**effectif** n_i d'une valeur x_i est le nombre d'individus qui la prennent ; sa **fréquence** est $f_i = \dfrac{n_i}{N}$, où N est l'effectif total.

Moyenne

La moyenne de la série de valeurs $x_1, \dots, x_p$ d'effectifs $n_1, \dots, n_p$ (effectif total N) est

$$\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_p x_p}{N} = f_1 x_1 + f_2 x_2 + \cdots + f_p x_p.$$

Médiane, quartiles, étendue

On range les N valeurs dans l'ordre croissant.

- La **médiane** Me partage la série en deux groupes de même effectif : au moins la moitié des valeurs sont inférieures ou égales à Me, au moins la moitié supérieures ou égales. Si N est impair, c'est la valeur de rang $\frac{N+1}{2}$; si N est pair, la moyenne des valeurs de rangs $\frac{N}{2}$ et $\frac{N}{2}+1$.
- Le **premier quartile** Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25 % des valeurs lui soient inférieures ou égales ; le **troisième quartile** Q_3, la plus petite telle qu'au moins 75 % des valeurs lui soient inférieures ou égales.
- L'**étendue** est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur ; l'**écart interquartile** est $Q_3 - Q_1$.

Notes d'une classe

Note x_i	8	10	12	15	Total
Effectif n_i	3	5	8	4	20
Effectif cumulé	3	8	16	20	

$\bar{x} = \dfrac{3\times 8 + 5\times 10 + 8\times 12 + 4\times 15}{20} = \dfrac{230}{20} = 11{,}5$. Médiane : $N = 20$ est pair, les valeurs de rangs 10 et 11 valent 12 (les rangs 9 à 16 valent 12), donc $Me = 12$. Q_1 : 25 % de 20 donne le rang 5, soit $Q_1 = 10$; Q_3 : rang 15, soit $Q_3 = 12$. Écart interquartile : 2 ; étendue : $15 - 8 = 7$.

2. Propriétés de la moyenne et de la médiane

Linéarité de la moyenne

Si l'on transforme chaque valeur x_i en $y_i = ax_i + b$ (avec a, b réels), alors

$$\boxed{\bar{y} = a\bar{x} + b}$$

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Démonstration. $\bar{y} = \dfrac{\sum n_i(ax_i+b)}{N} = \dfrac{a\sum n_i x_i + b\sum n_i}{N} = a\dfrac{\sum n_i x_i}{N} + b\dfrac{N}{N} = a\bar{x} + b.$

Changer d'unité, ajouter des points

— La température moyenne d'un mois est 15 °C. En degrés Fahrenheit ($F = 1{,}8C + 32$), elle vaut $1{,}8 \times 15 + 32 = 59$ °F, sans recalculer à partir des relevés.

— Si un professeur ajoute 2 points à toutes les notes ci-dessus, la moyenne passe à $11{,}5 + 2 = 13{,}5$. S'il multiplie toutes les notes par 1,1, elle passe à 12,65.

Calculer la moyenne de plusieurs groupes

La moyenne d'une population formée de groupes est la moyenne des moyennes **pondérée par les effectifs** : pour un groupe de 20 élèves de moyenne 12 et un groupe de 30 élèves de moyenne 9,

$$\bar{x} = \frac{20 \times 12 + 30 \times 9}{50} = \frac{510}{50} = 10{,}2 \quad \text{(et non } \tfrac{12+9}{2} = 10{,}5\text{)}.$$

Ajouter ou retirer une valeur

Si une série de n valeurs a pour moyenne m, et qu'on lui ajoute une valeur v, la nouvelle moyenne est $\dfrac{nm+v}{n+1}$: elle augmente si $v > m$, diminue si $v < m$. La moyenne est **sensible aux valeurs extrêmes** ; la médiane l'est beaucoup moins, car elle ne dépend que du rang des valeurs.

Une valeur extrême

Cinq salaires : 1 500, 1 600, 1 700, 1 800, 1 900 € ; moyenne et médiane valent 1 700 €. On ajoute le salaire du directeur, 10 000 € : la moyenne devient $\dfrac{5 \times 1\,700 + 10\,000}{6} = \dfrac{18\,500}{6} \approx 3\,083$ €, alors que la médiane devient $\dfrac{1\,700 + 1\,800}{2} = 1\,750$ €. Ici, la médiane décrit mieux le salaire « typique ».

