

Plaquelette 2 – Fréquences conditionnelles : calculer, comparer, interpréter

Tableaux croisés — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Fréquences conditionnelles.

- Fréquence conditionnelle de B parmi A (sous-population de référence A) :

$$f_A(B) = \frac{\text{effectif de « A et B »}}{\text{effectif de A}}$$

- Le dénominateur est une **marge** : celle de la ligne ou de la colonne de A .
- $f_A(B)$ et $f_B(A)$ ont le même numérateur mais **pas** le même dénominateur : ce sont deux questions différentes.
- Lien avec la fréquence d'une case :

$$f(A \text{ et } B) = f(A) \times f_A(B)$$

- Les fréquences conditionnelles d'une même sous-population (une colonne entière, par exemple) totalisent 100 % : c'est le **profil** de cette sous-population.
- Comparer deux groupes : comparer $f_{A_1}(B)$ et $f_{A_2}(B)$.

Correction de l'exercice 1 – Parmi les filles, parmi les nageurs

Les deux fréquences ont le même numérateur, 45 (filles nageuses), mais pas la même population de référence.

$$f_A(B) = \frac{\text{effectif de « A et B »}}{\text{effectif de A}}$$

- a) Référence : les filles (marge de la colonne, 210) :

$$f_{\text{filles}}(\text{natation}) = \frac{45}{210} \approx 0,214$$

Environ 21,4 % des filles pratiquent la natation.

- b) Référence : les nageurs (marge de la ligne, 75) : $f_{\text{natation}}(\text{filles}) = \frac{45}{75} = 0,6$, soit 60 %.

Les deux phrases ne disent pas la même chose : la plupart des nageurs sont des filles, mais seule une fille sur cinq environ nage en club.

Réponse. a) environ 21,4 % · b) 60 %.

Correction de l'exercice 2 – Le football selon le sexe

On calcule la fréquence conditionnelle du football **dans chaque groupe** :

$$f_{\text{filles}}(\text{football}) = \frac{30}{210} \approx 0,143 \quad f_{\text{garçons}}(\text{football}) = \frac{70}{190} \approx 0,368$$

Environ 14,3 % des filles et 36,8 % des garçons jouent au football en club : la pratique est environ 2,6 fois plus fréquente chez les garçons.

Les effectifs bruts. Ici, comparer 30 et 70 mènerait à la même conclusion, mais par chance : les deux groupes ont des tailles proches (210 et 190). Avec des groupes de tailles très différentes, seule la comparaison des fréquences conditionnelles est valable.

Réponse. Filles : environ 14,3 % ; garçons : environ 36,8 %.

Correction de l'exercice 3 - Profils en colonne

Dans chaque colonne, on divise chaque case par la marge de la colonne (210 pour les filles, 190 pour les garçons) :

$$f_{\text{filles}}(\text{sport}) = \frac{\text{effectif}}{210} \quad f_{\text{garçons}}(\text{sport}) = \frac{\text{effectif}}{190}$$

Sport	Parmi les filles	Parmi les garçons
Football	14,3 %	36,8 %
Basket	19,0 %	18,4 %
Natation	21,4 %	15,8 %
Aucun	45,2 %	28,9 %
Total	100 %	100 %

Lecture. Près de la moitié des filles ne pratiquent aucun sport en club, contre moins de 30 % des garçons. Les totaux valent 100 % (aux arrondis près) : chaque colonne est un profil complet.

Réponse. Filles : 14,3 ; 19,0 ; 21,4 ; 45,2 (en %) · Garçons : 36,8 ; 18,4 ; 15,8 ; 28,9.

Correction de l'exercice 4 - Profils en ligne

Pour chaque ligne, la référence est la marge du sport :

$$f_{\text{sport}}(\text{filles}) = \frac{\text{filles du sport}}{\text{total du sport}}$$

- Football : $\frac{30}{100} = 30\%$;
- Basket : $\frac{40}{75} \approx 53,3\%$;
- Natation : $\frac{45}{75} = 60\%$;
- Aucun : $\frac{95}{150} \approx 63,3\%$.

Parmi les sports, la natation est le plus féminisé (60 % de filles), le football le moins (30 %). Pour juger, on compare à la part des filles dans le lycée, 52,5 % : le basket est proche de la moyenne.

Réponse. 30 %, $\approx 53,3\%$, 60 %, $\approx 63,3\%$; la natation.

