

Plaquette 3 - Compléter un tableau croisé à partir de pourcentages

Tableaux croisés — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Compléter un tableau croisé.

— Effectif d'une sous-population : $n_A = f(A) \times N$.

— Effectif d'une case à partir d'une fréquence conditionnelle :

$$n(A \text{ et } B) = f_A(B) \times n_A$$

— Effectif total inconnu : choisir $N = 1\,000$ ou $10\,000$ (les pourcentages ne dépendent pas de N), ou le retrouver avec $N = \frac{n_A}{f(A)}$.

— Ordre de travail : **total** → **marges** → **cases** → **différences** → **contrôle des totaux**.

— Une fois le tableau rempli, on calcule la fréquence conditionnelle « inverse » :

$$f_B(A) = \frac{n(A \text{ et } B)}{n_B}$$

Correction de l'exercice 1 - Musique et sexe

a) Marges : $0,52 \times 1\,000 = 520$ filles et 480 garçons. Cases, avec $n(A \text{ et } B) = f_A(B) \times n_A$:

— filles musiciennes : $0,35 \times 520 = 182$; garçons musiciens : $0,25 \times 480 = 120$;

— par différences : $520 - 182 = 338$ filles et $480 - 120 = 360$ garçons sans instrument.

	Filles	Garçons	Total
Musique	182	120	302
Pas de musique	338	360	698
Total	520	480	1 000

b) $\frac{302}{1\,000} = 30,2\%$.

c) Référence : les 302 musiciens.

$$f_{\text{musique}}(\text{filles}) = \frac{182}{302} \approx 0,603$$

Environ 60,3 % des musiciens sont des filles.

Réponse. b) 30,2 % · c) environ 60,3 %.

Correction de l'exercice 2 - Accidents de nuit

a) Marges : $0,25 \times 3\,000 = 750$ accidents de nuit, 2 250 de jour. Cases :

— nuit et mortel : $0,12 \times 750 = 90$; jour et mortel : $0,06 \times 2\,250 = 135$;

— non mortels : $750 - 90 = 660$ la nuit, $2\,250 - 135 = 2\,115$ le jour.

	Nuit	Jour	Total
Mortel	90	135	225
Non mortel	660	2 115	2 775
Total	750	2 250	3 000

b) Référence : les 225 accidents mortels.

$$f_{\text{mortel}}(\text{nuit}) = \frac{90}{225} = 0,4$$

40 % des accidents mortels ont lieu la nuit, alors que la nuit ne représente que 25 % des accidents : elle est surreprésentée parmi les accidents mortels.

Réponse. b) 40 % (contre 25 % de l'ensemble des accidents).

Correction de l'exercice 3 – Contrôle qualité

On choisit $N = 10\,000$: les proportions ne dépendent pas de ce choix.

- défectueuses : $0,02 \times 10\,000 = 200$, dont $0,9 \times 200 = 180$ rejetées ;
- conformes : 9 800, dont $0,05 \times 9\,800 = 490$ rejetées à tort.

	Défectueuses	Conformes	Total
Rejetées	180	490	670
Acceptées	20	9 310	9 330
Total	200	9 800	10 000

Parmi les 670 pièces rejetées :

$$f_{\text{rejet}}(\text{défectueuse}) = \frac{180}{670} \approx 0,269$$

Seules 27 % environ des pièces rejetées sont défectueuses : les pièces conformes, très nombreuses, fournissent la majorité des rejets.

Réponse. Environ 26,9 %.

Correction de l'exercice 4 – Deux marges et une case

a) On place les marges et la case connue, puis on complète par différences :

- hors ville : $500 - 300 = 200$; défavorables : $500 - 280 = 220$;
- favorables hors ville : $280 - 200 = 80$; défavorables en ville : $300 - 200 = 100$;
- défavorables hors ville : $200 - 80 = 120$ (contrôle : $220 - 100 = 120$).

	Favorable	Défavorable	Total
En ville	200	100	300
Hors ville	80	120	200
Total	280	220	500

b) Fréquences conditionnelles dans chaque ligne :

$$f_{\text{ville}}(\text{fav}) = \frac{200}{300} \approx 0,667 \quad f_{\text{hors}}(\text{fav}) = \frac{80}{200} = 0,4$$

Les deux tiers des habitants de la ville sont favorables, contre 40 % des autres.

Réponse. b) environ 66,7 % en ville, 40 % hors de la ville.

Correction de l'exercice 5 – Un tableau en pourcentages

a) On travaille directement en pourcentages de l'effectif total (comme si $N = 100$) :

- garçons : $100 - 48 = 52\%$; externes : $100 - 20 = 80\%$;
- filles internes : $20 - 12 = 8\%$; garçons externes : $52 - 12 = 40\%$; filles externes : $48 - 8 = 40\%$.