3. L'écart type

Écart type

L'**écart type** d'une série de moyenne $\bar{x}$ est le nombre positif

$$\sigma = \sqrt{\frac{n_1(x_1-\bar{x})^2 + n_2(x_2-\bar{x})^2 + \cdots + n_p(x_p-\bar{x})^2}{N}}$$

C'est la racine carrée de la moyenne des carrés des écarts à la moyenne. Il s'exprime dans la même unité que les valeurs. Le nombre sous la racine s'appelle la **variance** V.

Interprétation

L'écart type mesure la **dispersion** des valeurs autour de la moyenne : plus il est grand, plus les valeurs sont éloignées de la moyenne. Il est nul si et seulement si toutes les valeurs sont égales. Comme la moyenne, il est sensible aux valeurs extrêmes. On l'obtient en pratique avec la calculatrice ou un tableur (fonction `ECARTYPE.P`).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Calcul à la main

Série A : 8, 10, 12, 14, 16. Moyenne 12 ; écarts -4, -2, 0, 2, 4 ; carrés 16, 4, 0, 4, 16, de somme 40. $V = \dfrac{40}{5} = 8$ et $\sigma_A = \sqrt{8} \approx 2{,}83$.
Série B : 4, 10, 12, 14, 20. Moyenne 12, médiane 12 aussi ; carrés des écarts 64, 4, 0, 4, 64, de somme 136. $V = 27{,}2$ et $\sigma_B \approx 5{,}22$.
Même moyenne, même médiane, mais la série B est près de deux fois plus dispersée.

Avec des effectifs

Pour les notes de la section 1 ($\bar{x} = 11{,}5$) :

$$V = \frac{3 \times (-3{,}5)^2 + 5 \times (-1{,}5)^2 + 8 \times 0{,}5^2 + 4 \times 3{,}5^2}{20} = \frac{36{,}75 + 11{,}25 + 2 + 49}{20} = \frac{99}{20} = 4{,}95,$$

donc $\sigma = \sqrt{4{,}95} \approx 2{,}22$ points.

Écart type et transformation affine

Si $y_i = ax_i + b$, alors $\sigma_y = |a|\,\sigma_x$: ajouter une constante ne change pas la dispersion ; multiplier par a la multiplie par $|a|$.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

4. Séries regroupées en classes

Classes

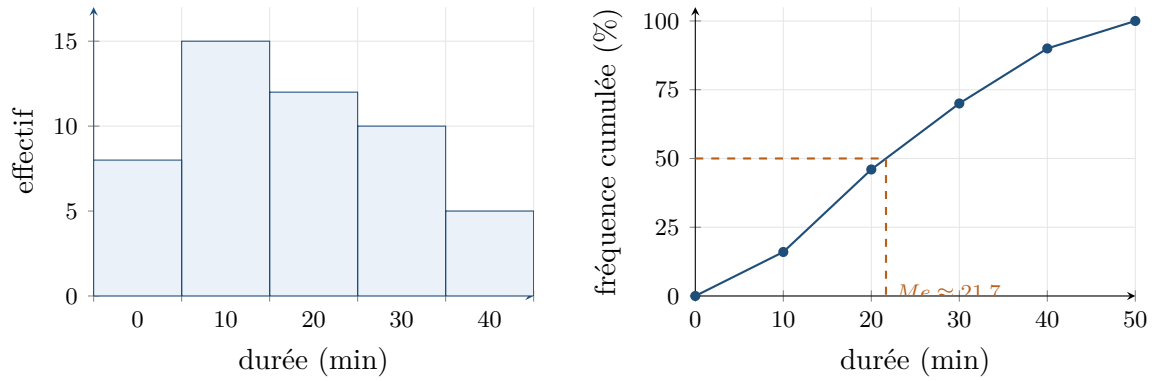
Pour un caractère continu, on regroupe les valeurs en **classes** $[a\,;b[$ de même **amplitude** $b-a$. Le **centre** de la classe est $\dfrac{a+b}{2}$.

Temps de trajet de 50 élèves, en minutes

Durée (min)	$[0\,;10[$	$[10\,;20[$	$[20\,;30[$	$[30\,;40[$	$[40\,;50[$
Effectif	8	15	12	10	5
Effectif cumulé croissant	8	23	35	45	50
Fréquence cumulée	16 %	46 %	70 %	90 %	100 %

Histogramme

Dans un **histogramme**, chaque classe est représentée par un rectangle dont la base est la classe. Lorsque les classes ont la même amplitude, les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs (les **aires** le sont toujours).



Histogramme des effectifs et polygone des fréquences cumulées croissantes.