Correction de l'exercice 5 - Livraison ou retrait

Les deux groupes n'ont pas le même effectif (180 et 120) : on compare des fréquences conditionnelles.

$$f_A(B) = \frac{\text{effectif de « A et B »}}{\text{effectif de A}}$$

a) Mécontents : $\frac{24}{180} \approx 13,3\%$ des clients livrés, $\frac{6}{120} = 5\%$ des clients en magasin.

b) Au moins satisfaits : $\frac{48 + 72}{180} = \frac{120}{180} \approx 66,7\%$ des clients livrés ; $\frac{42 + 54}{120} = \frac{96}{120} = 80\%$ des clients en magasin.

Conclusion. Les clients qui retirent en magasin sont nettement plus satisfaits ; la livraison est le point faible du service.

Réponse. a) $\approx 13,3\%$ contre 5% · b) $\approx 66,7\%$ contre 80% .

Correction de l'exercice 6 - Gravité des accidents

a) On reste dans chaque ligne :

$$f_{\text{hors}}(\text{grave}) = \frac{150}{450} \approx 0,333 \quad f_{\text{agglom}}(\text{grave}) = \frac{130}{750} \approx 0,173$$

Un accident hors agglomération sur trois fait au moins un blessé grave, contre environ 17 % en agglomération : la gravité est presque deux fois plus fréquente hors agglomération (vitesses plus élevées).

b) On reste dans la colonne « grave » :

$$f_{\text{grave}}(\text{hors}) = \frac{150}{280} \approx 0,536$$

Environ 53,6 % des accidents graves ont lieu hors agglomération, alors que ces accidents ne représentent que $\frac{450}{1\,200} = 37,5\%$ de l'ensemble.

Réponse. a) $\approx 33,3\%$ hors agglomération, $\approx 17,3\%$ en agglomération · b) $\approx 53,6\%$.

Correction de l'exercice 7 - Effectifs bruts trompeurs

Le nombre de reçus dépend surtout du nombre de candidats. Pour comparer, on calcule le taux de réussite **dans chaque lycée** :

$$f_{\text{lycée}}(\text{reçu}) = \frac{\text{reçus}}{\text{candidats}}$$

— lycée A : $\frac{540}{600} = 0,9$, soit 90 % ;

— lycée B : $\frac{190}{200} = 0,95$, soit 95 %.

Le lycée B a le meilleur taux de réussite. L'affirmation du parent compare des effectifs bruts de groupes de tailles très différentes : elle est sans valeur. (Un taux de réussite ne dit d'ailleurs rien, seul, de la qualité d'un lycée : il dépend aussi du niveau des élèves accueillis.)

Réponse. A : 90 % ; B : 95 % : le lycée B a le meilleur taux.

Correction de l'exercice 8 - Les plus de 60 ans

a) Référence : les 5 000 habitants de 60 ans et plus (colonne).

$$f_{60+}(\text{femmes}) = \frac{2\,900}{5\,000} = 0,58$$

58 % des 60 ans et plus sont des femmes, alors qu'elles ne représentent que 52 % de la population.

b) Référence : chaque sexe (ligne).

— Femmes : $\frac{2\,900}{10\,400} \approx 0,279$, soit environ 27,9 %.

— Hommes : $\frac{2\,100}{9\,600} \approx 0,219$, soit environ 21,9 %.

Les femmes sont proportionnellement plus âgées : c'est l'effet de leur espérance de vie plus longue.

Réponse. a) 58 % · b) $\approx 27,9\%$ des femmes, $\approx 21,9\%$ des hommes.

Correction de l'exercice 9 - Mentions au baccalauréat

a) La mention est une variable ordinale : « au moins bien » regroupe « bien » et « très bien ». On calcule dans chaque ligne :

$$f_G(\text{au moins B}) = \frac{110 + 80}{500} = 0,38 \quad f_T(\text{au moins B}) = \frac{30 + 10}{200} = 0,2$$

38 % des bacheliers de la voie générale ont au moins la mention bien, contre 20 % en voie technologique.

b) Référence : les 90 mentions très bien (colonne) :

$$f_{TB}(G) = \frac{80}{90} \approx 0,889$$

Environ 88,9 % des mentions très bien viennent de la voie générale, qui ne représente pourtant que $\frac{500}{700} \approx 71$ % des bacheliers.

Réponse. a) 38 % contre 20 % · b) environ 88,9 %.

Correction de l'exercice 10 - Deux variétés de même effectif

a) Dans chaque ligne :

$$f_A(\text{élevé}) = \frac{14}{40} = 0,35 \quad f_B(\text{élevé}) = \frac{10}{40} = 0,25$$

35 % des parcelles A ont un rendement élevé, contre 25 % des parcelles B.

b) Oui : les deux variétés ont le **même effectif** (40 parcelles), donc les fréquences sont proportionnelles aux effectifs. C'est le seul cas où comparer les effectifs bruts suffit.

c) Référence : les 18 parcelles à rendement faible :

$$f_{\text{faible}}(B) = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

Deux parcelles à faible rendement sur trois sont de variété B.

