

Plaquette 1 - Lire un tableau croisé : effectifs, marges et fréquences marginales

Tableaux croisés — Seconde

Corrections détaillées

Boîte à outils

Lire un tableau croisé d'effectifs.

- Variable qualitative **nominale** (catégories sans ordre : sport, couleur) ou **ordinaire** (catégories ordonnées : satisfaction, mention).
- Case : effectif des individus qui ont **à la fois** la caractéristique de la ligne et celle de la colonne.
- Marges : totaux des lignes et des colonnes ; elles ont le même total, l'effectif N de la population.
- **Fréquence marginale** d'une catégorie A :

$$f(A) = \frac{\text{effectif de la marge de } A}{N}$$

- Fréquence d'une case (proportion des individus qui sont à la fois A et B) :

$$f(A \text{ et } B) = \frac{\text{effectif de la case}}{N}$$

- Une case manquante se retrouve **par différence** avec la marge.

Correction de l'exercice 1 - Compléter les marges

Chaque marge est la somme des cases de sa ligne ou de sa colonne.

Marges des lignes (total par sport) :

- Football : $30 + 70 = 100$; Basket : $40 + 35 = 75$;
- Natation : $45 + 30 = 75$; Aucun : $95 + 55 = 150$.

Marges des colonnes :

$$\text{Filles: } 30 + 40 + 45 + 95 = 210 \quad \text{Garçons: } 70 + 35 + 30 + 55 = 190$$

Contrôle. Les deux marges ont le même total : $100 + 75 + 75 + 150 = 400$ et $210 + 190 = 400$, l'effectif annoncé.

Réponse. Lignes : 100, 75, 75, 150 ; colonnes : 210 filles, 190 garçons ; total 400.

Correction de l'exercice 2 - Lire une case

a) Le nombre 45 est à l'intersection de la ligne « Natation » et de la colonne « Filles » : 45 élèves sont **à la fois** des filles et des nageuses en club.

b) Le nombre de joueurs de basket se lit dans la marge de la ligne : 75 élèves. Les garçons sans sport en club se lisent dans la case « Aucun » × « Garçons » : 55.

c) On peut additionner les marges des trois sports, ou passer par le complémentaire :

$$400 - 150 = 250$$

250 élèves pratiquent un sport en club. **Contrôle** : $100 + 75 + 75 = 250$.

Réponse. a) 45 filles nageuses · b) 75 ; 55 · c) 250 élèves.

Correction de l'exercice 3 - Fréquences marginales

Une fréquence marginale se calcule sur **toute la population** :

$$f(A) = \frac{\text{marge de } A}{N} \quad N = 400$$

- a) Nageurs : $f = \frac{75}{400} = 0,1875$, soit 18,75 %.
- b) Filles : $f = \frac{210}{400} = 0,525$, soit 52,5 %.
- c) Aucun sport : $f = \frac{150}{400} = 0,375$, soit 37,5 %.

Contrôle. Les fréquences marginales d'une même variable totalisent 100 % : filles 52,5 % et garçons $\frac{190}{400} = 47,5$ %.

Réponse. a) 18,75 % · b) 52,5 % · c) 37,5 %.

Correction de l'exercice 4 - Fréquence d'une case

La fréquence d'une case se calcule par rapport à **l'effectif total** :

$$f(A \text{ et } B) = \frac{\text{effectif de la case}}{N}$$

- a) $\frac{70}{400} = 0,175$: 17,5 % des élèves sont des garçons footballeurs.
- b) $\frac{40}{400} = 0,1$: 10 % des élèves sont des filles basketteuses.
- c) 70 est un **effectif**, pas un pourcentage. De plus, $\frac{70}{100} = 70$ % est la part des garçons **parmi les footballeurs** : c'est une autre question, qui change de population de référence.

Réponse. a) 17,5 % · b) 10 % · c) 70 est un effectif ; 70 % des footballeurs sont des garçons.

Correction de l'exercice 5 - Cases manquantes

On complète **par différence** avec les marges connues.

- Moins de 25 ans, Action : $110 - 30 - 25 = 55$.
- Total « 25 ans et plus » : $250 - 110 = 140$.
- 25 ans et plus, Animation : $140 - 55 - 40 = 45$.