Polygone des fréquences cumulées croissantes

On place les points ayant pour abscisse la **borne supérieure** de chaque classe et pour ordonnée la fréquence cumulée correspondante (en partant de la borne inférieure de la première classe, à 0 %), puis on les relie par des segments. On y lit des estimations de la médiane (ordonnée 50 %) et des quartiles (25 % et 75 %).

Moyenne d'une série regroupée en classes

Si l'on connaît la moyenne m_i de chaque classe, la moyenne de la série est la moyenne pondérée $\bar{x} = \dfrac{n_1 m_1 + \cdots + n_p m_p}{N}$. Si l'on suppose la répartition **uniforme** dans chaque classe, la moyenne de chaque classe est son **centre** : on remplace chaque m_i par le centre de la classe.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Moyenne des temps de trajet

Centres : 5, 15, 25, 35, 45.

$$\bar{x} \approx \frac{8\times 5 + 15\times 15 + 12\times 25 + 10\times 35 + 5\times 45}{50} = \frac{1\,140}{50} = 22{,}8 \text{ min}.$$

C'est une **estimation** : elle repose sur l'hypothèse de répartition uniforme.

Classe médiane et estimation de la médiane

1. La **classe médiane** est la première classe dont l'effectif cumulé croissant atteint $\frac{N}{2}$.
2. Si la répartition est uniforme dans cette classe $[a\,;b[$, d'effectif n, et si l'effectif cumulé avant elle vaut c, on estime la médiane par proportionnalité :

$$Me \approx a + \frac{\frac{N}{2} - c}{n} \times (b - a).$$

Médiane des temps de trajet

$\frac{N}{2} = 25$: l'effectif cumulé passe de 23 à 35 dans la classe $[20\,;30[$, qui est la classe médiane. Il faut « avancer » de $25 - 23 = 2$ élèves sur les 12 de la classe :

$$Me \approx 20 + \frac{2}{12} \times 10 \approx 21{,}7 \text{ min},$$

ce qui correspond à la lecture sur le polygone. La moitié des élèves mettent moins de 21,7 min environ.

5. Comparer deux séries

Choisir un couple d'indicateurs

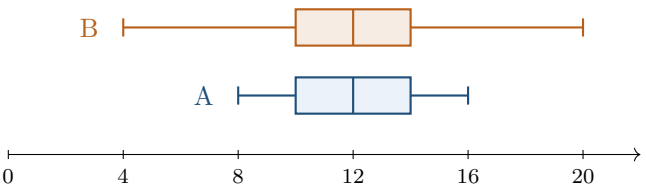
— Le couple **(moyenne ; écart type)** utilise toutes les valeurs ; il est adapté quand il n'y a pas de valeurs extrêmes isolées.

— Le couple **(médiane ; écart interquartile)** est peu sensible aux valeurs extrêmes ; il se lit sur un diagramme en boîte.

— On compare d'abord la **position** (moyenne ou médiane), puis la **dispersion** (écart type ou écart interquartile), et on conclut **dans le contexte**.

Deux machines

Deux machines remplissent des paquets de 500 g. Sur un échantillon : machine 1, $\bar{x}_1 = 501$ g et $\sigma_1 = 2$ g ; machine 2, $\bar{x}_2 = 500$ g et $\sigma_2 = 9$ g. La machine 2 est mieux réglée en moyenne, mais beaucoup plus irrégulière : ses paquets s'écartent nettement plus de 500 g. Pour garantir un poids proche de l'annonce, la machine 1 est préférable (il suffit de la régler de 1 g).



mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Diagrammes en boîte des séries A et B de la section 3 : même boîte, moustaches plus longues pour B.

Ce que montre le diagramme en boîte

Les séries A et B ont la même médiane et le même écart interquartile ($14 - 10 = 4$) : le couple (médiane ; écart interquartile) ne les distingue pas, alors que leurs écarts types (2,83 et 5,22) diffèrent nettement. Les deux couples d'indicateurs se complètent.

6. Erreurs classiques

À éviter

- Faire la moyenne de deux moyennes sans tenir compte des effectifs.
- Prendre la valeur « du milieu du tableau » comme médiane, sans utiliser les effectifs cumulés.
- Oublier la racine carrée : la variance n'est pas l'écart type, et n'a pas la même unité.
- Croire que l'écart type change quand on ajoute la même constante à toutes les valeurs.
- Présenter une moyenne calculée avec les centres de classes comme une valeur exacte : c'est une estimation.
- Comparer deux séries sur la seule moyenne, sans regarder la dispersion.