Réponse. a) A : 35 % ; B : 25 % · b) oui, effectifs égaux · c) $\frac{2}{3}$, environ 66,7 %.

Correction de l'exercice 11 - Fréquence d'une case et fréquence conditionnelle

On calcule les trois fréquences.

$$- f(\text{filles}) = \frac{210}{400} = 0,525 ;$$

$$- f_{\text{filles}}(\text{natation}) = \frac{45}{210} ;$$

$$- \text{produit} : 0,525 \times \frac{45}{210} = \frac{210}{400} \times \frac{45}{210} = \frac{45}{400} = 0,1125.$$

C'est bien la fréquence de la case : $\frac{45}{400} = 0,1125$.

En partant de la natation :

$$f(\text{natation}) \times f_{\text{natation}}(\text{filles}) = \frac{75}{400} \times \frac{45}{75} = \frac{45}{400}$$

Le résultat est le même : la fréquence d'une case est un pourcentage de pourcentage, que l'on peut calculer « par la ligne » ou « par la colonne ».

Réponse. Les deux produits valent $\frac{45}{400} = 0,1125$.

Correction de l'exercice 12 - Retrouver un effectif

Une fréquence conditionnelle relie l'effectif d'une case à l'effectif de la sous-population :
 effectif de « A et B » = $f_A(B) \times$ effectif de A

a) $0,65 \times 320 = 208$ adhérents de moins de 18 ans empruntent des bandes dessinées.

b) On cherche l'effectif de la sous-population : adultes = $\frac{24}{0,15} = 160$.

Contrôle. $0,15 \times 160 = 24$. Ces calculs sont ceux qui permettent de **compléter un tableau croisé** à partir de pourcentages (plaquette 3).

Réponse. a) 208 adhérents · b) 160 adultes.

Correction de l'exercice 13 - Au plus peu satisfait

a) « Au plus peu satisfait » regroupe « peu satisfait » et « mécontent » :

$$f_{\text{livraison}} = \frac{36 + 24}{180} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

Un client livré sur trois est au plus peu satisfait.

b) Référence : les 30 mécontents : $\frac{24}{30} = 0,8$, soit 80 %.

c) Non, pas à lui seul : les clients livrés sont majoritaires (60 % des clients), il est normal qu'ils soient nombreux parmi les mécontents. L'argument valable compare les taux de mécontents **dans chaque groupe** : 13,3 % des livrés contre 5 % des clients en magasin.

Réponse. a) $\frac{1}{3}$ · b) 80 % · c) Non : il faut comparer $f_{\text{livraison}}(\text{mécontent})$ et $f_{\text{magasin}}(\text{mécontent})$.

Correction de l'exercice 14 - Tués sur la route

a) Référence : les 3 200 tués.

$$f_{\text{tués}}(\text{deux-roues}) = \frac{700}{3\,200} \approx 0,219$$

Environ 22 % des tués étaient en deux-roues motorisé.

b) Non. Cette phrase change la population de référence : elle parle de la proportion de tués **parmi les motards**, que l'on ne peut pas calculer avec ces données (il faudrait connaître le nombre de motards). Ce que montrent les chiffres : les deux-roues motorisés représentent environ 2 % du trafic mais environ 22 % des tués ; ils sont donc fortement surreprésentés parmi les victimes.

Réponse. a) environ 22 % · b) Non : 22 % des tués étaient motards, pas 22 % des motards tués.

Correction de l'exercice 15 - Télétravail

a) Sur toute la population : $f = \frac{405}{1\,500} = 0,27$, soit 27 %.

b) Dans chaque ligne :

$$f_{\text{cadres}} = \frac{220}{400} = 0,55 \quad f_{\text{inter}} = \frac{125}{500} = 0,25 \quad f_{\text{employés}} = \frac{60}{600} = 0,1$$

Le télétravail régulier concerne 55 % des cadres, 25 % des professions intermédiaires et 10 % des employés : il dépend fortement de la catégorie.

c) Référence : les 405 télétravailleurs réguliers : $\frac{220}{405} \approx 0,543$. Plus de la moitié d'entre

eux sont cadres, alors que les cadres ne représentent que $\frac{400}{1\,500} \approx 26,7\%$ des salariés.

Réponse. a) 27 % · b) 55 %, 25 %, 10 % · c) environ 54,3 %.