Marges des lignes :

Comédie:85 Action:95 Animation:70

Contrôle. $85 + 95 + 70 = 250$, le total annoncé.

Réponse. Action/moins de 25 ans : 55 ; Animation/25 ans et plus : 45 ; marges 85, 95, 70 et 140.

Correction de l'exercice 6 - Une variable ordinale

- a) Les catégories de satisfaction sont **ordonnées** (de « très satisfait » à « mécontent ») : la variable est ordinale. Cet ordre donne un sens à « au moins satisfait » ou « au plus peu satisfait ».
- b) « Au moins satisfait » regroupe « très satisfait » et « satisfait » :

$$f = \frac{90 + 126}{300} = \frac{216}{300} = 0,72$$

72 % des clients sont au moins satisfaits. Le mode de retrait, lui, est une variable nominale : « au moins livraison » n'aurait pas de sens.

Réponse. a) Ordinale · b) 72 %.

Correction de l'exercice 7 - Du fichier au tableau

Pour chaque case, on compte les élèves qui vérifient **les deux** conditions.

- 2A : Bus (élèves 1, 4, 9) : 3 ; Vélo (élève 7) : 1 ; Pied (élèves 3, 11) : 2.
- 2B : Bus (élèves 5, 8, 12) : 3 ; Vélo (élèves 2, 10) : 2 ; Pied (élève 6) : 1.

Classe	Bus	Vélo	Pied	Total
2A	3	1	2	6
2B	3	2	1	6
Total	6	3	3	12

Contrôle. La somme des cases vaut le nombre de lignes du fichier :

$$6 + 6 = 12$$

Réponse. 2A : 3, 1, 2 ; 2B : 3, 2, 1 ; marges 6, 6 et 6, 3, 3.

Correction de l'exercice 8 - Nature des variables

- a) Qualitative **nominale** : les couleurs n'ont pas d'ordre.
- b) Qualitative **ordinaire** : sans mention < assez bien < bien < très bien.
- c) **Quantitative** (continue) : c'est une mesure.
- d) Qualitative **nominale** : même avec un numéro, on ne calcule pas avec les départements.
- e) Qualitative **ordinaire** : les diplômes sont ordonnés.

Un tableau croisé ne croise que des variables qualitatives. Pour y faire entrer la taille, il faut la **regrouper en classes** (par exemple « moins de 160 cm », « de 160 à 175 cm », « plus de 175 cm ») ; chaque case donne alors un effectif, et sa fréquence se calcule par

$$f = \frac{\text{effectif de la case}}{N}$$

Réponse. a) nominale · b) ordinaire · c) quantitative · d) nominale · e) ordinaire ; il faut regrouper la taille en classes.

Correction de l'exercice 9 - Trouver l'erreur

On vérifie chaque marge en additionnant ses cases.

- Lignes : $28 + 6 + 6 = 40$ et $22 + 18 + 30 = 70$: correctes.
- Colonnes : $28 + 22 = 50$ et $6 + 18 = 24$: correctes ; mais « Aucun » : $6 + 30 = 36$, et non 38.
- Total : les marges des lignes donnent $40 + 70 = 110$, celles des colonnes corrigées $50 + 24 + 36 = 110$

L'erreur porte sur la marge « Aucun » : il faut lire 36, et le total général vaut 110 (comme annoncé dans l'énoncé), pas 112.

Réponse. La marge « Aucun » vaut 36 (et le total 110).

Correction de l'exercice 10 - Tableau des fréquences

Chaque case est divisée par l'effectif total :

$$f = \frac{\text{effectif}}{400}$$

Sport	Filles	Garçons	Total
Football	7,5 %	17,5 %	25 %
Basket	10 %	8,75 %	18,75 %
Natation	11,25 %	7,5 %	18,75 %
Aucun	23,75 %	13,75 %	37,5 %
Total	52,5 %	47,5 %	100 %

Contrôle. Toutes les cases totalisent 100 %, et chaque marge est encore la somme de sa ligne ou de sa colonne : par exemple $7,5 + 10 + 11,25 + 23,75 = 52,5$.