7. Fiche de synthèse

Moyenne	$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{N} = \sum f_i x_i$
Linéarité	$y_i = ax_i + b \Rightarrow \bar{y} = a\bar{x} + b$ et $\sigma_y = \lvert a\rvert \sigma_x$
Médiane	partage en deux moitiés ; peu sensible aux valeurs extrêmes
Quartiles	Q_1, Q_3 : au moins 25 %, 75 % des valeurs inférieures ou égales ; écart interquartile $Q_3 - Q_1$
Écart type	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}}$: dispersion autour de la moyenne
Classes	centre $\frac{a+b}{2}$; moyenne estimée avec les centres
Médiane (classes)	classe médiane, puis $Me \approx a + \frac{N/2 - c}{n}(b - a)$
Comparer	(moyenne ; écart type) ou (médiane ; écart interquartile), puis conclure dans le contexte

8. Exercices d'application

Exercice 1 – Indicateurs

Nombre de livres lus en un mois par 25 élèves :

Livres	0	1	2	3	4
Effectif	4	8	7	4	2

Calculer la moyenne, la médiane, les quartiles et l'écart type (arrondi au centième).

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).

Exercice 2 – Linéarité

Les tailles d'un groupe de joueurs ont pour moyenne 1,84 m et pour écart type 0,06 m. Donner la moyenne et l'écart type en centimètres, puis ceux des tailles mesurées avec des chaussures qui ajoutent 3 cm à chacun.

Exercice 3 – Valeur ajoutée

Une série de 9 valeurs a pour moyenne 14. On lui ajoute la valeur 4. Quelle est la nouvelle moyenne ? Peut-on connaître la nouvelle médiane ?

Exercice 4 – Classes

Masse (en g) de 40 pommes :

Masse	$[100\,;120[$	$[120\,;140[$	$[140\,;160[$	$[160\,;180[$
Effectif	6	14	12	8

1. Estimer la masse moyenne (répartition uniforme dans chaque classe).
2. Déterminer la classe médiane, puis estimer la médiane.

9. Corrigés des exercices

Corrigé de l'exercice 1

Corrigé. $\bar{x} = \dfrac{0+8+14+12+8}{25} = \dfrac{42}{25} = 1{,}68$ livre. Effectifs cumulés : 4, 12, 19, 23, 25. Médiane : rang 13, donc $Me = 2$. Q_1 : $25\,\%$ de 25 vaut 6,25, rang 7, $Q_1 = 1$; Q_3 : 18,75, rang 19, $Q_3 = 2$.
$V = \dfrac{4\times 1{,}68^2 + 8\times 0{,}68^2 + 7\times 0{,}32^2 + 4\times 1{,}32^2 + 2\times 2{,}32^2}{25} = \dfrac{11{,}2896 + 3{,}6992 + 0{,}7168 + 6{,}9696 + 10{,}7648}{25} = \dfrac{33{,}44}{25} = 1{,}3376$, donc $\sigma \approx 1{,}16$.

Corrigé de l'exercice 2

Corrigé. En centimètres ($y = 100x$) : moyenne 184 cm, écart type 6 cm. Avec les chaussures ($y + 3$) : moyenne 187 cm, écart type inchangé, 6 cm.

Corrigé de l'exercice 3

Corrigé. Nouvelle moyenne : $\dfrac{9\times 14 + 4}{10} = \dfrac{130}{10} = 13$. La médiane, elle, ne peut pas être calculée : elle dépend du rang des valeurs, que l'on ne connaît pas. La moyenne se recalcule avec la seule somme des valeurs ($9 \times 14 = 126$), la médiane non.

Corrigé de l'exercice 4

Corrigé.

1. Centres 110, 130, 150, 170 : $\bar{x} \approx \dfrac{6\times 110 + 14\times 130 + 12\times 150 + 8\times 170}{40} = \dfrac{660 + 1\,820 + 1\,800 + 1\,360}{40} = \dfrac{5\,640}{40} = 141$ g.
2. Effectifs cumulés : 6, 20, 32, 40. $\frac{N}{2} = 20$ est atteint exactement à la fin de la classe $[120\,;140[$: c'est la classe médiane, et $Me \approx 120 + \dfrac{20-6}{14}\times 20 = 140$ g.

mathlvl.fr — Tous droits réservés. Toute reproduction, diffusion, revente ou exploitation commerciale, même partielle, est strictement interdite. Tout contrevenant s'expose à des poursuites en vertu du Code de la propriété intellectuelle (art. L.335-2 et suivants).