	Filles	Garçons	Total
Internes	8 %	12 %	20 %
Externes	40 %	40 %	80 %
Total	48 %	52 %	100 %

b) Une fréquence conditionnelle est un quotient de pourcentages du total :

$$f_{\text{internes}}(\text{filles}) = \frac{8}{20} = 0,4 \quad f_{\text{filles}}(\text{internes}) = \frac{8}{48} \approx 0,167$$

40 % des internes sont des filles ; environ 16,7 % des filles sont internes.

Réponse. b) 40 % ; environ 16,7 %.

Correction de l'exercice 6 – Demi-pension par niveau

a) Marges : $0,40 \times 1\,250 = 500$ secondes, $0,32 \times 1\,250 = 400$ premières, $0,28 \times 1\,250 = 350$ terminales. Demi-pensionnaires, avec $n = f \times n_{\text{niveau}}$: $0,75 \times 500 = 375$; $0,70 \times 400 = 280$; $0,60 \times 350 = 210$.

	Seconde	Première	Terminale	Total
Demi-pension	375	280	210	865
Autre	125	120	140	385
Total	500	400	350	1 250

b) $\frac{865}{1\,250} = 0,692$, soit 69,2 %.

c) Référence : les 865 demi-pensionnaires.

$$f_{\text{DP}}(\text{terminale}) = \frac{210}{865} \approx 0,243$$

Environ 24,3 % des demi-pensionnaires sont en terminale.

Réponse. b) 69,2 % · c) environ 24,3 %.

Correction de l'exercice 7 – Retrouver l'effectif du club

a) Les compétiteurs sont des femmes ou des hommes, sans élément commun. Avec les pourcentages de pourcentages :

$$f(\text{compétition}) = 0,30 \times 0,40 + 0,50 \times 0,60 = 0,12 + 0,30 = 0,42$$

42 % des adhérents font de la compétition.

b) $N = \frac{126}{0,42} = 300$ adhérents, dont 120 femmes et 180 hommes.

	Femmes	Hommes	Total
Compétition	36	90	126
Loisir	84	90	174
Total	120	180	300

Contrôle. $0,3 \times 120 = 36$ et $0,5 \times 180 = 90$, dont la somme vaut bien 126.

Réponse. a) 42 % · b) 300 adhérents.

Correction de l'exercice 8 - Hospitalisations et vaccination

a) Marges : 1 400 vaccinés et 600 non vaccinés. Cases : $0,02 \times 1\,400 = 28$ et $0,08 \times 600 = 48$ hospitalisés.

	Vaccinés	Non vaccinés	Total
Hospitalisés	28	48	76
Non hospitalisés	1 372	552	1 924
Total	1 400	600	2 000

b) Référence : les 76 hospitalisés.

$$f_{\text{hosp}}(\text{vacciné}) = \frac{28}{76} \approx 0,368$$

Environ 37 % des hospitalisés sont vaccinés. Ce n'est pas un signe d'inefficacité : les vaccinés sont très majoritaires dans le groupe. L'efficacité se lit en comparant les taux d'hospitalisation **dans chaque groupe** : 2 % contre 8 %, quatre fois moins chez les vaccinés.

Réponse. b) environ 36,8 % ; non, car $f_{\text{vaccinés}}(\text{hosp}) = 2 \% \text{ contre } 8 \%$.

Correction de l'exercice 9 - Âge des électeurs

a) Marges : $0,45 \times 1\,200 = 540$ électeurs de A et 660 autres. Cases :

$$n(\text{A et jeune}) = 0,30 \times 540 = 162 \quad n(\text{autre et jeune}) = 0,40 \times 660 = 264$$

	Vote A	Autre vote	Total
Moins de 35 ans	162	264	426
35 ans et plus	378	396	774
Total	540	660	1 200

b) Référence : les 426 électeurs de moins de 35 ans.

$$f_{\text{jeunes}}(\text{A}) = \frac{162}{426} \approx 0,380$$

Environ 38 % des moins de 35 ans votent pour A, moins que dans l'ensemble des électeurs (45 %).

Réponse. b) environ 38 %.

Correction de l'exercice 10 - Diplôme et emploi

a) Marges : $0,6 \times 800 = 480$ diplômés du supérieur, 320 autres. Cases : $0,85 \times 480 = 408$ et $0,65 \times 320 = 208$ jeunes en emploi.