Réponse. Voir le tableau ; marges 52,5 % et 47,5 %.

Correction de l'exercice 11 - Deux années comparées

On compare des **fréquences**, car les effectifs totaux diffèrent :

$$f(T) = \frac{\text{élèves en voie technologique}}{N}$$

$$- 2020 : f = \frac{280}{1\,000} = 0,28, \text{ soit } 28 \% ;$$

$$- 2025 : f = \frac{252}{1\,050} = 0,24, \text{ soit } 24 \%.$$

La part de la voie technologique a baissé de $28 - 24 = 4$ points. Réciproquement, celle de la voie générale est passée de 72 % à 76 %.

Remarque. Le nombre d'élèves en voie technologique a baissé de 28, mais c'est surtout la hausse de l'effectif total qui fait baisser leur part.

Réponse. 28 % en 2020, 24 % en 2025 : -4 points.

Correction de l'exercice 12 - Sécurité routière

a) Fréquence marginale, calculée sur les 1 200 accidents :

$$f = \frac{280}{1\,200} \approx 0,233$$

Environ 23,3 % des accidents ont fait au moins un blessé grave.

b) C'est la fréquence d'une case, toujours rapportée au total :

$$f = \frac{150}{1\,200} = 0,125$$

12,5 % des accidents ont eu lieu hors agglomération avec au moins un blessé grave.

Attention. Ce n'est pas la proportion d'accidents graves **parmi** les accidents hors agglomération : cette question-là se traite avec une fréquence conditionnelle (plaque 2).

Réponse. a) environ 23,3 % · b) 12,5 %.

Correction de l'exercice 13 - Pyramide des âges

a) Marges des lignes : $2\,300 + 5\,200 + 2\,900 = 10\,400$ femmes et $2\,400 + 5\,100 + 2\,100 = 9\,600$ hommes. Marges des colonnes : 4 700, 10 300 et 5 000.
Contrôle : $10\,400 + 9\,600 = 20\,000$.

b) Fréquences rapportées aux 20 000 habitants :

$$f(60 \text{ et plus}) = \frac{5\,000}{20\,000} = 0,25 \quad f(\text{femmes}) = \frac{10\,400}{20\,000} = 0,52$$

Femmes de 60 ans et plus : $\frac{2\,900}{20\,000} = 0,145$.

Un quart des habitants a 60 ans ou plus ; 52 % sont des femmes ; 14,5 % sont des femmes de 60 ans et plus.

Réponse. a) 10 400, 9 600 ; 4 700, 10 300, 5 000 · b) 25 % ; 52 % ; 14,5 %.

Correction de l'exercice 14 - Variétés de blé

a) Lignes : A : $6 + 20 + 14 = 40$; B : $12 + 18 + 10 = 40$. Colonnes : faible 18, moyen 38, élevé 24. **Contrôle** : $18 + 38 + 24 = 80$.

b) Le rendement est une variable **ordinaire** : « au moins moyen » regroupe « moyen » et « élevé ».

$$f = \frac{38 + 24}{80} = \frac{62}{80} = 0,775$$

77,5 % des parcelles ont un rendement au moins moyen.

c) Fréquence de la case B/faible : $\frac{12}{80} = 0,15$, soit 15 % des parcelles.

Réponse. a) 40, 40 ; 18, 38, 24 · b) 77,5 % · c) 15 %.

Correction de l'exercice 15 - Construire le tableau à partir d'un texte

a) On place les données, puis on complète par différences :

- mineurs : $150 - 90 = 60$; hommes : $150 - 60 = 90$;
- hommes adultes : $90 - 36 = 54$; femmes mineures : $60 - 36 = 24$;
- hommes mineurs : $60 - 24 = 36$ (ou $90 - 54 = 36$, ce qui contrôle le calcul).

Âge	Femmes	Hommes	Total
Adultes	36	54	90
Mineurs	24	36	60
Total	60	90	150

b) Fréquences rapportées aux 150 adhérents :

$$f(\text{mineurs}) = \frac{60}{150} = 0,4 \quad f(\text{hommes mineurs}) = \frac{36}{150} = 0,24$$

Réponse. b) 40 % de mineurs ; 24 % d'hommes mineurs.