	Diplômés du supérieur	Autres	Total
En emploi	408	208	616
Sans emploi	72	112	184
Total	480	320	800

b) $\frac{616}{800} = 0,77$: le taux d'emploi est de 77 %, compris entre 65 % et 85 % et plus proche de 85 % car les diplômés sont majoritaires.

c) Référence : les 616 jeunes en emploi.

$$f_{\text{emploi}}(\text{diplômé}) = \frac{408}{616} \approx 0,662$$

Réponse. b) 77 % · c) environ 66,2 %.

Correction de l'exercice 11 - Satisfaction selon l'âge

a) Marges : $0,3 \times 400 = 120$ clients de moins de 30 ans et 280 autres. Dans chaque ligne, $n = f \times n_{\text{âge}}$:

- moins de 30 ans : $0,2 \times 120 = 24$; $0,5 \times 120 = 60$; reste $120 - 84 = 36$;
- 30 ans et plus : $0,35 \times 280 = 98$; $0,45 \times 280 = 126$; reste $280 - 224 = 56$.

	Très satisfait	Satisfait	Pas satisfait	Total
Moins de 30 ans	24	60	36	120
30 ans et plus	98	126	56	280
Total	122	186	92	400

b) Référence : les 92 clients pas satisfaits.

$$f_{\text{pas sat.}}(\text{moins de 30}) = \frac{36}{92} \approx 0,391$$

Environ 39 % des insatisfaits ont moins de 30 ans, alors qu'ils ne sont que 30 % des clients.

Réponse. b) environ 39,1 %.

Correction de l'exercice 12 - Venir à vélo

a) Marges : 240 cyclistes et 360 autres. Cases :

$$0,70 \times 240 = 168 \quad 0,25 \times 360 = 90$$

	Moins de 5 km	5 km ou plus	Total
Cyclistes	168	72	240
Autres	90	270	360
Total	258	342	600

b) Référence : les 258 salariés proches.

$$f_{\text{proches}}(\text{cyclistes}) = \frac{168}{258} \approx 0,651$$

Environ 65 % des salariés proches viennent à vélo. Le tableau permet de « retourner » la fréquence conditionnelle donnée dans l'énoncé.

Réponse. b) environ 65,1 %.

Correction de l'exercice 13 - Dépistage en population

a) Marges : $0,04 \times 5\,000 = 200$ porteurs et $4\,800$ non-porteurs. Cases : $0,95 \times 200 = 190$ et $0,03 \times 4\,800 = 144$ tests positifs.

	Porteurs	Non-porteurs	Total
Test positif	190	144	334
Test négatif	10	4 656	4 666
Total	200	4 800	5 000

b) Référence : les 334 positifs.

$$f_{\text{positif}}(\text{porteur}) = \frac{190}{334} \approx 0,569$$

Seules 57 % environ des personnes positives sont porteuses. Les 144 « faux positifs » viennent d'un grand nombre de non-porteurs, même avec un petit taux d'erreur de 3 %.

Réponse. b) environ 56,9 %.

Correction de l'exercice 14 - Chiens et chats

a) On choisit $N = 1\,000$: 300 ménages avec chien, 200 avec chat, 80 avec les deux. Par différences : chien sans chat $300 - 80 = 220$; chat sans chien $200 - 80 = 120$; ni l'un ni l'autre $700 - 120 = 580$.

	Chat	Pas de chat	Total
Chien	80	220	300
Pas de chien	120	580	700
Total	200	800	1 000

b) On compare la proportion de ménages avec chat dans chaque ligne :

$$f_{\text{chien}}(\text{chat}) = \frac{80}{300} \approx 0,267 \quad f_{\text{sans chien}}(\text{chat}) = \frac{120}{700} \approx 0,171$$

Oui : environ 26,7 % des ménages avec chien ont un chat, contre 17,1 % des autres.

Réponse. b) Oui : environ 26,7 % contre 17,1 %.

Correction de l'exercice 15 - Poursuite d'études

a) Marges : 900 généraux, 375 technologiques, 225 professionnels. Poursuites : $0,95 \times 900 = 855$; $0,8 \times 375 = 300$; $0,4 \times 225 = 90$.

	Générale	Technologique	Professionnelle	Total
Poursuite	855	300	90	1 245
Pas de poursuite	45	75	135	255
Total	900	375	225	1 500

b) $\frac{1\,245}{1\,500} = 0,83$: 83 % des bacheliers poursuivent.

c) Référence : les 1 245 étudiants.

$$f_{\text{poursuite}}(\text{pro}) = \frac{90}{1\,245} \approx 0,072$$

Les bacheliers professionnels ne représentent qu'environ 7,2 % des poursuites d'études,

alors qu'ils sont 15 % des bacheliers.

Réponse. b) 83 % · c) environ 7,2 %.